ORTAÖĞRETİM

Matematik

9. Sınıf

Ders Kitabı

Yazarlar

Cem DEMİRCİ
Dilek TEKER
Esat AVCI
Gözde Aslı ÖZCAN
İsmail Hakkı ÜSTÜNEL
Kadır ÖZCAN
Özgür ŞEKER
Sercan EMEK
Sunullah KARABUDAK
Süleyman DOĞAN
Turgay KIZGIN
Yasemin YARDIM



DEVLET KİTAPLARI
................., 2024

MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI YAYINLARI .... : 9619
DERS KİTAPLARI DİZİSİ .... : 2040

Editör
Prof. Dr. Abdulkadir ERDOĞAN
Prof. Dr. Hakan YAMAN
Prof. Dr. Soner DURMUŞ
Doç. Dr. Ayşe YOLCU
Doç. Dr. Nadide YILMAZ

Dil Uzmanları
Eflak MALGACA VARGEL
Hilal ASLAN
Neslihan ARICA

Görsel Tasarımcılar
Çiğdem ÖKCÜN
Hilal YAŞAR
Meltem KORKMAZ
Mustafa ÇAKIR
Nevrez AKIN
Özcan ATAK

Program Geliştirme Uzmanları
Doç. Dr. Recep KAHRAMANOĞLU
Doç. Dr. Serkan ASLAN
Demet YILMAZ
Nedim DENİZLİ
Nurgül KENDİRLİOĞLU GÜNHAN

Ölçme ve Değerlendirme Uzmanları
Dr. Öğr. Üyesi Halime YILDIRIM HOŞ
Dr. Öğr. Üyesi Sinem ŞENFERAH
Cuma GÜÇ
Dilay AK
Nuray SUNAR

Rehberlik Uzmanları
Berna Serap TÜRK
Hilal DEMİRBAĞ

Baskı
Baskı Matbaanın Adı ve
Ticaret Ünvanı
Tel.: (0000) 000 00 00

ISBN 978-975-11-8050-6

Millî Eğitim Bakanlığı, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığının 17.07.2024 tarih ve 110460855 sayılı yazısı ile eğitim aracı olarak kabul edilmiştir.



İSTİKLÂL MARŞI

Korkma, sönmez bu şafaklarda yüzen al sancak;
Sönmeden yurdumun üstünde tüten en son ocak.
O benim milletimin yıldızıdır, parlayacak;
O benimdir, o benim milletimindir ancak.

Çatma, kurban olayım, çehreni ey nazlı hilâl!
Kahraman ırkıma bir gül! Ne bu şiddet, bu celâl?
Sana olmaz dökülen kanlarımız sonra helâl.
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl.

Ben ezelden beridir hür yaşadım, hür yaşarım.
Hangi çılgın bana zincir vuracakmış? Şaşarım!
Kükremiş sel gibiyim, bendimi çiğner, aşarım.
Yırtarım dağları, enginlere sığmam, taşarım.

Garbın âfâkını sarmışsa çelik zırhlı duvar,
Benim iman dolu göğsüm gibi serhaddim var.
Ulusun, korkma! Nasıl böyle bir imanı boğar,
Medeniyyet dediğin tek dişi kalmış canavar?

Arkadaş, yurduma alçakları uğratma sakın;
Siper et gövdeni, dursun bu hayâsızca akın.
Doğacaktır sana va'dettiği günler Hakk'ın;
Kim bilir, belki yarın, belki yarından da yakın.

Bastığın yerleri toprak diyerek geçme, tanı:
Düşün altındaki binlerce kefensiz yatanı.
Sen şehit oğlusun, incitme, yazıktır, atanı:
Verme, dünyaları alsan da bu cennet vatanı.

Kim bu cennet vatanın uğruna olmaz ki feda?
Şüheda fışkıracak toprağı sıksan, şüheda!
Cânı, cânânı, bütün varımı alsın da Huda,
Etmesin tek vatanımdan beni dünyada cüda.

Ruhumun senden İlâhî, şudur ancak emeli:
Değmesin mabedimin göğsüne nâmahrem eli.
Bu ezanlar -ki şehadetleri dinin temeli-
Ebedî yurdumun üstünde benim inlemeli.

O zaman vecd ile bin secde eder -varsa- taşım,
Her cerîhamdan İlâhî, boşanıp kanlı yaşım,
Fışkırır ruh-ı mücerret gibi yerden na'şım;
O zaman yükselerek arşa değer belki başım.

Dalgalan sen de şafaklar gibi ey şanlı hilâl!
Olsun artık dökülen kanlarımın hepsi helâl.
Ebediyyen sana yok, ırkıma yok izmihlâl;
Hakkıdır hür yaşamış bayrağımın hürriyyet;
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl!

Mehmet Âkif Ersoy

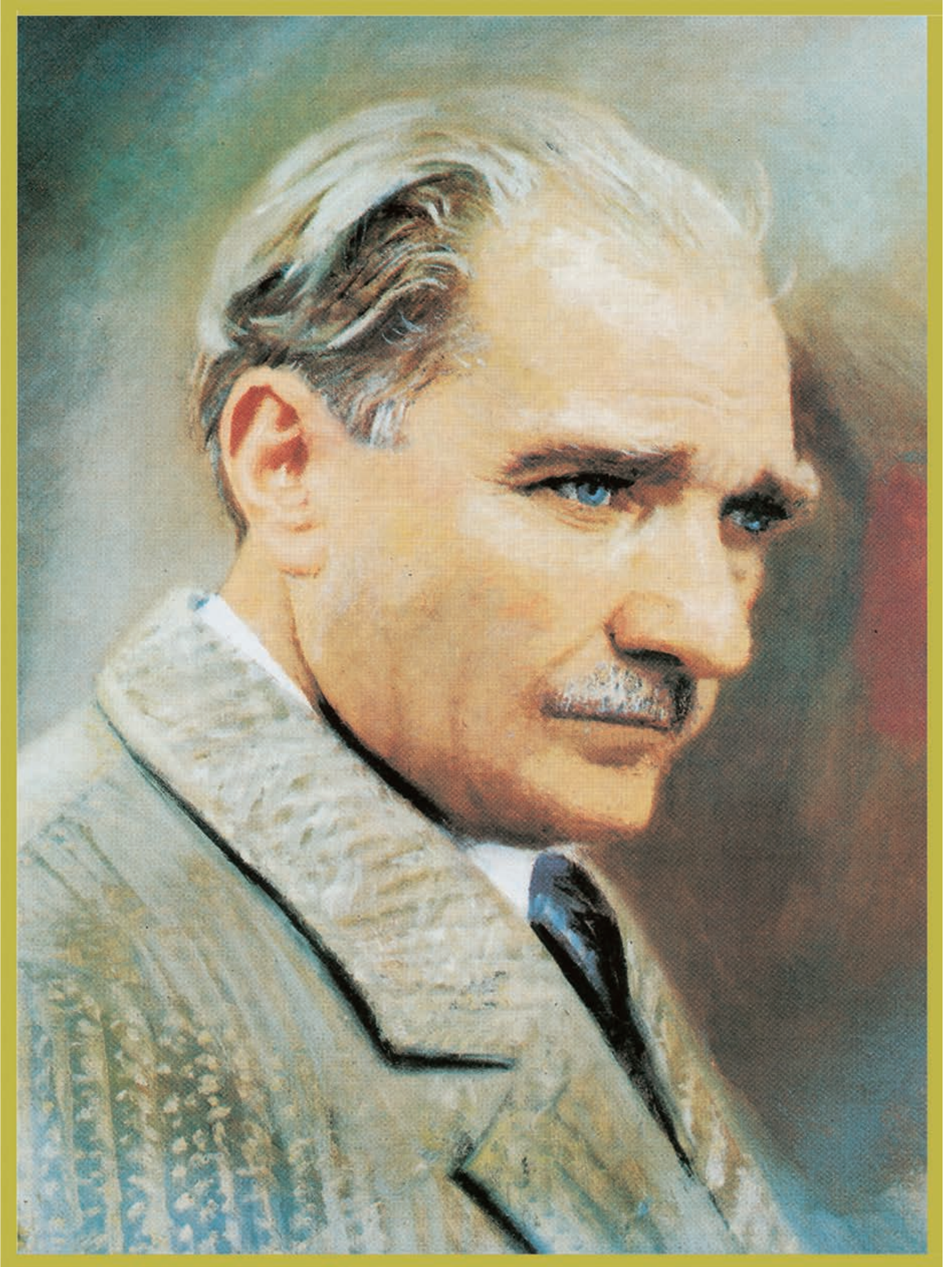
GENÇLİĞE HİTABE

Ey Türk gençliği! Birinci vazifen, Türk istiklâlini, Türk Cumhuriyetini, ilelebet muhafaza ve müdafaa etmektir.

Mevcudiyetinin ve istikbalinin yegâne temeli budur. Bu temel, senin en kıymetli hazinendir. İstikbalde dahi, seni bu hazineden mahrum etmek isteyecek dâhilî ve hâricî bedhahların olacaktır. Bir gün, istiklâl ve cumhuriyeti müdafaa mecburiyetine düşersen, vazifeye atılmak için, içinde bulunacağın vaziyetin imkân ve şeraitini düşünmeyeceksin! Bu imkân ve şerait, çok namüsait bir mahiyette tezahür edebilir. İstiklâl ve cumhuriyetine kastedecek düşmanlar, bütün dünyada emsali görülmemiş bir galibiyetin mümessili olabilirler. Cebren ve hile ile aziz vatanın bütün kaleleri zapt edilmiş, bütün tersanelerine girilmiş, bütün orduları dağıtılmış ve memleketin her köşesi bilfiil işgal edilmiş olabilir. Bütün bu şeraitten daha elîm ve daha vahim olmak üzere, memleketin dâhilinde iktidara sahip olanlar gaflet ve dalâlet ve hattâ hıyanet içinde bulunabilirler. Hattâ bu iktidar sahipleri şahsî menfaatlerini, müstevlîlerin siyasî emelleriyle tevhit edebilirler. Millet, fakr u zaruret içinde harap ve bîtap düşmüş olabilir.

Ey Türk istikbalinin evlâdı! İşte, bu ahval ve şerait içinde dahi vazifen, Türk istiklâl ve cumhuriyetini kurtarmaktır. Muhtaç olduğun kudret, damarlarındaki asil kanda mevcuttur.

Mustafa Kemal Atatürk



MUSTAFA KEMAL ATATÜRK

Kitabın dijital kopyalarında “İçindekiler” sayfasında başlıklar üzerine tıklayarak ilgili sayfalara, iç sayfalarda da Tema isimleri üzerine tıklayarak “İçindekiler” sayfasına ulaşabilirsiniz.

İçindekiler

Kitabın Tanıtımı

Temanın konu başlıkları

Tema sunumuna ve diğer e-içeriklere yönlendiren karekodlar

Temanın adı

Temanın işleniş sırası

Temanın kapsamı hakkında bilgi veren anahtar kavramlar

Temada kullanılan sembol ve gösterimler

4. TEMA

Eşlik ve Benzerlik

4.1. Geometrik Dönüşümler
4.2. İki Üçgenin Eş veya Benzer Olması İçin Gerekli Olan Asgari Koşullar
4.3. Bir Üçgenden Hareketle Ona Benzer Üçgenler Oluşturma
4.4. Tales, Öklid ve Pisagor Teoremleri
4.5. Eşlik ve Benzerlikle İlgili Problemler

Temada öğrenciden beklenen görev ve sorumlulukların belirtildiği alan

Temada öğrenme çıktıları bağlamında gerçekleştirilmesi beklenen beceriler

Temaya giriş niteliğinde, temanın diğer disiplinlerle ve gerçek yaşamla ilişkisini yansıtan alan

Önceki yıllarda edinilen, temanın gerektirdiği bilgi ve becerileri içeren çalışmaların bulunduğu alan

Ön Değerlendirme

1. Yanda verilen bölme işleminin nasıl gerçekleştirildiğini adım adım ifade ediniz.

Temaya ait öğrenme çıktısı

5.1. ALGORİTMA TEMELLİ YAKLAŞIMLARLA PROBLEM ÇÖZME

Merak uyandıran, önceki bilgi ve becerilerden temanın içerdiği bilgi ve becerilere geçişi sağlayan alan

Konuya Başlarken

İsviçreli matematikçi Leonhard Euler (Lörnırd Öyler), Pregel (Prigıl) Nehri üzerinde yedi köprünün yer aldığı Königsberg (Könisberk) şehrinde 1736'da bir yürüyüş rotası problemi

Tanım, kural veya özelliklerin hatırlatıldığı alan

Araştırmaya değer midir?

İlgilenilen grup (evren) açıkça görülmekte midir?

Evren: Araştırmanın kapsamında ele alınan araştırma sonuçlarının genellendiği topluluktur.

Tanım veya kuralların verildiği alan

Değişebilirlik kavramı, istatistiksel araştırma sürecinin merkezinde yer alır. İstatistiksel araştırmalarda toplanan verilerden yola çıkarak sonuçlara ulaşmak, değişebilirliği anlamak ve anlamlandırmakla ilgilidir. Değişebilirliğin dört farklı türü bulunmaktadır.

Süreç bileşenlerinin bir görev veya problem bağlamında işletildiği alan

1. Uygulama

Yansıma Dönüşümünün Özellikleri

Aşağıdaki yönergeleri takip ederek soruları cevaplayınız.

Tema ile ilgili çözümlü örneklerin sunulduğu alan

3. ÖRNEK

Aşağıda verilen önermenin doğruluğunu ispatlayınız.
"Bir ikizkenar üçgende üçgenin tepe noktasından çizilen kenarortay, aynı zamanda açıortay ve yüksekliktir."

Çözüm

Konu içinde çözümü öğrenciye bırakılan görevlerin yer aldığı alan

2. Sıra Sizde

Etkileşimli tahta veya bilgisayarda matematik yazılımını açınız. Öğretmeninizin rehberliğinde aşağıdaki adımları sırasıyla uygulayınız.

1. Araçlar bölümünden sırasıyla Çokgen ve Doğru araçlarını seçerek bir üçgen ve bir doğru oluşturunuz.

Soruya ait örnek çözümün yer aldığı alan

4. Verilen şekiller ile bu şekillerin öteleme dönüşümü altındaki görüntülerini karşılaştırarak varsayımlarınızı inceleyiniz. Ulaştığınız sonuçları Tablo 3'ün ilgili alanına örnekteki gibi yazınız.

Tablo 3

Özellik	Sonuçlar
ABCD dörtgeninin kenar uzunlukları ve iç açı ölçüleri	$\lvert AB\rvert = 7$ birim, $\lvert BC\rvert = 4\sqrt{2}$ birim, $\lvert CD\rvert = 3$ birim, $\lvert AD\rvert = 4$ birim, $m(\hat{A}) = 90°$, $m(\hat{B}) = 45°$, $m(\hat{C}) = 135°$, $m(\hat{D}) = 90°$

Ulaşılan bilgi, kural, önerme veya sonuçların özetlendiği alan

> **Kontrol Noktası**
> - Simetrik şekillerin simetri ekseni olan doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü ile şekil çakışıktır. Dolayısıyla şeklin düzlemdeki yeri ve yönü değişmez.
> - Bir şekil üzerindeki noktalar ile şeklin yansıma dönüşümü altındaki görüntüleri olan noktaları birleştiren doğru parçaları yansıma doğrusuna diktir. Dolayısıyla bu doğru parçaları birbirlerine paraleldir.

Tema ile ilgili araştırma ödevlerinin verildiği alan

> *Derecelendirme ölçeğine ulaşmak için karekodu okutunuz.*
>
> **Araştırma Ödevi**
>
> Aşağıda verilen adımları gerçekleştirerek araştırma ödevini zamanında ve eksiksiz olarak tamamlayınız.
> - Kişisel bilgilerin korunmasında kullanılan temel şifreleme algoritmalarını (AES, DES, RSA gibi) araştırınız.
> - Bu algoritmaların nasıl çalıştığını ve hangi tür veri güvenliği sağladığını inceleyiniz.
> - RSA dışında asal sayıları kullanmayan şifreleme yöntemlerini (eliptik eğri kriptografisi gibi) araştırınız.

Tema ile ilgili performans görevlerinin verildiği alan

> **Performans Görevi**
>
> **Süsleme Oluşturma**
>
> Bu görevde sizden motif oluşturmanız ve oluşturduğunuz motifler ile geometrik dönüşümleri kullanarak süsleme örneği tasarlamanız istenmektedir.

Tema ile ilgili proje ödevlerinin verildiği alan

> **Proje Ödevi**
>
> **Eşlik ve Benzerlikle İlgili Problem Çözme**
>
> Bu ödevde sizden eşlik ve benzerlikle ilgili 3 farklı problem durumu araştırmanız veya oluşturmanız, bu problemlerin çözümlerini yapmanız beklenmektedir.
>
> **Ödeve başlamadan önce aşağıdaki hususlara dikkat ediniz.**

Öğrenme çıktısı ile ilgili görevlerin bulunduğu alan

> **Alıştırmalar**
>
> 1. $|AD| = |BC|$ ve $|AB| = |DC|$ **olacak şekilde bir ABCD dörtgeni çiziniz.** $m(\widehat{DAB}) = m(\widehat{DCB})$
>
> 5. Aşağıdaki ABCD karesinde ADF ve ABE üçgen; $F \in [AB]$, $E \in [BC]$, $|AF| = |BE|$, $|DG| = 9$ cm,

Tema ile ilgili ölçme ve değerlendirme çalışmalarının yer aldığı alan

> **Ölçme ve Değerlendirme**
>
> *Bu bölümde cevaplamanız için farklı soru tiplerinde 21 adet soru bulunmaktadır.*
> *Ölçme ve değerlendirme bölümünün sonunda verilen karekodu okutarak ek sorulara ulaşabilirsiniz.*
>
> 1. Şekil 1'de birim kareler üzerinde dik kesişen d ve k doğruları, birbirine eş iki kare ve Selçuklu
>
> 2. Aşağıda görseli verilen pervane modelinin kanatları ikizkenar üçgen şeklinde tasarlanmış-

Temada öğrenilenlerin not edilmesi için ayrılan alan

> **Farklı Kaydet**
>
> Bu temada öğrendiğiniz bilgileri kendi hatırlayacağınız şekilde bu alana kısaca not edebilirsiniz.

Konu ile ilgili kişi, kurum ve olaylar hakkında önemli tarihsel bilgilerin yer aldığı alan

> **Matematik Tarihinden Notlar**
>
> **Kindi (801-873)**
>
> MS 801 yılında babasının vali olduğu Küfe'de doğan Kindi, eğitimini Bağdat'ta almıştır. Felsefe, tıp, astronomi, matematik, dil bilimi, müzik gibi birçok alanda başarı göstermiştir. Farklı alanlarda zengin bir bilgi birikimine sahip olan Kindi, şifrelenmiş metinlerin çözümlenmesini konu alan el yazması bir eser bırakmıştır. Günümüzde İstanbul'daki Süleymaniye Yazma Eser Kütüphanesinde yer alan bu eserde Kindi, başlıca şifreleme sistemi türlerini ağaç şeması kullanarak sınıflandırmıştır. Bu yönüyle Kindi, ağaç şemalarını ilk kullanan bilim insanı olmuştur.

SEMBOLLERİN AÇIKLAMASI

Başlarken 

Konuya Başlarken 

Kontrol Noktası 

Farklı Kaydet 

Çalışmanın bittiği yer 

Uygulamanın başladığı yer 

Uygulamanın bittiği yer 

Bireysel uygulama 

Grup uygulaması 

Rehberli uygulama 

Ders öncesi hazırlık gerektiren çalışma 

Hesap makinesi gerektiren soru 

Ön Değerlendirme 

Sonraki sayfada devam eden çalışma 

Önceki sayfadan devam eden çalışma 

Alıştırmalar, Ölçme ve Değerlendirme 

4.
TEMA

Eşlik ve Benzerlik

4.1. Geometrik Dönüşümler
4.2. İki Üçgenin Eş veya Benzer Olması İçin Gerekli Olan Asgari Koşullar
4.3. Bir Üçgenden Hareketle Ona Benzer Üçgenler Oluşturma
4.4. Tales, Öklid ve Pisagor Teoremleri
4.5. Eşlik ve Benzerlikle İlgili Problemler

▶ **Anahtar Kavramlar**

- benzerlik
- dönme dönüşümü
- eşlik
- Öklid teoremi
- Pisagor teoremi
- Tales teoremi

▶ **Sembol ve Gösterimler**

- $\cong$
- $\sim$

▶ **Bu temada sizden**

- geometrik dönüşümlerle ilgili çıkarım yapabilmeniz,
- iki üçgenin eş veya benzer olması için gerekli olan asgari koşullarla ilgili çıkarım yapabilmeniz,
- bir üçgenden hareketle ona benzer üçgenler oluşturma ile ilgili yansıtma yapabilmeniz,
- Tales, Öklid ve Pisagor teoremlerini ispatlayabilmeniz,
- eşlik ve benzerlikle ilgili çıkarım ve teoremleri içeren problemleri çözebilmeniz

beklenmektedir.

Tema boyunca sizden çalışma kâğıtlarındaki soruları çözmeniz, performans görevlerini yerine getirmeniz, ölçme ve değerlendirme sorularını çözmeniz beklenmektedir.



Tema karekodu



Tema sunusuna ulaşmak için karekodu okutunuz.

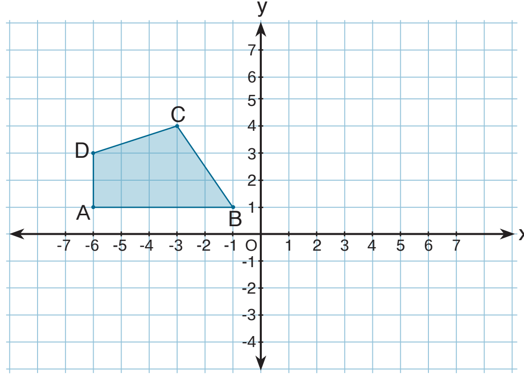
Başlarken

Eş ve benzer geometrik şekillerle günlük hayatın birçok alanında karşılaşılmaktadır. Örneğin eş ve benzer geometrik şekillere geometrik dönüşümler uygulanarak süslemeler yapılmakta veya sanat eserleri üretilmekte, bazı mimari yapıların belli oranda küçültülmüş maketleri yapılmakta, gerçek boyutların büyük oranlarda küçültülmesi ile haritalar oluşturulmaktadır.



Ön Değerlendirme

1. Aşağıda ABCD dörtgeni dik koordinat sistemi üzerinde gösterilmiştir.



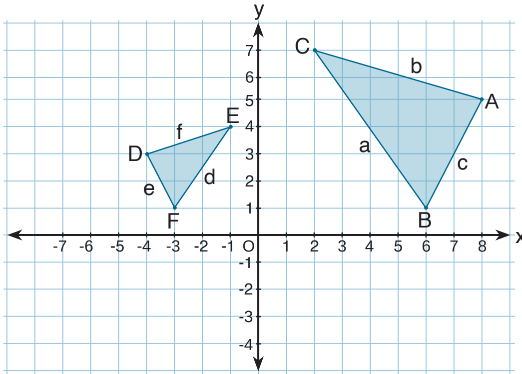
Buna göre aşağıdaki ifadelerde boş bırakılan alanları tamamlayınız.

a) ABCD dörtgeni 5 birim sağa, 2 birim aşağı ötelenirse A noktasının ötelenmesi sonucunda oluşan A' noktasının koordinatları (…, …) olur.

b) ABCD dörtgenine y eksenine göre yansıma dönüşümü uygulanırsa C noktasının görüntüsü olan C' noktasının koordinatları (…, …) olur.

c) ABCD dörtgenine x eksenine göre yansıma dönüşümü uygulandıktan sonra dörtgen 2 birim sola ve 1 birim yukarıya ötelenirse B noktasının dönüşümler sonucunda oluşan görüntüsünü ifade eden B' noktasının koordinatları (…, …) olur.

2. Aşağıda ABC ve DEF üçgenleri ve kenar uzunlukları dik koordinat sistemi üzerinde gösterilmiştir.

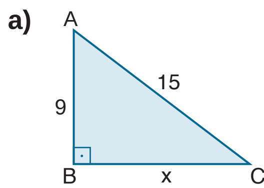


İfadeler	D/Y	Yanlış İfadelerin Doğru Biçimleri
$\frac{a}{d} = \frac{b}{e}$		
$m(\widehat{E}) = m(\widehat{C})$		
$\frac{a+b+c}{d+e+f} = \frac{a}{d}$		
$\overset{\frown}{ABC} \sim \overset{\frown}{DFE}$		

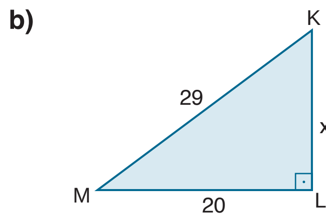
Buna göre yukarıdaki tabloda yer alan ifadelerden doğru olanların karşısına "D", yanlış olanların karşısına "Y" yazınız. Yanlış olduğunu düşündüğünüz ifadenin doğru biçimini tablonun ilgili sütununa yazınız.

3. Aşağıdaki dik üçgenlerde x ile belirtilen kenar uzunluklarını hesaplayınız.

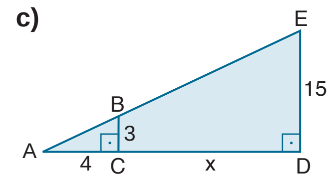
a)



b)



c)



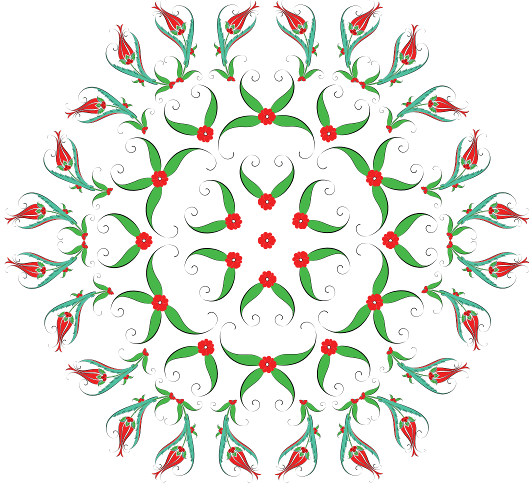
4.1. GEOMETRİK DÖNÜŞÜMLER

Konuya Başlarken

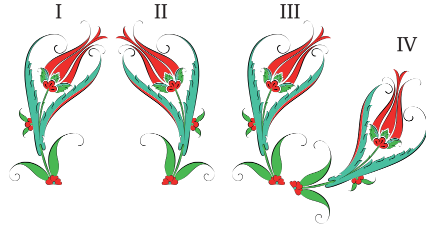


Türk-İslam kültüründe bitki ve çiçek desenleri medrese, cami, saray gibi birçok mimari eserde süsleme amacıyla sıkça kullanılmıştır. Osmanlı Dönemi'nde özellikle lale deseni İznik üretimi çini ve seramiklerde farklı kompozisyonlarla öne çıkmış ve dönemin mimari eserlerini süslemiştir.

Görsel 1'de lalenin ana desen olarak kullanıldığı süsleme örneği, Görsel 2'de süsleme örneğinin bir parçasında yer alan lale desenleri numaralandırılarak verilmiştir.



Görsel 1: *Lale deseninin kullanıldığı süsleme örneği*



Görsel 2: *Süsleme örneğinin bir parçası*

Görselleri inceleyerek aşağıdaki soruların cevaplarına ilişkin fikirlerinizi sınıf arkadaşlarınızla paylaşınız.

1. Görsel 1'de verilen süsleme örneği oluşturulurken hangi geometrik dönüşümlerin kullanıldığına ilişkin fikirlerinizi belirtiniz.
2. Görsel 2'de yer alan III numaralı deseni elde etmek için I numaralı desene sırasıyla hangi geometrik dönüşüm veya dönüşümlerin uygulandığını belirtiniz.
3. I numaralı desene tek bir dönüşüm uygulanarak III numaralı desenin elde edilmesinin mümkün olup olmadığını, mümkünse hangi geometrik dönüşümün uygulanabileceğini belirtiniz.
4. İkinci ve üçüncü sorulara verdiğiniz cevapları değerlendirerek III numaralı deseni elde etmek için I numaralı desene uygulanan geometrik dönüşümlerin arasında nasıl bir ilişki olduğunu belirtiniz.
5. Görsel 2'de yer alan IV numaralı deseni elde etmek için II numaralı desene sırasıyla hangi geometrik dönüşüm veya dönüşümlerin uygulandığını belirtiniz.
6. Dördüncü soruya verdiğiniz cevaplardan hareketle II numaralı desene tek bir geometrik dönüşüm uygulanarak IV numaralı desenin elde edilmesinin mümkün olup olmadığını II ve IV numaralı desenleri karşılaştırarak belirtiniz.

Düzlemde bir şekli hareket ettirmek için geometrik dönüşümler kullanılır. Bu dönüşümler sayesinde şekil üzerindeki noktalar düzlemdeki başka noktalara bire bir eşlendiğinden tek bir şekil kullanılarak o şekle eş yeni şekiller elde edilir. Bu süreçte kullanılan geometrik dönüşümler; yansıma, öteleme ve dönme dönüşümleridir. Şekil ile bu şeklin geometrik dönüşümler sonucu oluşan görüntüleri estetik bir görünüş sağladığından mimaride, görsel sanatlarda, süsleme sanatlarında ve dekorasyonda geometrik dönüşümlerden sıklıkla faydalanılır.

Yansıma Dönüşümü ve Özellikleri

Düzlemde bir şeklin bir doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü, şekil üzerindeki noktaların verilen doğruya göre simetriği olan noktalar belirlenerek oluşturulur. Şeklin değişen ve değişmeyen özellikleri ile yansıma dönüşümünün özellikleri, düzlemde verilen şekiller ve şekillerin bir doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüleri karşılaştırılarak belirlenebilir.

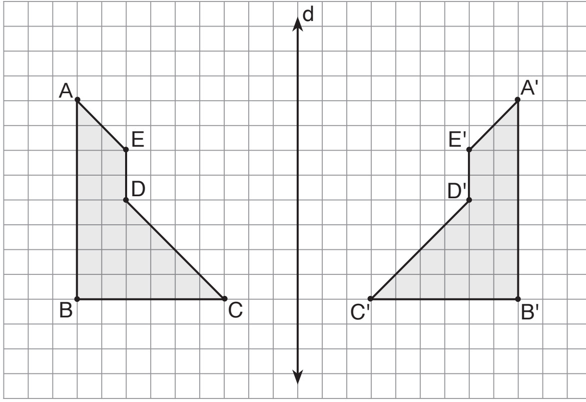
1. Uygulama

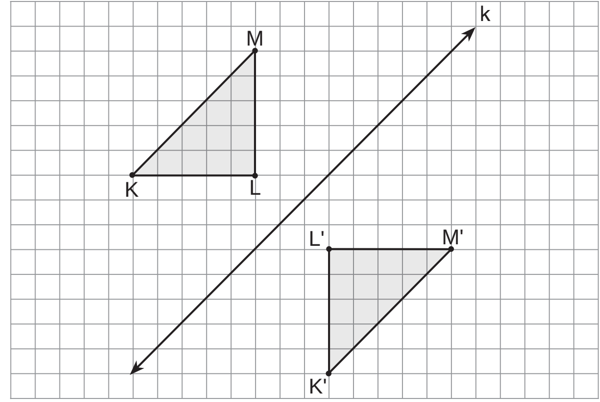


Yansıma Dönüşümünün Özellikleri

Aşağıdaki yönergeleri takip ederek soruları cevaplayınız.

Birim kareli zemin üzerinde ABCDE bölgesinin d doğrusuna göre, KLM bölgesinin k doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüleri verilmiştir. ABCDE ve KLM bölgelerinin belirtilen doğrulara göre yansıma dönüşümleri altındaki görüntüleri sırasıyla A'B'C'D'E' ve K'L'M' bölgeleridir.





1. Verilen şekillerin d ve k doğrularına göre yansıma dönüşümü sonrasında değişen ve değişmeyen özelliklerinin neler olabileceğine ilişkin fikirlerinizi yazınız. Fikirlerinizi sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.

2. Tablo 1'de şekillere ait özellikler verilmiştir. Belirtilen özelliklerin şekillerin verilen doğrulara göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüleri olan şekillerde değişip değişmediğine ilişkin varsayımlarınızı tablonun ilgili alanına örnekteki gibi yazınız. Şekil üzerindeki bir noktanın görüntüsü olan noktaya uzaklığı ile şekil ve görüntüsünün yansıma doğrusuna uzaklıkları arasında bir ilişki olup olmadığını sözlü olarak ifade ediniz.

Tablo 1

Özellik	Varsayım
Şeklin kenar uzunlukları	Değişmez.
Şeklin iç açı ölçüleri	
Şeklin çevre uzunluğu	
Şeklin alanı	
Şekil üzerindeki herhangi bir nokta ile bu noktanın görüntüsü arasındaki uzaklık	
Şekil ile görüntüsünün yansıma doğrusuna uzaklığı	

3. Verilen şekiller ile bu şekillerin d ve k doğrularına göre yansıma dönüşümü altındaki görüntülerini karşılaştırarak varsayımlarınızı inceleyiniz. Ulaştığınız sonuçları Tablo 2'nin ilgili alanına örnekteki gibi yazınız.

Tablo 2

Özellik	Sonuçlar
ABCDE beşgeninin kenar uzunlukları ve iç açı ölçüleri	$\lvert AB\rvert = 8$ birim, $\lvert BC\rvert = 6$ birim, $\lvert CD\rvert = 4\sqrt{2}$ birim, $\lvert DE\rvert = 2$ birim, $\lvert EA\rvert = 2\sqrt{2}$ birim, $m(\widehat{A}) = 45^{o}$, $m(\widehat{B}) = 90^{o}$, $m(\widehat{C}) = 45^{o}$, $m(\widehat{D}) = 225^{o}$, $m(\widehat{E}) = 135^{o}$
A'B'C'D'E' beşgeninin kenar uzunlukları ve iç açı ölçüleri	
KLM üçgeninin kenar uzunlukları ve iç açı ölçüleri	
K'L'M' üçgeninin kenar uzunlukları ve iç açı ölçüleri	
ABCDE beşgeninin çevre uzunluğu ve alanı	
A'B'C'D'E' beşgeninin çevre uzunluğu ve alanı	
KLM üçgeninin çevre uzunluğu ve alanı	
K'L'M' üçgeninin çevre uzunluğu ve alanı	
ABCDE beşgeni üzerindeki A, B, C, D, E noktalarının görüntüleri olan noktalara uzaklıkları	
KLM üçgeni üzerindeki K, L, M noktalarının görüntüleri olan noktalara uzaklıkları	
ABCDE beşgeni üzerindeki A, B, C, D, E noktaları ile bunların görüntüleri olan noktaların yansıma doğrusuna uzaklıkları	
KLM üçgeni üzerindeki K, L, M noktaları ile bunların görüntüleri olan noktaların yansıma doğrusuna uzaklıkları	

Tablo 2'ye yazdığınız sonuçları arkadaşlarınızın sonuçlarıyla karşılaştırarak tartışınız. Şekiller ve görüntüleri ile yansıma dönüşümünün özelliklerine ilişkin genellemeleri örnekteki gibi yazınız.

Şeklin kenar uzunlukları ile bir doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün kenar uzunlukları eşittir.

4. 2. adımda oluşturduğunuz varsayımlarınızla genellemelerinizi karşılaştırmak için bilgisayar veya etkileşimli tahtada matematik yazılımını açınız. Aşağıda verilen adımları sırasıyla uygulayınız.

1. **Araçlar** bölümünden sırasıyla **Çokgen** ve **Doğru** araçlarını seçerek bir çokgen ve bir doğru oluşturunuz.

Matematik yazılımı ile ilgili videoya ulaşmak için karekodu okutunuz.



2. **Dönüşüm** bölümünden **Doğruda Yansıt** aracını seçerek oluşturduğunuz çokgenin çizdiğiniz doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü oluşturunuz.
3. **Ölçüm** bölümünden sırasıyla **Uzaklık veya Uzunluk, Açı, Alan** araçlarını seçerek oluşturduğunuz çokgenin ve yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün kenar uzunluklarını, açı ölçülerini, alanlarını belirleyiniz.
4. **Araçlar** bölümünden **Doğru Parçası** aracını seçerek oluşturduğunuz çokgenin köşe noktalarını ve bu noktaların yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü oluşturan noktaları birleştiriniz.



5. **Ölçüm** bölümünden **Uzaklık veya Uzunluk** aracını seçerek 4. adımda oluşturduğunuz doğru parçalarının uzunluklarını ve çokgenin köşe noktalarının yansıma doğrusuna uzaklıklarını belirleyiniz.
6. Şeklin köşe noktaları için 5. adımda yaptığınız ölçümleri şekil üzerindeki farklı noktalar için de yapınız.
7. Oluşturduğunuz çokgeni sürükleyerek ve çokgenin köşe noktalarını hareket ettirerek 3 ve 5. adımlarda yaptığınız ölçümlerin değişimini gözlemleyiniz.

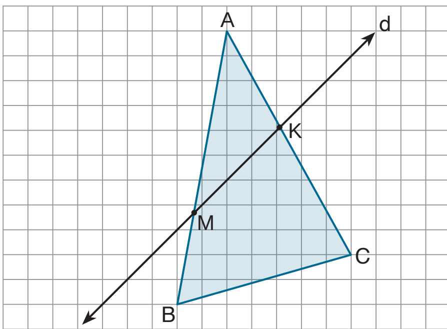
5. Farklı şekiller ve bu şekillerin bir doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntülerini de matematik yazılımında oluşturarak incelemeler yapınız. Yaptığınız incelemelerden hareketle genellemelerinizin her birini bir önerme olarak örnekteki gibi yazınız.

   Yansıma dönüşümü, noktalar arası uzaklıkları korur.

6. Önermelerinizi değerlendirerek bir şekle ait geometrik özelliklerden hangilerinin yansıma dönüşümünün koruduğu özellikler arasında yer aldığını yazınız. Yansıma dönüşümünün koruduğu özellikler ve elde ettiğiniz diğer önermeler sonucunda bir şekil ile bu şeklin bir doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün eş olup olmadığına ilişkin fikirlerinizi yazarak sınıf arkadaşlarınızla paylaşınız.

Yansıma dönüşümü, düzlemdeki tüm noktaları düzlemdeki tüm noktalara dönüştüren ve noktalar arası uzaklığı koruyan bir dönüşümdür. Bir şekle bir doğruya göre yansıma dönüşümü uygulandığında bu doğru, **yansıma doğrusu** olarak adlandırılır. Şekil üzerindeki bir noktanın ve görüntüsünün yansıma doğrusuna uzaklığı eşittir. Bir şekil ile şeklin bir doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü eştir.

1. ÖRNEK



Yandaki birim kareli zeminde ABC üçgensel bölgesi ve d doğrusu verilmiştir. Doğru, üçgenin kenarlarını K ve M noktalarında kesmektedir. Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) ABC üçgensel bölgesinin d doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü oluşturunuz.

b) Şekil üzerindeki noktaların d doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntülerinin ABC üçgeninin hangi bölgesinde olduğunu ve bu durumun nedenini açıklayınız.

c) Açıklamanızdan hareketle bir genelleme oluşturunuz. Ardından genellemenizi önerme olarak ifade ediniz.

ç) K ve M noktalarının d doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntülerini belirleyiniz. K ve M noktaları ile bu noktaların görüntüleri arasındaki ilişkiyi açıklayınız.

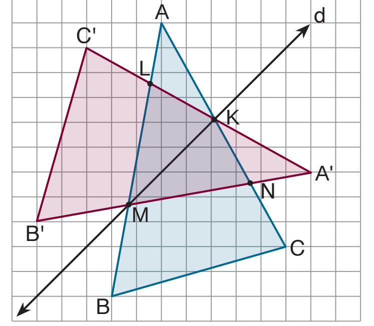
d) d doğrusu üzerindeki K ve M noktaları ile bu noktaların görüntülerine dair belirlediğiniz ilişkiyi sağlayan başka noktaların olup olmadığını açıklayınız.

e) Açıklamanızdan hareketle bir genelleme oluşturunuz. Genellemenizi önerme olarak ifade ediniz.

Çözüm

a) ABC üçgensel bölgesinin d doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü A'B'C' üçgensel bölgesidir.

b) ABC üçgensel bölgesindeki bazı noktaların d doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü ABC üçgeninin iç bölgesindedir. Bu noktalar KLMN dörtgensel bölgesini oluşturur. Şekil üzerindeki bazı noktaların görüntüsünün yine şekil üzerinde olmasının nedeni yansıma doğrusu ile şeklin kesişmesidir. Şekil üzerindeki bazı noktaların görüntüleri ise ABC üçgeninin dış bölgesinde yer almaktadır. Bu noktalar, ALK ve BMNC bölgelerinde yer alan noktalardır.



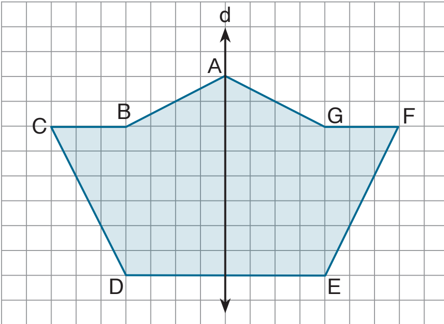
c) Bu durum “Bir şekle şekli kesen bir doğruya göre yansıma dönüşümü uygulandığında şekil üzerindeki bazı noktaların görüntüleri yine şekil üzerindedir.” ifadesiyle genellenebilir. Bu genelleme “Bir şekle şekli kesen bir doğruya göre yansıma dönüşümü uygulandığında şekil ile görüntüsü kesişir.” önermesi ile ifade edilir.

ç) K ve M noktalarının yansıma dönüşümü altındaki görüntüleri sırasıyla K ve M noktalarıdır. Noktalar ve bunların yansıma dönüşümü altındaki görüntüleri çakışıktır.

d) d doğrusu üzerindeki $[KM]$nın tüm noktalarının görüntüleri kendileridir.

e) Bu durum “Bir şekle şekli kesen bir doğruya göre yansıma dönüşümü uygulandığında şekil ile yansıma doğrusunun kesiştiği noktaların görüntüleri kendileridir.” ifadesiyle genellenebilir. Bu genelleme “Bir şeklin yansıma doğrusu üzerindeki noktaları ve bu noktaların yansıma dönüşümü altındaki görüntüleri çakışıktır.” önermesi ile ifade edilir.

1. Sıra Sizde

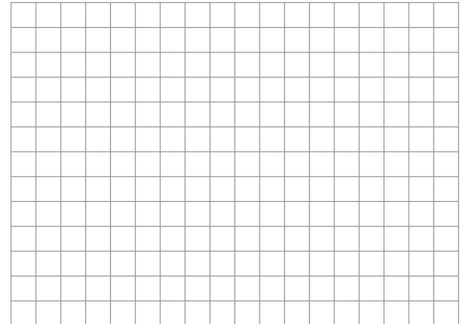


Yandaki birim kareli zeminde d doğrusu ve ABCDEFG çokgensel bölgesi verilmiştir.

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Şeklin köşe noktalarının ve kenarlarının d doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüleri olan nokta ve kenarları yazınız.

b) Çokgensel bölgenin d doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü yandaki birim kareli zemine çiziniz.





c) Şekil ile bu şeklin d doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü karşılaştırınız. Şekil ile bu şeklin d doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü arasında nasıl bir ilişki olduğunu ve bu ilişkinin nedenini açıklayınız.

ç) Şekil ile şeklin görüntüsü arasındaki ilişkiden hareketle genelleme oluşturunuz. Oluşturduğunuz genellemeyi önerme olarak ifade ediniz.

d) İfade ettiğiniz önermeyi doğrulayan geometrik şekillere örnekler veriniz. Örnek verdiğiniz geometrik şekilleri ve bu şekillere ait yansıma doğrularını çiziniz.

2. Sıra Sizde

Etkileşimli tahta veya bilgisayarda matematik yazılımını açınız. Öğretmeninizin rehberliğinde aşağıdaki adımları sırasıyla uygulayınız.

1. **Araçlar** bölümünden sırasıyla **Çokgen** ve **Doğru** araçlarını seçerek bir üçgen ve bir doğru oluşturunuz.
2. **Dönüşüm** bölümünden **Doğruda Yansıt** aracını seçerek oluşturduğunuz üçgenin doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü oluşturunuz.
3. **Araçlar** bölümünden **Doğru Parçası** aracını seçerek 1. adımda oluşturduğunuz üçgenin köşe noktaları ile bu noktaların görüntülerini birleştiriniz.
4. **Ölçüm** bölümünden **Açı** aracını seçerek 3. adımda oluşturduğunuz doğru parçaları ile yansıma doğrusu arasındaki açıların ölçülerini belirleyiniz.
5. Şeklin köşe noktaları için 3 ve 4. adımlarda yaptığınız işlem ve ölçümleri şekil üzerindeki farklı noktalar ve görüntüleri için de yapınız.
6. **Yaptığınız çizimden hareketle aşağıdaki soruları cevaplayınız.**

a) 4 ve 5. adımlarda belirlediğiniz açı ölçüleri arasındaki ilişkiyi yazınız.

b) 3. adımda oluşturduğunuz doğru parçaları arasındaki ilişkiyi yazınız.

c) 1. adımda oluşturduğunuz üçgeni sürükleyerek a ve b sorularında ifade ettiğiniz ilişkilerin geçerli olup olmadığını açıklayınız.

ç) Yansıma doğrusunu hareket ettirerek a ve b sorularında ifade ettiğiniz ilişkilerin geçerli olup olmadığını açıklayınız.

Kontrol Noktası 

- Simetrik şekillerin simetri ekseni olan doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü ile şekil çakışıktır. Dolayısıyla şeklin düzlemdeki yeri ve yönü değişmez.
- Bir şekil üzerindeki noktalar ile şeklin yansıma dönüşümü altındaki görüntüleri olan noktaları birleştiren doğru parçaları yansıma doğrusuna diktir. Dolayısıyla bu doğru parçaları birbirlerine paraleldir.

Öteleme Dönüşümü ve Özellikleri

Düzlemde bir şeklin belirli bir uzaklık ve yönde öteleme dönüşümü altındaki görüntüsü, şekil üzerindeki tüm noktaların verilen yön ve uzaklıkta ilerletilmesiyle oluşturulur. Şeklin değişen ve değişmeyen özellikleri ile öteleme dönüşümünün özellikleri, düzlemde verilen şekiller ve şekillerin öteleme dönüşümü altındaki görüntüleri karşılaştırılarak belirlenebilir.

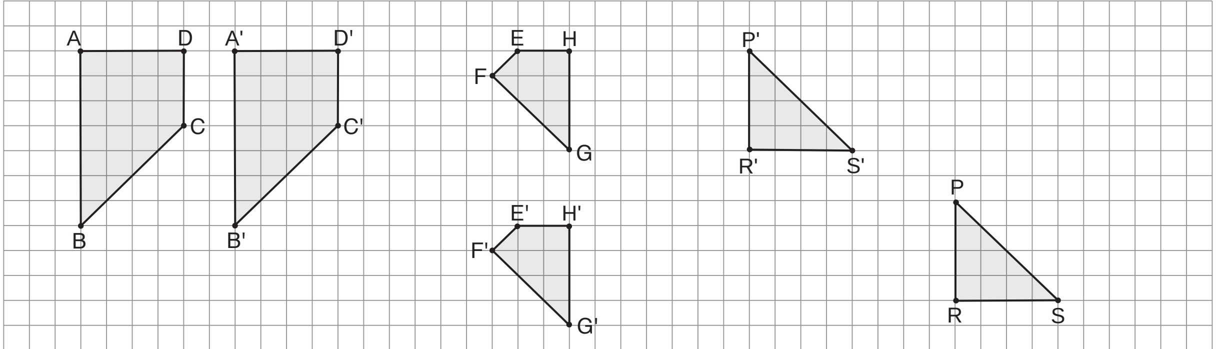
2. Uygulama



Öteleme Dönüşümünün Özellikleri

Aşağıdaki yönergeleri takip ederek soruları cevaplayınız.

Birim kareli zeminde ABCD, EFGH ve PRS bölgelerinin belirli doğrultu, yön ve uzaklıklarda ötelenmesi ile oluşturulmuş görüntüleri verilmiştir. ABCD, EFGH ve PRS bölgelerinin öteleme dönüşümleri altındaki görüntüleri sırasıyla A'B'C'D', E'F'G'H' ve P'R'S' bölgeleridir.



1. Verilen şekiller ile öteleme dönüşümü altındaki görüntülerini inceleyerek şekillerin hangi doğrultu (yatay-dikey) ve yönlerde (sağ-sol, yukarı-aşağı) kaç birim ötelendiğini bulunuz. Hem yatay hem de dikey doğrultuda öteleme dönüşümü uygulanan şekil olup olmadığını belirleyiniz. Cevaplarınızdan hareketle Tablo 1'in ilgili alanlarını uygun ifadelerle doldurunuz.

Tablo 1

Şekil	Öteleme Doğrultusu	Öteleme Yönü	Öteleme Miktarı
ABCD			
EFGH			
$\widehat{PRS}$			

2. Şekillerin belirlediğiniz öteleme dönüşümleri sonrasında değişen ve değişmeyen özelliklerinin neler olabileceğine ilişkin fikirlerinizi yazınız. Fikirlerinizi sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.



3. Tablo 2'de şekillere ait özellikler verilmiştir. Belirtilen özelliklerin şekillerin öteleme dönüşümü altındaki görüntüleri olan şekillerde değişip değişmediğine ilişkin varsayımlarınızı tablonun ilgili alanına örnekteki gibi yazınız. Şekil üzerindeki noktalar ile bu noktaların görüntülerine uzaklıkları arasında bir ilişki olup olmadığını sözlü olarak ifade ediniz.

Tablo 2

Özellik	Varsayım
Şeklin kenar uzunlukları	Değişmez.
Şeklin iç açı ölçüleri	
Şeklin çevre uzunluğu	
Şeklin alanı	
Şekil üzerindeki herhangi bir nokta ile bu noktanın görüntüsü arasındaki uzaklık	
Şeklin düzlemdeki yeri	

4. Verilen şekiller ile bu şekillerin öteleme dönüşümü altındaki görüntülerini karşılaştırarak varsayımlarınızı inceleyiniz. Ulaştığınız sonuçları Tablo 3'ün ilgili alanına örnekteki gibi yazınız.

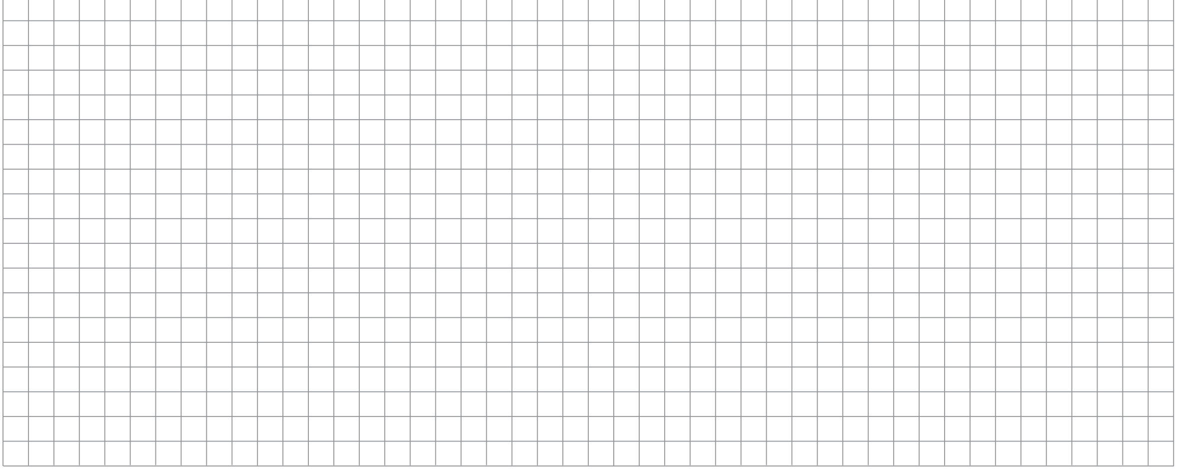
Tablo 3

Özellik	Sonuçlar
ABCD dörtgeninin kenar uzunlukları ve iç açı ölçüleri	$\|AB\| = 7$ birim, $\|BC\| = 4\sqrt{2}$ birim, $\|CD\| = 3$ birim, $\|AD\| = 4$ birim $m(\widehat{A}) = 90°$, $m(\widehat{B}) = 45°$, $m(\widehat{C}) = 135°$, $m(\widehat{D}) = 90°$
A'B'C'D' dörtgeninin kenar uzunlukları ve iç açı ölçüleri	
EFGH dörtgeninin kenar uzunlukları ve iç açı ölçüleri	
E'F'G'H' dörtgeninin kenar uzunlukları ve iç açı ölçüleri	
PRS üçgeninin kenar uzunlukları ve iç açı ölçüleri	
P'R'S' üçgeninin kenar uzunlukları ve iç açı ölçüleri	
ABCD dörtgeninin çevre uzunluğu ve alanı	
A'B'C'D' dörtgeninin çevre uzunluğu ve alanı	
EFGH dörtgeninin çevre uzunluğu ve alanı	
E'F'G'H' dörtgeninin çevre uzunluğu ve alanı	
PRS üçgeninin çevre uzunluğu ve alanı	
P'R'S' üçgeninin çevre uzunluğu ve alanı	
ABCD dörtgeni üzerindeki A, B, C, D noktalarının görüntüleri olan noktalara uzaklıkları	
EFGH dörtgeni üzerindeki E, F, G, H noktalarının görüntüleri olan noktalara uzaklıkları	
PRS üçgeni üzerindeki P, R, S noktalarının görüntüleri olan noktalara uzaklıkları	

Tablo 3'e yazdığınız sonuçları arkadaşlarınızın sonuçlarıyla karşılaştırarak tartışınız. Şekiller ve görüntüleri ile öteleme dönüşümünün özelliklerine ilişkin genellemeleri örnekteki gibi yazınız.

Şeklin kenar uzunlukları ile öteleme dönüşümü altındaki görüntüsünün kenar uzunlukları eşittir.

5. Aşağıdaki birim kareli zeminde farklı şekiller oluşturunuz. Oluşturduğunuz şekillere belirlediğiniz yön, doğrultu ve uzaklıkta öteleme dönüşümü uygulayınız. Şekilleri ve şekillerin görüntülerini inceleyerek varsayımlarınızı genellemelerinizle karşılaştırınız. Genellemelerinizin oluşturduğunuz şekiller ve öteleme dönüşümleri için doğru olup olmadığını açıklayınız.



6. 5. adımda yaptığınız incelemelerden hareketle genellemelerinizin her birini bir önerme olarak örnekteki gibi yazınız.

Öteleme dönüşümü, noktalar arası uzaklıkları korur.

7. Önermelerinizi değerlendirerek bir şekle ait geometrik özelliklerden öteleme dönüşümünün koruduğu özellikleri yazınız. Öteleme dönüşümünün koruduğu özellikler ve elde ettiğiniz diğer önermeler sonucunda bir şekil ile bu şeklin öteleme dönüşümü altındaki görüntüsünün eş olup olmadığına ilişkin fikirlerinizi yazarak sınıf arkadaşlarınızla paylaşınız.

8. Öteleme dönüşümünün özelliklerine ilişkin önermelerinizi yansıma dönüşümünün özellikleri ile karşılaştırarak bu dönüşümlerin özellikleri arasındaki benzerlik ve farklılıkları Tablo 4'ün ilgili alanına yazınız.

Tablo 4

Yansıma ve Öteleme Dönüşümlerinin Benzer Özellikleri	Yansıma ve Öteleme Dönüşümlerinin Farklı Özellikleri

9. Tablo 4'ten hareketle bir şekil ve şeklin dönüşüm altındaki görüntüsünün kenar uzunlukları veya açı ölçüleri eşit ise şekle uygulanan dönüşümün yansıma mı yoksa öteleme mi olduğunun anlaşılıp anlaşılamayacağına dair fikirlerinizi yazınız.

10. Şekil üzerindeki tüm noktalar ile bu noktaların görüntüleri arasındaki uzaklık eşit ise şekle hangi dönüşümün uygulandığına karar verilip verilemeyeceğine dair fikirlerinizi yazınız.

11. Bir şekle yansıma ve öteleme dönüşümlerinden hangisinin uygulandığının nasıl tespit edilebileceğine ilişkin fikirlerinizi açıklayınız. Fikirlerinizi sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.

Kontrol Noktası 

- Öteleme dönüşümü; düzlemdeki tüm noktaları belirli bir doğrultu, uzaklık ve yönde bulunan tüm noktalara dönüştüren bir dönüşümdür.
- Bir şekle öteleme dönüşümü uygulandığında şeklin düzlemdeki yeri değişir.
- Şekil üzerindeki tüm noktalar öteleme dönüşümü altındaki görüntüleri olan noktalara eşit uzaklıktadır. Bu nedenle şeklin yönü değişmez.
- Bir şeklin öteleme dönüşümü altındaki görüntüsü ile şekil eştir.
- Öteleme dönüşümünün bileşenleri; dönüşümün uygulandığı belirli doğrultu, yön ve uzaklıktır.

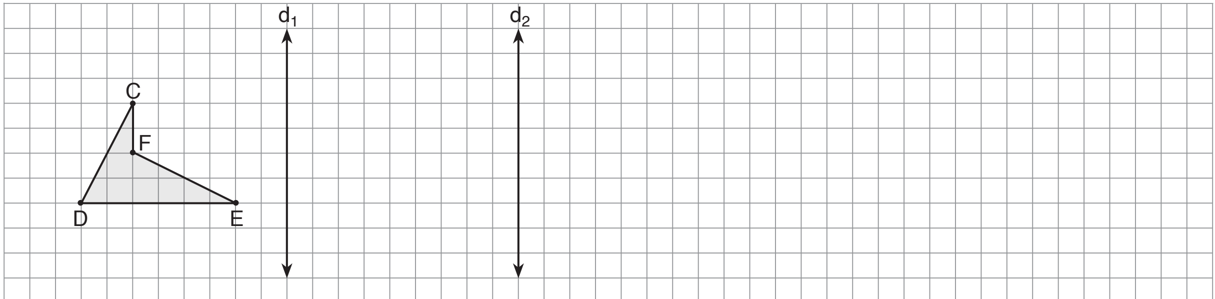
3. Uygulama



Yansıma ve Öteleme Dönüşümleri Arasındaki İlişki

Aşağıdaki yönergeleri takip ederek soruları cevaplayınız.

Aşağıdaki birim kareli zeminde CDEF bölgesi ile birbirine paralel d_1 ve d_2 doğruları verilmiştir.



1. CDEF bölgesinin d_1 doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü C'D'E'F' ve C'D'E'F' bölgesinin d_2 doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü C''D''E''F'' olmak üzere C'D'E'F' ve C''D''E''F'' bölgelerini yukarıda verilen birim kareli zemin üzerinde oluşturunuz.

2. CDEF bölgesine tek bir dönüşüm uygulanarak C"D"E"F" bölgesinin elde edilip edilemeyeceğine ilişkin fikirlerinizi yazınız. Fikirlerinizi sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.

3. $|CC''|$, $|DD''|$, $|EE''|$ ve $|FF''|$ nu birim kareler yardımıyla bularak karşılaştırınız. Karşılaştırmanızdan hareketle bu uzunlukların arasında nasıl bir ilişki olduğunu açıklayınız.

4. 3. adımda ulaştığınız ilişkiden yola çıkarak C"D"E"F" bölgesinin CDEF nin hangi dönüşüm altındaki görüntüsü olduğunu açıklayınız. Açıklamanızdan hareketle uygulanan dönüşümler arasındaki ilişkiyi ifade ediniz.

5. d_1 ve d_2 doğruları arasındaki uzaklığı bulunuz. $|CC''|$, $|DD''|$, $|EE''|$, $|FF''|$ ile d_1 ve d_2 doğrularının birbirine uzaklığı arasında nasıl bir ilişki olduğunu açıklayınız.

6. 5. adımda ulaştığınız ilişkiden yola çıkarak dönüşümler arasında nasıl bir ilişki olduğunu ifade ediniz.

3. Sıra Sizde

Etkileşimli tahta veya bilgisayarda matematik yazılımını açınız. Öğretmeninizin rehberliğinde aşağıdaki adımları sırasıyla uygulayınız.

1. **Araçlar** bölümünden sırasıyla **Çokgen** ve **Doğru** araçlarını seçerek bir üçgen ve bir doğru oluşturunuz.
2. **Dönüşüm** bölümünden **Doğruda Yansıt** aracını seçerek oluşturduğunuz üçgenin doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü oluşturunuz.
3. **İnşa** bölümünden **Paralel Doğru** aracını seçiniz ve 1. adımda oluşturduğunuz doğruya paralel bir doğru çiziniz.
4. **Dönüşüm** bölümünden **Doğruda Yansıt** aracını seçerek üçgenin 2. adımda oluşturduğunuz görüntüsünün 3. adımda çizdiğiniz paralel doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü oluşturunuz.
5. **Araçlar** bölümünden **Doğru Parçası** aracını seçerek 1. adımda oluşturduğunuz üçgenin köşe noktalarını 4. adımda oluşturduğunuz görüntüleriyle birleştiriniz.
6. **Ölçüm** bölümünden **Uzaklık veya Uzunluk** aracını seçerek 5. adımda oluşturduğunuz doğru parçalarının uzunluklarını ve paralel doğrular arasındaki uzaklığı belirleyiniz.

7. Şeklin köşe noktaları için 5 ve 6. adımlarda yaptığınız işlem ve ölçümleri şekil üzerindeki farklı noktalar ve görüntüleri için de yapınız.

8. Aşağıdaki soruları yaptığınız çizime göre cevaplayınız.

   a) 6 ve 7. adımlarda elde ettiğiniz uzaklıklar ile paralel doğruların birbirine uzaklığı arasında nasıl bir ilişki olduğunu belirtiniz.

   b) Doğruları sürükleyerek 4. adımda oluşturduğunuz üçgen ile 6 ve 7. adımlardaki uzaklıkların değişimini gözlemleyiniz. Paralel doğruların birbirine uzaklığının 6 ve 7. adımlardaki uzaklıkları, bu uzaklıklar arasındaki ilişkiyi ve 4. adımda oluşturduğunuz üçgeni nasıl etkilediğini açıklayınız.

   c) Paralel doğruları 1. adımda oluşturduğunuz üçgenin farklı taraflarında olmalarını sağlayacak şekilde sürükleyiniz. Paralel doğrular 1. adımda oluşturduğunuz üçgenin farklı taraflarında olduğunda 4. adımda oluşturduğunuz üçgenin, 6 ve 7. adımlardaki uzaklıkların ve bu uzaklıklar arasındaki ilişkinin nasıl değiştiğini gözlemleyiniz. Gözlemlerinizden elde ettiğiniz verileri açıklayınız.

   ç) Oluşturduğunuz doğruların paralel olmaması durumunda a, b, c sorularına verdiğiniz cevapların nasıl değişeceğine ilişkin fikirlerinizi yazınız.

Kontrol Noktası 

Düzlemde bir şekle paralel doğrulara göre sırasıyla iki kez yansıma dönüşümü uygulandığında şekil, doğrular arasındaki uzaklığın iki katı kadar uzaklığa ötelenmiş olur. Şeklin elde edilen son görüntüsü, ilk şeklin öteleme dönüşümü altındaki görüntüsüdür.

4. Uygulama



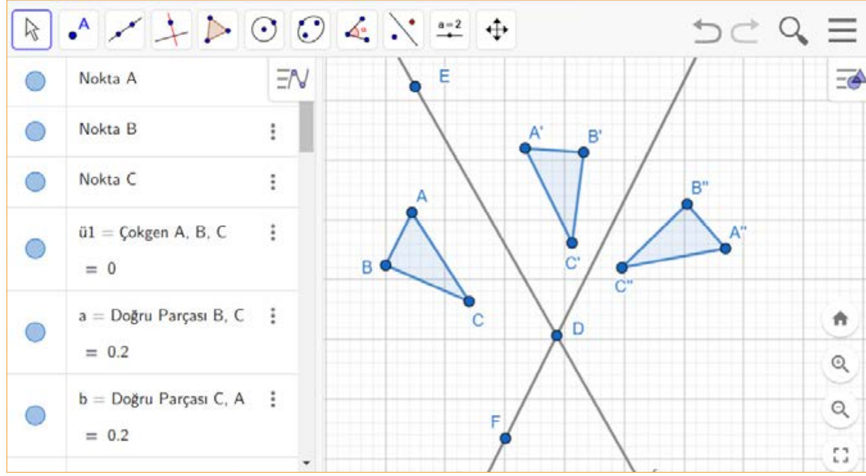
Teknoloji Uygulaması

Matematik yazılımı kullanarak aşağıdaki adımları sırasıyla uygulayınız ve verilen soruları cevaplayınız.

Matematik yazılımı ile ilgili videoya ulaşmak için karekodu okutunuz.



1. **Araçlar** bölümünden sırasıyla **Çokgen** ve **Doğru** araçlarını seçerek ABC üçgenini ve f doğrusunu oluşturunuz.
2. **Dönüşüm** bölümünden **Doğruda Yansıt** aracını seçerek ABC üçgeninin f doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü olan A'B'C' üçgenini oluşturunuz.
3. **Araçlar** bölümünden **Doğru** aracını seçiniz ve f doğrusu ile D noktasında kesişen g doğrusunu çiziniz.
4. **Dönüşüm** bölümünden **Doğruda Yansıt** aracını seçerek A'B'C' üçgeninin g doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü olan A"B"C" üçgenini oluşturunuz.



5. ABC üçgenine tek bir dönüşüm uygulanarak A"B"C" üçgeninin elde edilip edilemeyeceğine ilişkin fikirlerinizi yazınız. Fikirlerinizi sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.

6. Tablo 1'de verilen durumlara ilişkin varsayımlarınızı tablonun ilgili alanına örnekteki gibi yazınız.

Tablo 1

Durum	Varsayım
[AA"], [BB"], [CC"] nın düzlemdeki konumları arasındaki ilişki	Doğru parçaları paralel değildir. Kesişir.
|AA"|, |BB"|, |CC"| arasındaki ilişki	
A, A' ve A" noktalarının doğruların kesim noktasına uzaklıkları arasındaki ilişki	
$\widehat{A''DA}$ nın ve doğrular arasındaki açının ölçüleri arasındaki ilişki	
ABC üçgenine belirli bir doğrultu, uzaklık ve yönde öteleme dönüşümü uygulanarak A"B"C" üçgeninin elde edilip edilemeyeceği	
ABC üçgenine bir doğruya göre yansıma dönüşümü uygulanarak A"B"C" üçgeninin elde edilip edilemeyeceği	
ABC üçgeninin yönünün değişip değişmediği	

7. **Araçlar** bölümünden **Doğru Parçası** aracını seçiniz ve [AA"], [BB"], [CC"] nı çiziniz.
8. **Ölçüm** bölümünden **Uzaklık veya Uzunluk** aracını seçerek 7. adımda oluşturduğunuz doğru parçalarının uzunluklarını belirleyiniz.
9. **Araçlar** bölümünden **Doğru Parçası** aracını seçiniz. A, A' ve A" noktalarını doğruların kesim noktası (D noktası) ile birleştiren doğru parçalarını oluşturunuz.
10. **Ölçüm** bölümünden **Uzaklık veya Uzunluk** aracını seçerek 9. adımda oluşturduğunuz doğru parçalarının uzunluklarını belirleyiniz.
11. **Ölçüm** bölümünden **Açı** aracını seçerek $\widehat{A''DA}$ nın ve doğrular arasındaki açının ölçülerini belirleyiniz.

12. Tablo 2'nin ilk satırına 8, 10 ve 11. adımlarda yaptığınız ölçümleri yazınız. Daha sonra ABC üçgenini köşelerinden sürükleyiniz ve elde ettiğiniz değerleri tablonun ilgili kısımlarına not ediniz. Son olarak doğruların kesim noktasını sürükleyiniz ve elde ettiğiniz değerleri tablonun ilgili kısımlarına yazınız.

Tablo 2

$\|AA''\|$	$\|BB''\|$	$\|CC''\|$	$\|AD\|$	$\|A'D\|$	$\|A''D\|$	$m(\widehat{A''DA})$	Doğrular Arasındaki Açının Ölçüsü

13. A" noktası için **İzi Göster** özelliğini açınız. Doğrular üzerinde bulunan E veya F noktalarından birini sürükleyerek A" noktasının izini oluşturunuz. A" noktasının izinin nasıl bir şekil oluşturduğunu yazınız. Oluşan izi gözlemleyerek A noktasını A" noktasına eşleştiren dönüşümün A noktasını nasıl hareket ettirdiğine ilişkin varsayımlarınızı örnekteki gibi yazınız.

A noktasını A" noktasına eşleyen dönüşüm, A noktasını doğrusal olarak hareket ettirmez.

14. [AA"], [BB"], [CC"] nın birbirlerine göre konumlarını, Tablo 2'ye yazdığınız değerleri ve 13. adımda A" noktasının izinin oluşturduğu şekli değerlendirerek varsayımlarınızı arkadaşlarınızla tartışınız. Tartışma sonucunda ulaştığınız genellemeleri örnekteki gibi yazınız.

Bir şekle kesişen iki doğruya göre sırasıyla iki kez yansıma dönüşümü uygulandığında şekil üzerindeki noktalar ile bu noktaların görüntülerinin birbirine uzaklıkları farklı olur.

15. 7 ila 11. adımlarda yaptığınız işlem ve ölçümleri şekil üzerindeki farklı noktalar için de yapınız. 13. adımda A" noktası için oluşturduğunuz izi A"B"C" üçgeninin diğer köşe noktaları için de oluşturunuz ve bu noktaların izlerini gözlemleyiniz. Varsayımlarınızla genellemelerinizi karşılaştırınız. Genellemelerinizin şekil üzerindeki farklı noktalar ve görüntüleri için doğru olup olmadığını gözlemlerinizden hareketle açıklayınız.

16. Farklı bir şekil ve bu şeklin kesişen iki doğruya göre sırasıyla iki kez yansıma dönüşümü uygulanarak elde edilen görüntüsünü de matematik yazılımında oluşturunuz ve incelemeler yapınız. Yaptığınız incelemelerden hareketle genellemelerinizin her birini bir önerme olarak örnekteki gibi yazınız.

Kesişen doğrulara sırasıyla iki kez uygulanan yansıma dönüşümlerinin oluşturduğu dönüşüm, yansıma dönüşümü değildir.

17. Kesişen iki doğruya göre sırasıyla iki kez uygulanan yansıma dönüşümlerinin oluşturduğu dönüşümü yansıma ve öteleme dönüşümünden ayıran özellikleri tespit ediniz. Tespitlerinizi Tablo 3'ün ilgili alanına yazınız.

Tablo 3

Kesişen İki Doğruya Göre Sırasıyla İki Kez Uygulanan Yansıma Dönüşümlerinin Oluşturduğu Dönüşümü Yansıma Dönüşümünden Ayıran Özellikler	Kesişen İki Doğruya Göre Sırasıyla İki Kez Uygulanan Yansıma Dönüşümlerinin Oluşturduğu Dönüşümü Öteleme Dönüşümünden Ayıran Özellikler

18. Tablo 3'ten hareketle kesişen doğrulara göre sırasıyla iki kez uygulanan yansıma dönüşümlerinin oluşturduğu dönüşümün şekilleri nasıl hareket ettirdiğini veya şekilleri görüntülerine nasıl eşlediğini tartışınız. Tartışma sonucunda ulaştığınız verilere ilişkin değerlendirmelerinizi yazınız.

Kontrol Noktası 

- Düzlemde bir şekle kesişen doğrulara göre sırasıyla iki kez yansıma dönüşümü uygulandığında şekil üzerindeki noktalar çembersel bir yol çizer ve görüntüleriyle eşleşir.
- Şekil üzerindeki noktaların görüntüleri, her bir noktanın doğruların kesim noktası etrafında ve doğrular arasındaki açının ölçüsünün iki katı kadar açıyla belirli bir yönde hareket etmesi sonucu oluşur.

Kesişen doğrulara göre sırasıyla iki kez uygulanan yansıma dönüşümlerinin oluşturduğu dönüşüme **dönme dönüşümü** denir. Doğruların kesim noktası, **dönme merkezi**; doğrular arasındaki açının ölçüsünün iki katı olan açı ölçüsü değeri ise **dönme açısı** olarak adlandırılır. Dönme merkezi ve dönme açısı, dönme dönüşümünün bileşenleridir.

Dönme Dönüşümünün Özellikleri

Şeklin değişen ve değişmeyen özelikleri ile dönme dönüşümünün özellikleri, düzlemde verilen şekiller ve şekillerin bir nokta etrafında belirli bir açıyla ve belirli bir yönde dönme dönüşümü altındaki görüntüleri karşılaştırılarak belirlenebilir.

5. Uygulama



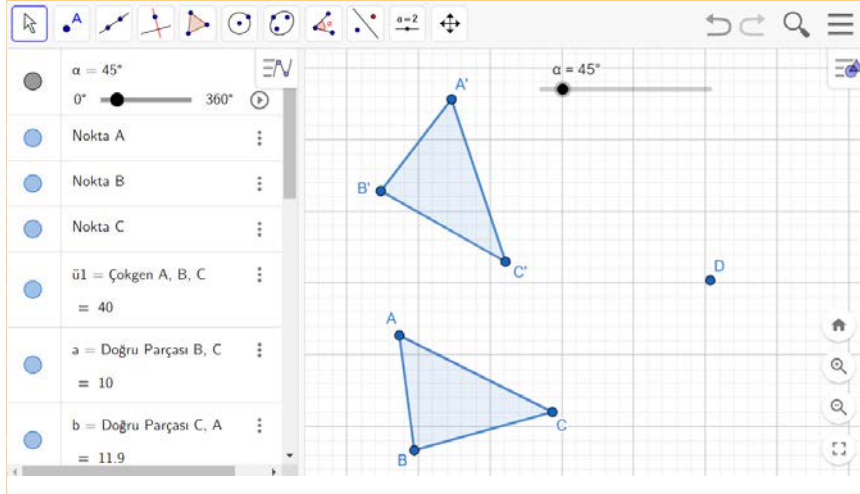
Dönme Dönüşümünün Özellikleri

Matematik yazılımı kullanarak aşağıdaki adımları sırasıyla uygulayınız ve verilen soruları cevaplayınız.

Matematik yazılımı ile ilgili videoya ulaşmak için karekodu okutunuz.



1. **Araçlar** bölümünden sırasıyla **Çokgen** *ve* **Nokta** araçlarını seçerek ABC üçgenini ve D noktasını oluşturunuz.
2. **Ölçüm** bölümünden **Sürgü** aracını ve araç ayarlarından da **Açı** simgesini seçerek α sürgüsünü oluşturunuz.
3. **Dönüşüm** bölümünden **Nokta Etrafında Döndür** aracını seçiniz. ABC üçgenini D noktası etrafında saat yönünde α kadar döndürerek A'B'C' üçgenini oluşturunuz.



4. ABC üçgenine uygulanan dönme dönüşümü sonrasında ABC üçgeninin değişen ve değişmeyen özelliklerinin neler olabileceğine ilişkin fikirlerinizi yazınız. Fikirlerinizi sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.

5. Tablo 1'de ABC üçgeni ile bu üçgenin dönme dönüşümü altındaki görüntüsüne dair özellikler verilmiştir. Belirtilen özelliklerin değişip değişmediğine ilişkin varsayımlarınızı tablonun ilgili alanına örnekteki gibi yazınız.

Tablo 1

Özellik	Varsayım
Şeklin kenar uzunlukları	Değişmez.
Şeklin iç açı ölçüleri	
Şeklin çevre uzunluğu	
Şeklin alanı	
Şekil üzerindeki noktalar ile bu noktaların görüntülerinin dönme merkezine uzaklığı	

6. Ölçüm bölümünden sırasıyla **Uzaklık veya Uzunluk**, **Açı** ve **Alan** araçlarını seçerek ABC ve A'B'C' üçgenlerinin kenar uzunluklarını, çevre uzunluklarını, açı ölçülerini ve alanlarını belirleyiniz.
7. **Araçlar** bölümünden **Doğru Parçası** aracını seçiniz. $[AD]$, $[BD]$, $[CD]$, $[A'D]$, $[B'D]$ ve $[C'D]$nı oluşturunuz.
8. **Ölçüm** bölümünden **Uzaklık veya Uzunluk** aracını seçerek 7. adımda oluşturduğunuz doğru parçalarının uzunluklarını belirleyiniz.
9. Tablo 2'nin boş olan ilk sütununa 6 ve 8. adımlarda yaptığınız ölçümleri yazınız. Daha sonra dönme merkezini sürükleyiniz ve elde ettiğiniz değerleri tablonun ilgili kısımlarına not ediniz. Son olarak α sürgüsünü hareket ettiriniz ve ulaştığınız değerleri tablonun ilgili kısımlarına yazınız.

Tablo 2

ABC üçgeninin kenar uzunlukları	$\|AB\|$								
	$\|AC\|$								
	$\|BC\|$								
A'B'C' üçgeninin kenar uzunlukları	$\|A'B'\|$								
	$\|A'C'\|$								
	$\|B'C'\|$								
ABC üçgeninin iç açı ölçüleri	$m(\widehat{BAC})$								
	$m(\widehat{ABC})$								
	$m(\widehat{ACB})$								
A'B'C' üçgeninin iç açı ölçüleri	$m(\widehat{B'A'C'})$								
	$m(\widehat{A'B'C'})$								
	$m(\widehat{A'C'B'})$								
ABC üçgeninin çevre uzunluğu	$Ç(\widehat{ABC})$								
A'B'C' üçgeninin çevre uzunluğu	$Ç(\widehat{A'B'C'})$								
ABC üçgeninin alanı	$A(\widehat{ABC})$								
A'B'C' üçgeninin alanı	$A(\widehat{A'B'C'})$								
ABC üçgeninin köşe noktalarının dönme merkezine uzaklıkları	$\|AD\|$								
	$\|BD\|$								
	$\|CD\|$								
A'B'C' üçgeninin köşe noktalarının dönme merkezine uzaklıkları	$\|A'D\|$								
	$\|B'D\|$								
	$\|C'D\|$								

10. Tablo 2'ye yazdığınız değerleri kullanarak varsayımlarınızı arkadaşlarınızla saygı çerçevesinde tartışınız. Tartışma sonucunda ulaştığınız genellemeleri örnekteki gibi yazınız.

Şeklin kenar uzunlukları ile dönme dönüşümü altındaki görüntüsünün kenar uzunlukları eşittir.

11. ABC üçgenini köşelerinden sürükleyiniz. ABC ve A'B'C' üçgenlerinin 9. adımda incelediğiniz özelliklerinin değişimini gözlemleyiniz. Gözlemlerinizden hareketle varsayımlarınızı genellemelerinizle karşılaştırınız. Karşılaştırmanız sonucunda elde ettiğiniz verileri yazınız.

12. Farklı şekiller ve bu şekillerin dönme dönüşümü altındaki görüntülerini de matematik yazılımında oluşturarak incelemeler yapınız. Yaptığınız incelemelerden hareketle genellemelerinizin her birini bir önerme olarak örnekteki gibi yazınız.

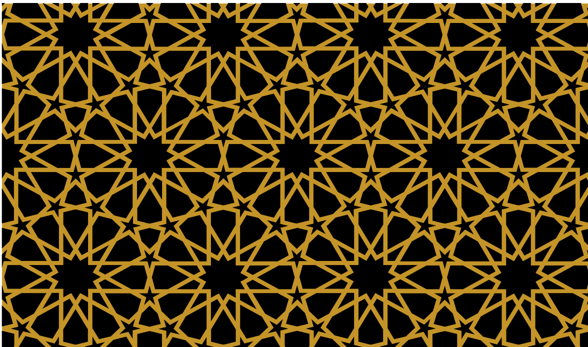
Dönme dönüşümü, noktalar arası uzaklıkları korur.

13. Önermelerinizi değerlendirerek bir şekle ait geometrik özelliklerden dönme dönüşümünün koruduğu özellikleri yazınız. Bu özellikler ve elde ettiğiniz diğer önermeler sonucunda bir şekil ile bu şeklin dönme dönüşümü altındaki görüntüsünün eş olup olmadığına ilişkin fikirlerinizi yazarak arkadaşlarınızla tartışınız.

14. Dönme dönüşümünün özelliklerine ilişkin önermelerinizi yansıma ve öteleme dönüşümlerinin özellikleri ile karşılaştırarak değerlendiriniz. Dönme dönüşümünü diğer dönüşümlerden ayırt etmeyi sağlayacak özellikleri yazınız.

Kontrol Noktası 

- Dönme dönüşümü, düzlemdeki tüm noktaları dönme merkezi ve dönme açısı yardımıyla belirli bir yönde hareket ettirerek yine düzlemdeki tüm noktalara dönüştüren bir dönüşümdür.
- Bir şekle dönme dönüşümü uygulandığında şekil üzerindeki herhangi bir nokta ile bu noktanın görüntüsünün dönme merkezine uzaklıkları birbirine eşit olur.
- Bir şeklin dönme dönüşümü altındaki görüntüsü ile şekil eştir.



Görsel 4.1: *Geleneksel Türk-İslam süsleme örneği*

Türk kültürüne ait sanat eserlerinde sıklıkla geometriden faydalanılmış; özellikle mimari eserlerdeki süsleme uygulamalarında, geleneksel halı ve kilimlerde geometrik dönüşümler kullanılmıştır. Görsel 4.1'de Türk-İslam medeniyetine ait mimari eserlerde sıklıkla kullanılan geleneksel bir süsleme örneği bulunmaktadır. Örnekteki desenler çoğunlukla dönme dönüşümü kullanılarak oluşturulmuştur. 12 köşeli yıldız etrafında dizili yıldız motifleri, 12 köşeli yıldızın merkez noktası etrafında 30^{o} döndürülerek elde edilmiştir.

Görsel 4.2’de Türk kültürüne ait geleneksel motiflerin kullanıldığı halı ve kilim örnekleri bulunmaktadır. Halı ve kilim desenleri oluşturulurken geometrik şekiller kullanılmış, desenlerin yerleştirilmesinde ise geometrik dönüşümlerden yararlanılarak estetik bir görünüm elde edilmiştir.



Görsel 4.2: *Geleneksel Türk halı ve kilim örnekleri*

2. ÖRNEK

Aşağıdaki görsellerde farklı kültürlere ait süsleme ve motif örnekleri verilmiştir. Görsel 1’de Orta Asya Türk kültürüne ait bir süsleme örneği, Görsel 2’de Antik Yunan Dönemi’ne ait bir duvar süslemesi, Görsel 3’te Mısır kültürüne ait ahşap süsleme örneği yer almaktadır.



Görsel 1



Görsel 2



Görsel 3

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

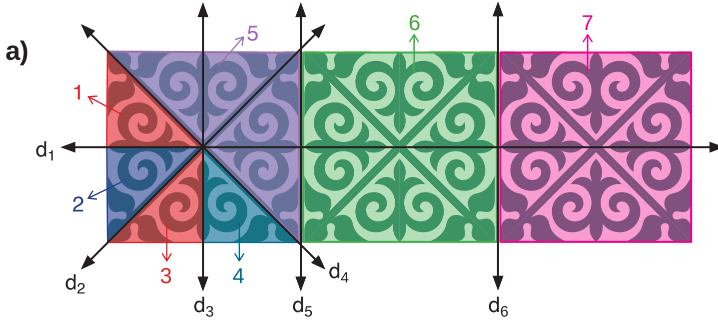
a) Görsel 1’de yer alan süslemedeki desenlerden farklı doğrulara göre yansıma dönüşümü uygulanarak elde edilmiş desen parçalarına örnek veriniz ve bu parçaların nasıl oluşturulduğunu görsel üzerinde gösteriniz. Görseldeki süslemenin sadece yansıma dönüşümü kullanılarak elde edilip edilemeyeceğini açıklayınız.

b) Görsel 2’de yer alan süslemede öteleme dönüşümü uygulanarak elde edilmiş bir desen örneği bulunuz. Bu desenin bir doğruya göre yansıma dönüşümü kullanılarak nasıl elde edilebileceğini görsel üzerinde gösteriniz.

c) Görsel 3'teki kapı süslemesinde yer alan desenlerden dönme dönüşümüne örnek veriniz. Verdiğiniz örnekten hareketle dönme dönüşümünün yansıma dönüşümü ile ilişkisinin nasıl kullanıldığını görsel üzerinde gösteriniz.

Çözüm

a)



Görselde yer alan 1 numaralı desene d_1 doğrusuna göre yansıma dönüşümü uygulandığında 2 numaralı desen oluşur.

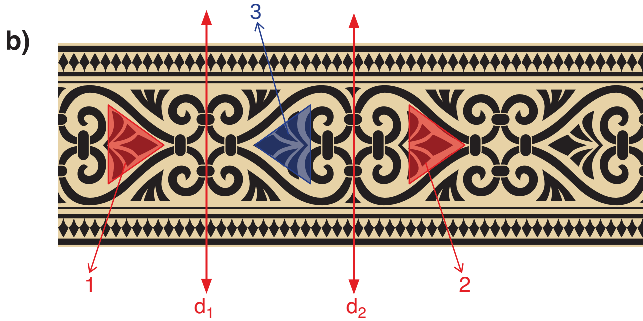
2 numaralı desenin d_2 doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü, 3 numaralı deseni oluşturur. d_1 ve d_2 doğruları kesişen doğrular olduğundan 3 numaralı desen 1 numaralı desenin dönme dönüşümü uygulanmış hâlidir.

3 numaralı desene d_3 doğrusuna göre yansıma dönüşümü uygulandığında 4 numaralı desen elde edilir. Dört desenin oluşturduğu parçaya d_4 doğrusuna göre yansıma dönüşümü uygulanırsa 5 numaralı desen parçası oluşturulur.

Oluşturulan bu 5 desenin meydana getirdiği parçaya d_5 doğrusuna göre yansıma dönüşümü uygulandığında 6 numaralı parça oluşur. Bu parçanın da d_6 doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü, 7 numaralı parçayı meydana getirir.

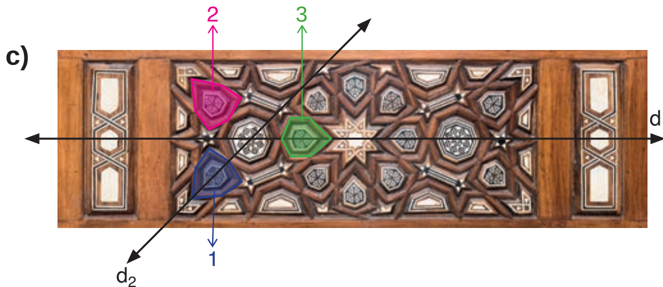
Görseldeki süsleme sadece yansıma dönüşümü kullanılarak elde edilebilir. Görseldeki 7 desen, 1 numaralı desen parçasından başlanarak farklı doğrulara göre yansıma dönüşümü uygulanmak suretiyle oluşturulmuştur.

b)



Görselde yer alan süslemede 1 numaralı desene öteleme dönüşümü uygulanarak 2 numaralı desen elde edilmiştir. 1 numaralı desene önce d_1 doğrusuna göre yansıma dönüşümü uygulanmış ve 3 numaralı desen oluşturulmuştur. Daha sonra bu desenin d_1 doğrusuna paralel olan d_2 doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü oluşturulmuş ve 2 numaralı desen elde edilmiştir.

c)



3 numaralı desen, 1 numaralı desene dönme dönüşümü uygulanarak elde edilmiştir. 1 numaralı desene d_1 doğrusuna göre yansıma dönüşümü uygulandığında 2 numaralı desen elde edilir. Bu desenin de d_2 doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü 3 numaralı deseni oluşturur. Doğrular kesiştiğinden 1 numaralı desene bu doğrulara göre sırasıyla yansıma dönüşümü uygulandığında desen, doğruların kesim noktası etrafında doğrular arasındaki açının ölçüsünün iki katı kadar ölçüyle döndürülmüş olur.

4. Sıra Sizde

Aşağıdaki görsellerde farklı kültürlere ait süsleme örnekleri verilmiştir. Görsel 1'de Elhamra Sarayı'na ait bir duvar süslemesi, Görsel 2'de Özbekistan'da bulunan bir duvar mozaiği yer almaktadır.



Görsel 1



Görsel 2

Görselleri inceleyerek aşağıdaki soruları cevaplayınız. Cevaplarınızı sınıf arkadaşlarınızla paylaşınız.

a) Görsel 1'de yer alan süslemede tüm dönüşüm türlerine birer örnek bulunuz. Örneklerinizden hareketle öteleme ve dönme dönüşümü uygulanan desenlerin yansıma dönüşümü kullanılarak nasıl elde edilebileceğini yansıma doğrularını çizerek açıklayınız.

b) Görsel 2'deki desenlerden yansıma dönüşümü kullanılan desenlere örnekler vererek yansıma doğrularını çiziniz. Görselde dönme dönüşümü uygulanan desen örneği bularak desenin oluşturulmasında yansıma dönüşümünün nasıl kullanıldığını gösteriniz.

c) Farklı kültürlere, sanat alanlarına, dönemlere ait eserlerde geometrik dönüşümlerin kullanılmasının nedeni ne olabilir? Fikirlerinizi açıklayınız.

ç) Etkileşimli tahta kullanarak millî kültüre ait halı ve kilim örneklerini, sanat eserlerini ve mimari eserleri araştırınız. Araştırdığınız eserlerde, halı ve kilim örneklerinde kullanılan geleneksel süsleme motiflerini ve desenlerini inceleyiniz. Geometrik dönüşümler kullanılarak oluşturulan geleneksel Türk motif ve desenlerinin millî kültürün oluşmasında üstlendiği role ilişkin fikirlerinizi belirtiniz. Geometrik dönüşümlerin süslemelerin oluşturulmasında nasıl kullanıldığına ilişkin fikirlerinizi açıklayınız.

Kontrol Noktası 

- Geometrik dönüşümler, düzlemdeki tüm noktaları yine düzlemdeki tüm noktalara bire bir eşler.
- Geometrik dönüşümler, uzaklıkları koruduğundan açıları da korur. Bu nedenle bir şekil ile şeklin dönüşümler altındaki görüntüleri eştir.

Performans Görevi

Süsleme Oluşturma

Bu görevde sizden motif oluşturmanız ve oluşturduğunuz motifler ile geometrik dönüşümleri kullanarak süsleme örneği tasarlamanız istenmektedir.

Göreve başlamadan önce aşağıdaki hususa dikkat ediniz.

- Çalışmanızı oluştururken takip edeceğiniz adımları belirleyiniz.

Görev esnasında aşağıdaki hususlara dikkat ediniz.

- En az 3 farklı motif oluşturunuz.
- Oluşturduğunuz motiflerle en az 3 farklı süsleme örneği oluşturunuz.
- Süslemenizi oluştururken tüm geometrik dönüşümleri en az bir kez kullandığınızdan emin olunuz.
- Tasarladığınız süsleme örneklerini poster ya da çevrim içi uygulamalardan hangisini kullanarak sunacağınıza karar veriniz ve sunumunuzu hazırlayınız.
- Sunumunuzda süsleme örneklerinizi Türk kültürüne ait süsleme örnekleriyle karşılaştırdığınızdan ve süslemelerinizi oluştururken takip edeceğiniz adımlara yer verdiğinizden emin olunuz.
- Görevinizi sınıfta ve öğretmeninizin belirlediği sürede tamamlayınız.

Görev bitiminde aşağıdaki hususlara dikkat ediniz.

- Görevinizi tamamladıktan sonra oluşturduğunuz ürünü sınıfta sunarak arkadaşlarınızla paylaşınız.
- Çalışmanızı öğretmeninize zamanında teslim ediniz.

Performans göreviniz aşağıdaki karekodda verilen analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilecektir.

Kendinizi performans görevi kapsamında sizden beklenen davranışlar açısından değerlendirmek amacıyla aşağıdaki karekodda verilen öz değerlendirme formunu doldurunuz.

Analitik dereceli puanlama anahtarına ulaşmak için karekodu okutunuz.



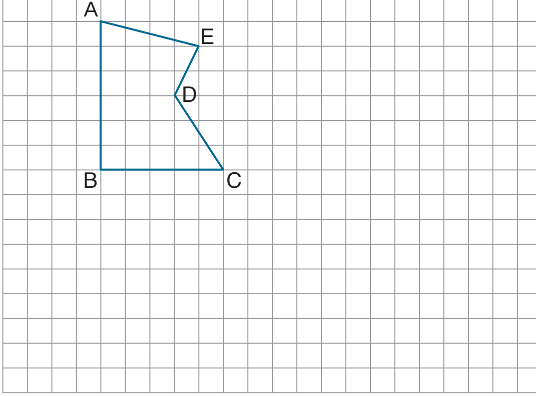
Öz değerlendirme formuna ulaşmak için karekodu okutunuz.





Alıştırmalar

1. Aşağıdaki birim kareli zeminde ABCDE beşgeni verilmiştir.



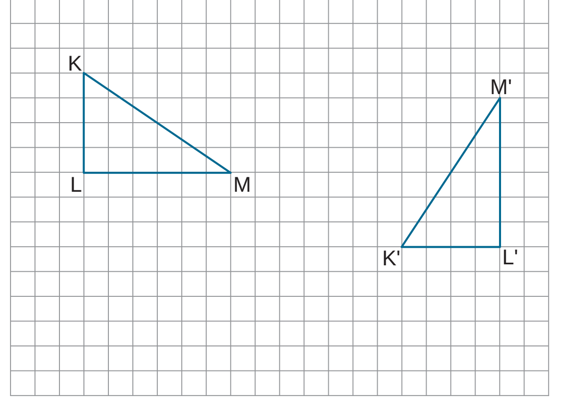
Buna göre

a) **ABCDE beşgeninin 6 birim sağa, 8 birim aşağıya ötelenmesi sonucu oluşan görüntüsünü birim kareli zemine çiziniz.**

b) **ABCDE beşgeninin uygulanan öteleme dönüşümü sonrası oluşan görüntüsünü elde etmek için ABCDE beşgenine başka hangi dönüşüm ya da dönüşümlerin uygulanabileceğini açıklayınız.**

2. **Bir şekle hangi geometrik dönüşüm veya dönüşümler uygulandığında şeklin düzlemdeki yeri kesinlikle değişir? Farklı şekiller için matematik yazılımında incelemeler yaparak ulaştığınız sonuçları açıklayınız.**

3. Aşağıdaki birim kareli zeminde KLM üçgeni ve KLM üçgenine uygulanan geometrik dönüşüm sonucu oluşan K'L'M' üçgeni verilmiştir.

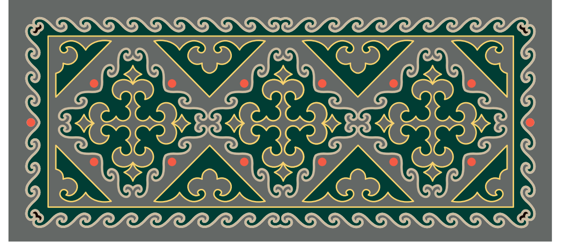


Buna göre

a) **KLM üçgenine uygulanan hangi dönüşüm sonucunda K'L'M' üçgeninin elde edildiğini ifade ediniz.**

b) **KLM üçgenine hangi dönüşümün uygulandığına nasıl karar verdiğinizi açıklayınız.**

4. Aşağıdaki görselde geleneksel desenlerin kullanıldığı kilim örneği verilmiştir.



Buna göre

a) **Görseli inceleyerek yansıma, öteleme ve dönme dönüşümleri uygulanan desenlere birer örnek bulunuz.**

b) **Bulduğunuz desenlere uygulanan geometrik dönüşümlerin bileşenlerini açıklayınız.**

4.2. İKİ ÜÇGENİN EŞ VEYA BENZER OLMASI İÇİN GEREKLİ OLAN ASGARİ KOŞULLAR

Konuya Başlarken 

Eş ve benzer geometrik şekillere çeşitli geometrik dönüşümler uygulanarak sanat eserleri üretilmektedir.

Aşağıdaki görselde üçgenlerin kullanıldığı bir duvar resmi yer almaktadır.



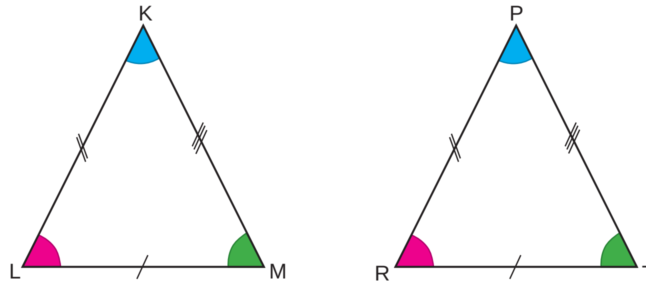
Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

1. Duvar resmindeki üçgenlerin eş ya da benzer olduğu nasıl belirlenebilir?
2. Duvar resmindeki üçgenlerin eş ya da benzer olduğunu göstermek için hangi ölçümlerin yapılması yeterli olur?

Üçgenlerin Eş Olma Koşulları

Dönüşümler; geometrik bir şeklin kenar uzunluklarını, açı ölçülerini, çevre uzunluğunu ve alanını korumaktadır. Bir üçgenin çeşitli dönüşümler altındaki görüntüsü, kenar uzunlukları ve açı ölçüleri temelinde eştir.

İki üçgenin köşeleri arasında bire bir eşleme yapıldığında üçgenlerin karşılıklı kenar uzunlukları ve karşılıklı açılarının ölçüleri eşit ise bu üçgenlere **eş üçgenler** denir. Eşlik, “≅” sembolü ile gösterilir.



Eşlik ilişkisinin sembol temsilinde karşılıklı köşelerin aynı sırada yazıldığına dikkat ediniz.

Yukarıda verilen üçgenler eş üçgenlerdir ve $\widehat{KLM} \cong \widehat{PRT}$ şeklinde temsil edilir.

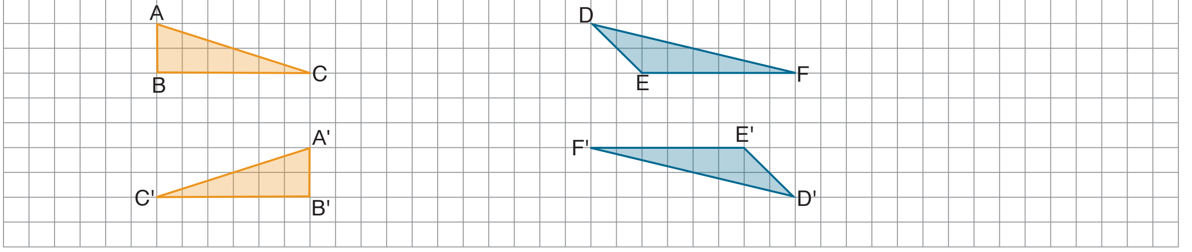
6. Uygulama



Üçgenlerin Eş Olma Şartları

Aşağıdaki yönergeleri takip ederek soruları cevaplayınız.

1. Birim kareler üzerine çizilmiş ABC ve DEF üçgenleri ile bu üçgenlere uygulanan bazı dönüşümler sonucunda oluşturulmuş A'B'C' ve D'E'F' üçgenlerini inceleyiniz. İki üçgenle ilgili verilen aşağıdaki soruların cevaplarına ilişkin varsayımlarınızı boş bırakılan alanlara yazınız.



a) ABC ile DEF üçgenine hangi dönüşümler uygulanarak A'B'C' ve D'E'F' üçgeni oluşturulmuştur? Fikirlerinizi açıklayınız.

b) ABC üçgeni ile A'B'C' üçgeni ve DEF üçgeni ile D'E'F' üçgeni arasında nasıl bir ilişki vardır? Fikirlerinizi açıklayınız.

c) Verilen üçgen çiftlerinin eş olduğunu gösterebilmek için karşılıklı tüm açı ve kenarların eş olduğunu göstermenin gerekip gerekmediğine ilişkin fikirlerinizi sınıf arkadaşlarınızla paylaşınız.

ç) İki üçgenin eş olduğunu söyleyebilmek için bu üçgenlerin asgari hangi elemanlarının eş olması gerektiğine ilişkin varsayımlarınızı açıklayınız. Varsayımlarınızı farklı görüşteki arkadaşlarınızın varsayımları ile karşılaştırınız.

d) İki üçgenin karşılıklı tüm kenar uzunluklarının eşit olması, üçgenlerin eş olduğunu söyleyebilmek için yeterli midir? Düşüncelerinizi farklı görüşteki arkadaşlarınız ile saygı çerçevesinde tartışınız.

e) İki üçgenin karşılıklı iki kenar uzunluğunun ve karşılıklı herhangi bir açısının ölçüsünün bilinmesi, üçgenlerin eş olduğunu söyleyebilmek için yeterli midir? Fikirlerinizi açıklayınız.

f) İki üçgenin karşılıklı tüm açı ölçülerinin eşit olması, üçgenlerin eş olması için yeterli midir? Fikirlerinizi açıklayınız.

2. Aşağıdaki tabloda üçgen çiftleri ve bu üçgenlerin bazı kenar uzunlukları ile açı ölçüleri verilmiştir. Varsayımlarınızı incelemek için bu üçgen çiftlerini cetvel ve açıölçer kullanarak çiziniz. Çizdiğiniz üçgenleri bir makas yardımıyla kesiniz. Kestiğiniz üçgenleri eşleşip eşleşmediklerini kontrol etmek amacıyla üst üste getiriniz. Verilen bilgilerden hareketle üçgenler eşleşiyorsa tabloya örnekteki gibi "+", eşleşmiyorsa "–" işareti koyunuz. Bu kısmı matematik yazılım programı kullanarak da yapabilirsiniz.

Üçgenler	Kenar Uzunlukları	İç Açı Ölçüleri	Eşleşir/Eşleşmez
$\widehat{ABC}$	$\lvert AB \rvert = 6$ cm, $\lvert BC \rvert = 8$ cm, $\lvert AC \rvert = 10$ cm		+
$\widehat{DEF}$	$\lvert DE \rvert = 6$ cm, $\lvert EF \rvert = 8$ cm, $\lvert DF \rvert = 10$ cm		
$\widehat{DHI}$	$\lvert DH \rvert = 5$ cm, $\lvert DI \rvert = 7$ cm	$m(\widehat{H}) = 60^\circ$	
$\widehat{JKL}$	$\lvert JK \rvert = 5$ cm, $\lvert KL \rvert = 7$ cm	$m(\widehat{J}) = 60^\circ$	
$\widehat{MNO}$	$\lvert MN \rvert = 5$ cm, $\lvert MO \rvert = 8$ cm	$m(\widehat{M}) = 60^\circ$	
$\widehat{PRS}$	$\lvert PR \rvert = 5$ cm, $\lvert PS \rvert = 8$ cm	$m(\widehat{P}) = 60^\circ$	
$\widehat{TUV}$		$m(\widehat{T}) = 80^\circ$, $m(\widehat{U}) = 70^\circ$, $m(\widehat{V}) = 30^\circ$	
$\widehat{YZW}$		$m(\widehat{Y}) = 80^\circ$, $m(\widehat{Z}) = 70^\circ$, $m(\widehat{W}) = 30^\circ$	
$\widehat{ADK}$	$\lvert AK \rvert = 6$ cm	$m(\widehat{A}) = 100^\circ$, $m(\widehat{D}) = 50^\circ$	
$\widehat{NRU}$	$\lvert NR \rvert = 6$ cm	$m(\widehat{N}) = 100^\circ$, $m(\widehat{U}) = 50^\circ$	

3. Elde ettiğiniz sonuçlardan hareketle ulaştığınız genellemeleri örnekteki gibi yazınız.

Kenar uzunlukları bilinen tek bir üçgen çizilebilir.

4. Gruplara ayrılınız. Varsayımlarınızla genellemelerinizi karşılaştırmak için 2. adımda uyguladığınız yöntemi grup arkadaşlarınızla birlikte daha fazla üçgen çifti üzerinde uygulayınız ve ulaştığınız sonuçları inceleyiniz. İncelemelerinizi geometri tahtası veya matematik yazılımından yararlanarak da yapabilirsiniz. Grup arkadaşlarınızla fikir alışverişi yaparak genellemeler oluşturunuz. Oluşturduğunuz genellemeleri bir önerme olarak örnekteki gibi yazınız.

Tüm kenar uzunlukları eşit olan üçgenler eş üçgenlerdir.

5. Elde ettiğiniz önermeleri değerlendirmek amacıyla aşağıda verilen soruları cevaplayınız.

a) Eş üçgenlerin nasıl oluştuğuna ve bu üçgenlerle günlük hayatta nerelerde karşılaşabileceğinize ilişkin örnekler veriniz.

b) Elde ettiğiniz eşlik koşullarından hareketle ikizkenar bir üçgenin taban açılarının eş olmasının nedenini açıklayınız.

c) Karşılıklı kenarları paralel olan bir dörtgenin bir köşegeninin ayırdığı üçgenlerin eş olduğunu eşlik koşullarından yararlanarak açıklayınız.

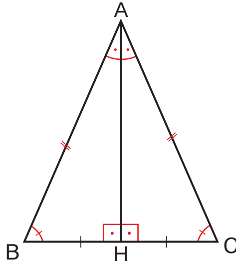
Kenar-Kenar-Kenar Eşliği

Üç kenar uzunluğu bilinen tek bir üçgen çizilebileceğinden kenar uzunlukları eşit olan iki üçgen eştir. Üçgenlerin tüm kenar uzunluklarının eşit olması, üçgenlerin eş olmasının asgari koşullarından biridir. Kenar uzunlukları eşit olan iki üçgenin karşılıklı açı ölçüleri de eşit olur.

3. ÖRNEK

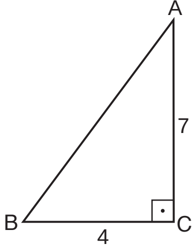
Aşağıda verilen önermenin doğruluğunu ispatlayınız.
"Bir ikizkenar üçgende üçgenin tepe noktasından çizilen kenarortay, aynı zamanda açıortay ve yüksekliktir."

Çözüm



$|AB| = |AC|$ olacak şekilde ABC ikizkenar üçgeni ve bu üçgenin BC kenarına ait $[AH]$ kenarortayı çizilirse oluşan ABH ve ACH üçgenlerinin karşılıklı tüm kenar uzunlukları eşit olduğundan bu üçgenler eştir (K.K.K.). $\widehat{ABH} \cong \widehat{ACH}$ olduğundan $m(\widehat{BAH}) = m(\widehat{HAC}), m(\widehat{ABH}) = m(\widehat{ACH})$ ve $m(\widehat{BHA}) = m(\widehat{AHC}) = 90^o$ olur. Buradan $[AH]$ açıortaydır. $[AH] \perp [BC]$ olduğu için $[AH]$ aynı zamanda yüksekliktir.

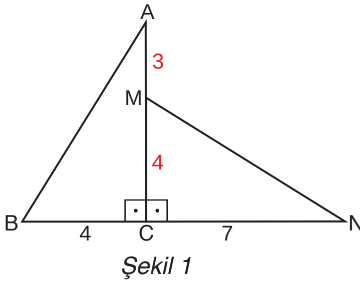
4. ÖRNEK



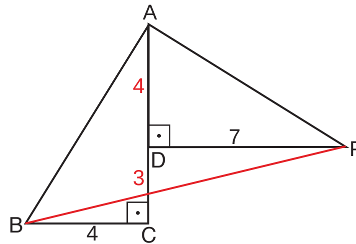
Yandaki ABC üçgeninde $[BC] \perp [AC]$, $|BC| = 4$ cm ve $|AC| = 7$ cm'dir.

ABC üçgeni, C köşesi etrafında saat yönünde 90^o döndürüldükten sonra 3 cm yukarıya öteleniyor. Dönüşümler sonunda A noktası P noktasına geliyor. Buna göre $m(\widehat{BPA})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

Çözüm



Şekil 1



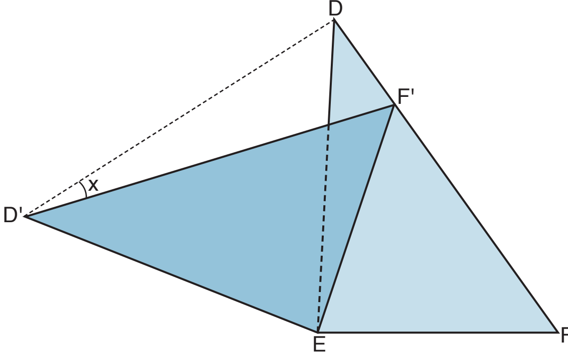
Şekil 2

ABC üçgeni 90^o döndürüldüğünde Şekil 1'de gösterilen MCN üçgeni oluşur. Oluşan MCN üçgeni 3 cm yukarı ötelendiğinde ilk konumuna göre Şekil 2'deki görüntü oluşur.

Şekil 2'deki üçgenler eş olduğundan $|AB| = |AP|$ elde edilir. Buradan ABP ikizkenar üçgen olur. $m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{APD}) = a, m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{DAP}) = b$ alınırsa ABC üçgeninde $m(\widehat{BAC}) + m(\widehat{ABC}) = 90^o$, $a + b = 90^o$ olur.

$m(\widehat{BAP}) = a + b = 90^o$ ve ABP ikizkenar üçgen olduğundan $m(\widehat{BPA}) = 45^o$ bulunur.

5. Sıra Sizde



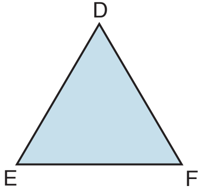
Yandaki DEF üçgeni, E köşesi etrafında saatin tersi yönde 70° döndürüldüğünde F noktası F' noktasına, D noktası D' noktasına geliyor.

$m(\widehat{DEF}) = 80^o$ **ve** $F' \in [DF]$ **olduğuna göre** $m(\widehat{DD'F'}) = x$ **değerini bulunuz.**

Kenar-Açı-Kenar Eşliği

İki kenar uzunluğu ve bu kenarlar arasındaki açı ölçüsü bilinen tek bir üçgen çizilebileceğinden iki kenar uzunluğu ve bu kenarlar arasındaki açı ölçüleri eşit olan iki üçgen eştir. Üçgenlerin karşılıklı iki kenarının uzunluğunun ve bu kenarlar arasındaki açı ölçülerinin eşit olması, üçgenlerin eş olmasının asgari koşullarından biridir. Eş olan bu üçgenlerin karşılıklı açıları ve üçüncü kenarları da eştir.

5. ÖRNEK



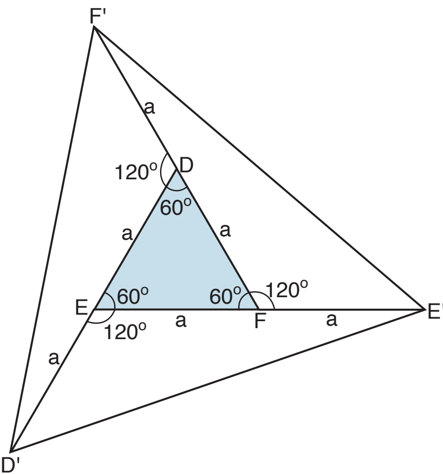
Yanda verilen DEF eşkenar üçgeninde

E noktasının F noktasına göre yansıması E',

F noktasının D noktasına göre yansıması F',

D noktasının E noktasına göre yansıması D' noktası olduğuna göre D'E'F' üçgeninin eşkenar üçgen olduğunu gösteriniz.

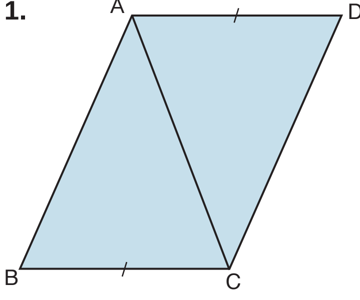
Çözüm



$m(\widehat{F'FE'}) = m(\widehat{F'DD'}) = m(\widehat{D'EE'}) = 180^o - 60^o = 120^o$ olur. Oluşan F'FE', F'DD' ve D'EE' üçgenleri eş üçgenler olduğundan $|F'E'| = |E'D'| = |D'F'|$ olur (K.A.K.). Buradan F'E'D' üçgeninin eşkenar üçgen olduğu bulunur.

6. Sıra Sizde

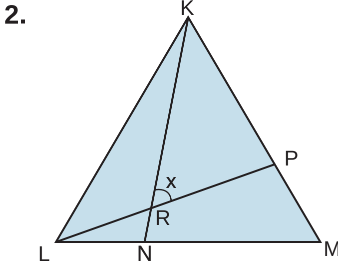
1.



Yandaki ABCD dörtgeninde $[AD] \parallel [BC]$ ve $|AD| = |BC|$ dur.

Buna göre ABC ve ADC üçgenlerinin eş olduğunu gösteriniz.

2.

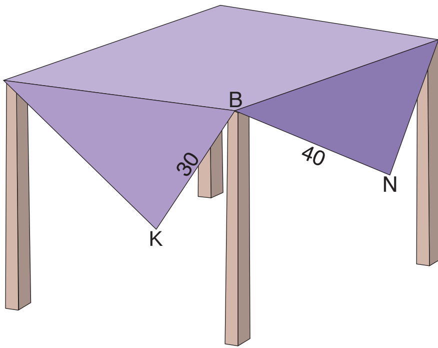


Yandaki KLM eşkenar üçgeninde $P \in [KM]$, $N \in [LM]$, $|LN| = |PM|$ **ve** $m(\widehat{KRP}) = x$ **olduğuna göre x in kaç derece olduğunu bulunuz.**

Açı-Kenar-Açı Eşliği

Üç açısının ölçüsü bilinen sonsuz tane üçgen çizilebileceğinden iki üçgenin karşılıklı açılarının ölçülerinin eşit olması, üçgenlerin eş olması için yeterli değildir. Karşılıklı ikişer açı ölçüsünün ve bir kenar uzunluğunun eşit olması, iki üçgenin eş olması için gereken asgari koşullardan biridir.

6. ÖRNEK



Kare şeklinde bir masa, kare bir masa örtüsü ile masanın köşeleri örtünün kenarları üzerinde olacak şekilde görseldeki gibi tam olarak örtülmüştür. $|BK| = 30$ cm, $|BN| = 40$ cm olduğuna göre

a) Masa örtüsünün alanını bulunuz.

b) Masa yüzeyinin alanını bulunuz.

Çözüm

a) Kare şeklindeki KLMN masa örtüsü açıldığında elde edilen şekilde $m(\widehat{KAB}) = x$ ve $m(\widehat{KBA}) = y$ alınırsa AKB üçgeninin iç açılarının ölçüleri toplamından $x + y = 90^\circ$ olur.

$m(\widehat{KAB}) + 90^\circ + m(\widehat{LAD}) = 180^\circ$ olduğundan $m(\widehat{LAD}) = y = 90^\circ - x$ olur. ALD üçgeninin iç açılarının ölçüleri toplamından $m(\widehat{ADL}) = x$ olur.



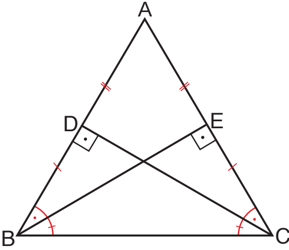
Benzer şekilde
$m(\widehat{KAB}) = m(\widehat{ADL}) = m(\widehat{MCD}) = m(\widehat{CBN}) = x$,
$m(\widehat{KBA}) = m(\widehat{DAL}) = m(\widehat{MDC}) = m(\widehat{BCN}) = y$ ve
$|AB| = |AD| = |DC| = |BC|$ olduğundan AKB, DLA, CMD ve BNC üçgenleri eştir (A.K.A.).
O hâlde $|AK| = |LD| = |MC| = |BN| = 40$ cm, $|AL| = |MD| = |NC| = |BK| = 30$ cm'dir. Masa örtüsünün alanı, Alan $(KLMN) = 70 \cdot 70 = 4900 \text{ cm}^2$ bulunur.

b) AKB üçgeninde Pisagor teoreminden
$|AB|^2 = |KB|^2 + |KA|^2 = 30^2 + 40^2$ olur. Buradan
$|AB| = 50$ cm bulunur. Masa yüzeyinin alanı,
$\text{Alan}(ABCD) = 50 \cdot 50 = 2500 \text{ cm}^2$ elde edilir.

7. ÖRNEK

Bir ikizkenar üçgenin eş kenarlarına ait yüksekliklerin birbirine eşit olduğunu ispatlayınız.

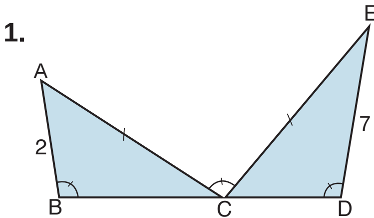
Çözüm



$|AB| = |AC|$ olacak şekilde bir ABC üçgeni ile bu üçgenin eş kenarlarına ait $[BE]$ ve $[CD]$ yükseklikleri çizildiğinde BEC ve CDB üçgenlerinde $[BC]$ ortak kenar olur. $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{ACB})$ ve $m(\widehat{BEC}) = m(\widehat{CDB}) = 90^o$ olduğundan üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamından $m(\widehat{EBC}) = m(\widehat{DCB})$ dür. Buradan BEC ve CDB üçgenleri eş (A.K.A.) ve $|BE| = |CD|$ olur.

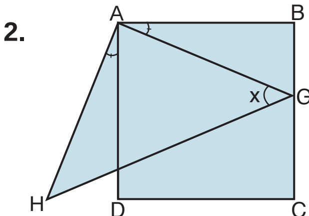
7. Sıra Sizde

1.



Yandaki şekilde verilen ABC ve CDE üçgenlerinde $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{ACE}) = m(\widehat{CDE})$, $|AC| = |CE|$, $|AB| = 2$ birim ve $|ED| = 7$ birimdir.
B, C ve D noktaları doğrusal olduğuna göre $|BD|$ nu bulunuz.

2.



Yandaki şekilde ABCD kare, AHG üçgen, $G \in [BC]$ ve H, D, C noktaları doğrusaldır.

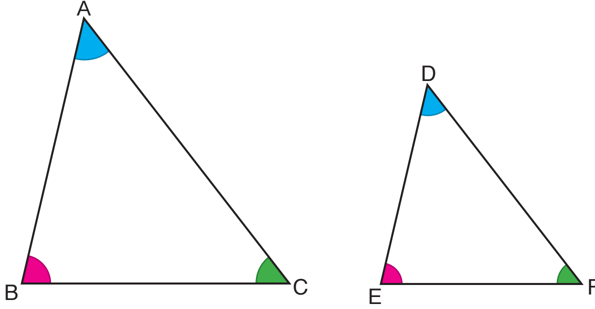
$m(\widehat{BAG}) = m(\widehat{HAD})$ **olduğuna göre** $m(\widehat{AGH}) = x$ **değerini bulunuz.**

Kontrol Noktası 

- Kenar uzunlukları eşit olan iki üçgen eştir.
- Karşılıklı iki açısının ölçüsü ve karşılıklı bir kenar uzunluğu eşit olan üçgenler eştir.
- Karşılıklı iki kenar uzunluğu ve bu kenarların oluşturduğu açı ölçüleri eşit olan üçgenler eştir.

Üçgenlerin Benzer Olma Koşulları

İki üçgenin karşılıklı açıları eş ve bu açıların karşısındaki kenar uzunlukları orantılı ise bu üçgenler benzerdir. Benzerlik, " ~ " sembolü ile gösterilir.



$m(\widehat{A}) = m(\widehat{D}), m(\widehat{B}) = m(\widehat{E}), m(\widehat{C}) = m(\widehat{F})$ ve

$$\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|BC|}{|EF|} = \frac{|AC|}{|DF|} = k \text{ ise}$$

ABC ve DEF üçgenleri benzerdir ve bu üçgenlerin benzerlik oranı k dir. Üçgenlerin benzerliği $\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$ şeklinde temsil edilir.
Benzer iki üçgenin benzerlik oranı 1 ise bu üçgenler eş üçgenlerdir.

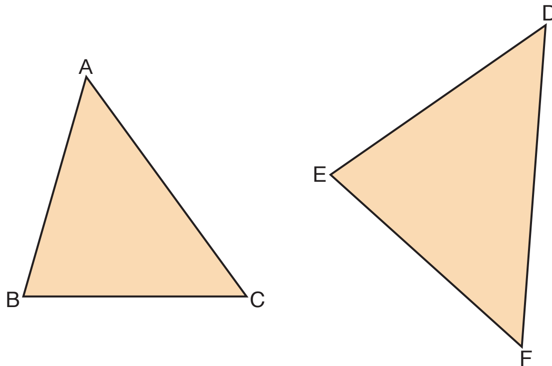
Benzerlik ilişkisinin sembolik temsilinde karşılıklı köşelerin aynı sırada yazıldığına dikkat ediniz.

7. Uygulama 

Üçgenlerin Benzer Olma Şartları

Aşağıdaki yönergeleri takip ederek soruları cevaplayınız.

1. ABC ve DEF benzer üçgenlerini inceleyiniz. İki üçgenin benzerlik koşulları ile ilgili verilen aşağıdaki soruların cevaplarına ilişkin varsayımlarınızı boş bırakılan alanlara yazınız.



a) Verilen üçgen çiftinin benzer olduğunu söyleyebilmek için bu üçgenlerin karşılıklı tüm açılarının eş ve karşılıklı kenar uzunluklarının orantılı olduğu gösterilmeli midir? Fikirlerinizi arkadaşlarınızla paylaşarak tartışınız.



b) İki üçgenin karşılıklı tüm kenar uzunluklarının orantılı olması, üçgenlerin benzer olduğunu söyleyebilmek için yeterli midir? Fikirlerinizi açıklayınız.

c) İki üçgenin karşılıklı herhangi bir açısının eş ve bu açıyı oluşturan karşılıklı kenarların uzunlukları oranının eşit olması, üçgenlerin benzer olduğunu söyleyebilmek için yeterli midir? Fikirlerinizi açıklayınız.

ç) İki üçgenin iki açı ölçüsünün eşit olması, üçgenlerin benzer olduğunu söyleyebilmek için yeterli midir? Fikirlerinizi açıklayınız. Sizinle aynı fikirde olan arkadaşlarınızın kanıtları ile kendi kanıtlarınızı karşılaştırınız.

2. Aşağıdaki tabloda üçgen çiftleri ve bu üçgenlerin bazı kenar uzunlukları ile açı ölçüleri verilmiştir. Varsayımlarınızı incelemek için bu üçgen çiftlerini matematik yazılım programı kullanarak çiziniz. Bu üçgenlerin karşılıklı açılarının eş, karşılıklı kenar uzunluklarının orantılı olup olmadığını gözlemleyiniz. Gözlemlerinizden hareketle tabloda boş bırakılan kısımları doldurunuz.

Üçgenler	Verilenler	Karşılıklı Açı Ölçüleri Eşit/Eşit Değil	Karşılıklı Kenar Uzunluklarının Oranı Eşit/Eşit Değil	Üçgenler Benzer/Benzer Değil
$\widehat{ABC}$	$\|AB\| = 6$ cm, $\|BC\| = 5$ cm, $\|AC\| = 4$ cm			
$\widehat{DEF}$	$\|DE\| = 10$ cm, $\|EF\| = 8$ cm, $\|DF\| = 12$ cm			
$\widehat{DHI}$	$\|DH\| = 6$ cm, $\|HI\| = 15$ cm, $m(\widehat{H}) = 120^\circ$			
$\widehat{JKL}$	$\|JK\| = 2$ cm, $\|JL\| = 3$ cm, $m(\widehat{J}) = 120^\circ$			
$\widehat{MNO}$	$\|MN\| = 4$ cm, $\|MO\| = 6$ cm, $m(\widehat{M}) = 40^\circ$			
$\widehat{PRS}$	$\|PR\| = 8$ cm, $\|RS\| = 12$ cm, $m(\widehat{P}) = 40^\circ$			
$\widehat{TUV}$	$m(\widehat{T}) = 80^\circ$, $m(\widehat{U}) = 70^\circ$			
$\widehat{YZW}$	$m(\widehat{Y}) = 80^\circ$, $m(\widehat{Z}) = 70^\circ$			
$\widehat{NRU}$	$\|NR\| = 9$ cm, $m(\widehat{N}) = 100^\circ$			
$\widehat{ADK}$	$\|AK\| = 3$ cm, $m(\widehat{A}) = 100^\circ$			

3. Elde ettiğiniz sonuçlardan hareketle ulaştığınız genellemeleri örnekteki gibi yazınız.

İki üçgenin iç açılarının ölçüleri eşit ise karşılıklı kenarlarının uzunluklarının oranı eşittir.



4. Gruplara ayrılınız. Varsayımlarınızla genellemelerinizi karşılaştırmak için 2. adımda uyguladığınız yöntemi grup arkadaşlarınızla birlikte daha fazla üçgen çifti üzerinde uygulayınız. Ulaştığınız sonuçları inceleyiniz. İncelemelerinizi geometri tahtası veya matematik yazılımından yararlanarak da yapabilirsiniz. Grup arkadaşlarınızla fikir alışverişi yaparak genellemeler oluşturunuz. Oluşturduğunuz genellemeleri bir önerme olarak örnekteki gibi yazınız.

İki üçgenin benzer olması için birer iç açılarının eş ve bu açıyı oluşturan kenar uzunluklarının oranının eşit olması yeterlidir.

5. Elde ettiğiniz önermeleri değerlendirmek amacıyla aşağıda verilen soruları cevaplayınız.

a) Benzer üçgenlerle günlük hayatta nerelerde karşılaşabileceğinize ilişkin örnekler veriniz. Üçgenlerin benzerliğini verdiğiniz örneklerden biri üzerinde benzerlik koşullarından yararlanarak açıklayınız.

b) Üçgen şeklinde bir kâğıt, iki kenarının orta noktasını birleştiren doğru boyunca kesiliyor ve yeni bir üçgen oluşturuluyor. Oluşan üçgenin ilk üçgene benzer olmasının nedenini benzerlik koşullarından yararlanarak açıklayınız.

Kenar-Kenar-Kenar Benzerliği

İki üçgenin karşılıklı üç kenar uzunluğu orantılı ise bu üçgenler benzerdir. Karşılıklı üç kenar uzunluğunun orantılı olması, iki üçgenin benzer olması için gereken asgari koşullardan biridir.

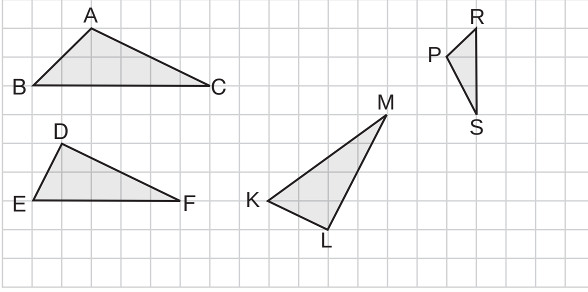
8. ÖRNEK

Rüzgâr, yaz tatilinde gidecekleri illerin konumlarını 1/2 000 000 ölçekli haritada işaretleyip ABC üçgeni oluşturuyor. Oluşturduğu ABC üçgeninin çevre uzunluğunu 39 cm olarak ölçüyor. Buna göre Rüzgâr'ın tatilde izleyeceği rotanın kuş uçuşu mesafesinin kaç km olduğunu bulunuz.

Çözüm

1/2 000 000 ölçekli haritalar, gerçek boyutunun iki milyonda biri olacak şekilde çizildiğinden iki nokta arasındaki kuş uçuşu mesafeler de gerçek boyutunun iki milyonda biri olur. O hâlde Rüzgâr'ın tatilde izleyeceği rota A'B'C' üçgeni olarak modellenirse A'B'C' ve ABC üçgenleri benzerdir (K.K.K.) ve bu üçgenlerin benzerlik oranı 2 000 000'dur. ABC üçgeninin çevresi 39 cm olduğundan A'B'C' üçgeninin çevre uzunluğu $39 \cdot 2\,000\,000 = 78\,000\,000$ cm olur. 1 km = 100 000 cm olduğundan A'B'C' üçgeninin çevre uzunluğu $\frac{78\,000\,000}{100\,000} = 780$ km bulunur.

8. Sıra Sizde

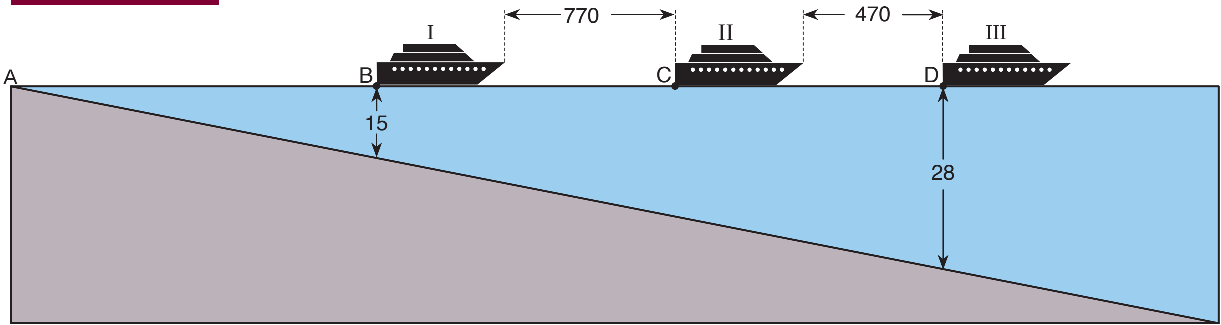


Yandaki birim kareli kâğıda çizilmiş üçgenlerden benzer olanları belirleyiniz. Benzer üçgenlerin sembolik gösterimini ve benzerlik oranlarını yazınız.

Açı-Açı Benzerliği

İki üçgenin karşılıklı iki açısı eş ise bu üçgenler benzerdir. Karşılıklı iki açısının eş olması, iki üçgenin benzer olması için gereken asgari koşullardan biridir. Karşılıklı iki açısının ölçüsü eşit olan üçgenlerin üçüncü açı ölçüleri de eşittir ve karşılıklı kenar uzunlukları orantılıdır.

9. ÖRNEK



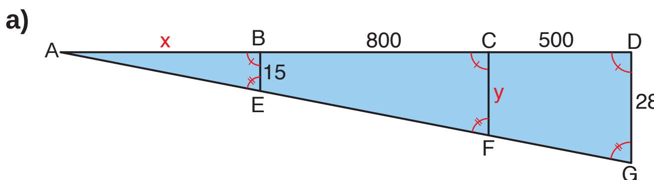
Üstte aynı sırada demir atmış üç geminin olduğu bir görsel verilmiştir. Deniz tabanının doğrusal olarak derinleştiği kabul edilmektedir. I ve II numaralı gemiler arasındaki uzaklık 770 m, II ve III numaralı gemiler arasındaki uzaklık 470 m; suyun B noktasındaki derinliği 15 m, D noktasındaki derinliği 28 m'dir. A, B, C, D noktaları doğrusal ve gemilerin her biri 30 m uzunlukta olduğuna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) I numaralı geminin A noktasına uzaklığının kaç metre olduğunu bulunuz.

b) Suyun C noktasındaki derinliğinin kaç metre olduğunu bulunuz.

Çözüm

a)



Gemilerin boyu 30 m olduğundan $|BC| = 30 + 770 = 800$ m, $|CD| = 30 + 470 = 500$ m olur. AGD üçgeninde $[BE] \parallel [CF] \parallel [DG]$ olduğu için yöndeş açılardan $m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{ACF}) = m(\widehat{ADG})$ ve $m(\widehat{AEB}) = m(\widehat{AFC}) = m(\widehat{AGD})$ olur.

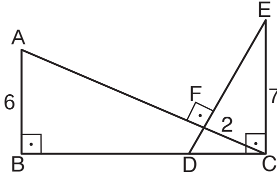


A.A. benzerliğinden $\widehat{ABE} \sim \widehat{ADG}$ ve $\frac{|AB|}{|AD|} = \frac{|BE|}{|DG|}$ olmalıdır. $|AB| = x$ alınırsa

$\frac{x}{x + 1300} = \frac{15}{28} \Rightarrow x = 1500$ m bulunur.

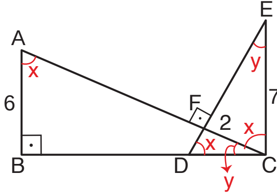
b) A.A. benzerliğinden $\widehat{ABE} \sim \widehat{ACF}$ ve $\frac{|AB|}{|AC|} = \frac{|BE|}{|CF|}$ olmalıdır. $|CF| = y$ alınırsa $\frac{1500}{2300} = \frac{15}{y} \Rightarrow y = 23$ m bulunur.

10. ÖRNEK



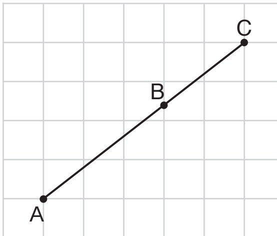
Yandaki şekilde ABC ve EDC bir dik üçgen, $[AC] \perp [DE]$, $|EC| = 7$ cm, $|AB| = 6$ cm ve $|FC| = 2$ cm olduğuna göre $|AF|$nun kaç cm olduğunu bulunuz.

Çözüm



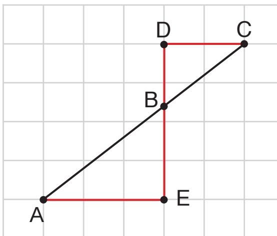
$m(\widehat{CAB}) = x$ ve $m(\widehat{ACB}) = y$ alınırsa ABC üçgeninin iç açılarının ölçüleri toplamından $x + y + 90^o = 180^o$ ve $x + y = 90^o$ bulunur. FDC, EDC ve EFC üçgenlerinin iç açılarının ölçüleri toplamından $m(\widehat{FDC}) = x$, $m(\widehat{DEC}) = y$ ve $m(\widehat{ECF}) = x$ olur. Şekildeki üçgenlerin iç açıları eş olduğundan tüm üçgenler birbirine benzerdir (A.A.). Buradan $\widehat{EFC} \sim \widehat{CBA}$ olduğu için $\frac{|FC|}{|AB|} = \frac{|EC|}{|AC|} \Rightarrow \frac{2}{6} = \frac{7}{|AC|} \Rightarrow |AC| = 21$ cm elde edilir ve $|AF| = 21 - 2 = 19$ cm bulunur.

11. ÖRNEK



Şekilde birim kareli zemin üzerinde $[AC]$ ile gösterilen bir yürüyüş yolu verilmiştir. A ve B noktalarında bulunan iki hareketli, aynı anda ve aynı yöne doğru sabit hızlarla harekete başlıyor. Hızlı olan hareketli, yavaş olanı C noktasında yakalıyor. Buna göre hareketlilerin hızlarının oranını bulunuz.

Çözüm



$[DC]$ ve $[AE]$ çizilip D ile E noktaları birleştirilirse $|DC| = 2$ birim, $|AE| = 3$ birim olur. $[DC] \parallel [AE]$ olduğu için iç ters açılardan $m(\widehat{EAC}) = m(\widehat{ACD})$ ve $m(\widehat{CDB}) = m(\widehat{AEB})$ olur. O hâlde A.A. benzerliğinden $\widehat{CDB} \sim \widehat{AEB}$ bulunur.

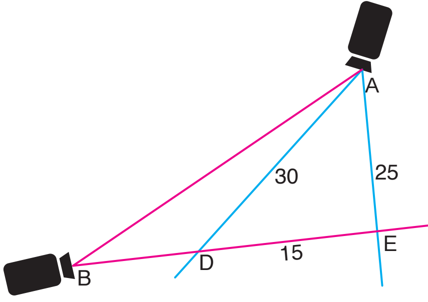
$\frac{|DC|}{|AE|} = \frac{|BC|}{|AB|} \Rightarrow \frac{|BC|}{|AB|} = \frac{2}{3}$ olur. $|CB| = 2k$ birim, $|AB| = 3k$ birim alınırsa t süre de A noktasından yola çıkan hareketli 5k birim, B noktasından yola çıkan hareketli 2k birim yol alır.

Yol = hız · zaman olduğundan

$5k = V_1 \cdot t$

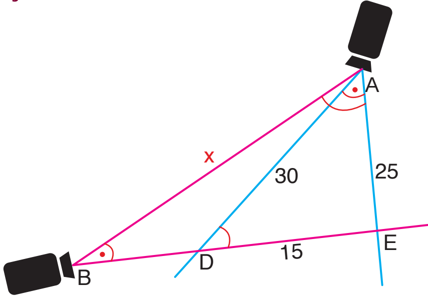
$2k = V_2 \cdot t$ eşitlikleri taraf tarafa bölünürse hareketlilerin hızlarının oranı $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{2}$ bulunur.

12. ÖRNEK



Yanda A ve B noktalarına yerleştirilen aynı görüş açısına sahip özdeş iki kameranın düzlemsel görüntüsü verilmiştir. A noktasındaki kameranın görüş açısı mavi renkle, B noktasındaki kameranın görüş açısı pembe renkle gösterilmiştir. ADE üçgensel bölgesi her iki kameranın görüş alanı içinde bulunmaktadır. $|AD| = 30$ m, $|DE| = 15$ m ve $|AE| = 25$ m olduğuna göre kameralar arasındaki uzaklığın kaç metre olduğunu bulunuz.

Çözüm

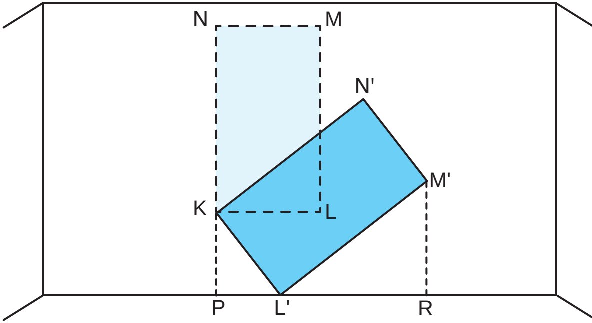


Kameralar aynı görüş açısına sahip olduğundan
$m(\widehat{EAD}) = m(\widehat{ABE})$ olmalıdır.

$\widehat{AEB}$, ABE ve ADE üçgenlerinin ortak açısı olduğundan A.A. benzerliğinden $\widehat{ABE} \sim \widehat{DAE}$ ve $m(\widehat{BAE}) = m(\widehat{ADE})$ olur.

$|AB| = x$ metre alınırsa $\dfrac{|AE|}{|DE|} = \dfrac{|AB|}{|AD|} \Rightarrow \dfrac{25}{15} = \dfrac{x}{30} \Rightarrow x = 50$ metre bulunur.

9. Sıra Sizde



Dikey kenarının uzunluğu 90 cm olan KLMN dikdörtgeni şeklindeki bir boy aynası, KL kenarı zemine paralel olacak şekilde köşelerinden vida yardımıyla duvara tutturulmuştur. Bir süre sonra K noktasındaki vida hariç diğer vidalar gevşeyip çıkmış ve ayna KL'M'N' dikdörtgeni ile gösterildiği şekilde devrilmiştir. $|M'R| = |KL'|$, $|PL'| = 40$ cm'dir ve son konumda aynanın tüm köşeleri duvara temas etmektedir.

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Aynanın alanının kaç cm^2 olduğunu bulunuz.

b) N' köşesinin zemine uzaklığının kaç cm^2 olduğunu bulunuz.

Kenar-Açı-Kenar Benzerliği

İki üçgenin karşılıklı iki kenar uzunluğu orantılı ve bu kenarların oluşturduğu açılar eş ise bu üçgenler benzerdir. Karşılıklı iki kenar uzunluğunun orantılı ve bu kenarlar arasındaki açı ölçülerinin eşit olması, iki üçgenin benzer olması için gereken koşullardan biridir.

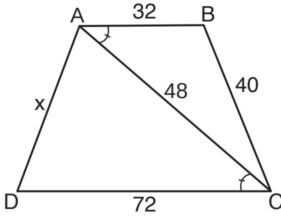
13. ÖRNEK

A, B, C ve D kasabaları arasındaki kuş uçuşu mesafeler ile ilgili aşağıdaki bilgiler verilmiştir.

- A ve B kasabaları arasındaki en kısa uzaklık 32 km'dir.
- B ve C kasabaları arasındaki en kısa uzaklık 40 km'dir.
- C ve D kasabaları arasındaki en kısa uzaklık 72 km'dir.
- A ve C kasabaları arasındaki en kısa uzaklık 48 km'dir.
- ABCD bir dörtgen ve $[AB] \parallel [DC]$ dır.

Verilen bilgilere göre kasabaların konumunu gösteren taslak bir çizim yapınız ve A ile D kasabaları arasındaki en kısa uzaklığın kaç km olduğunu bulunuz.

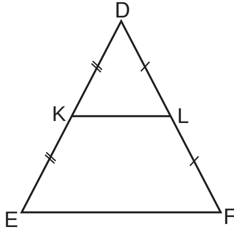
Çözüm



$[AB] \parallel [DC]$ olduğu için $m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{ACD})$ dür. ABC ve ACD üçgenlerinde $\frac{|AB|}{|AC|} = \frac{32}{48} = \frac{2}{3}$, $\frac{|AC|}{|DC|} = \frac{48}{72} = \frac{2}{3}$ ve $m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{ACD})$ olduğundan ABC ve ACD üçgenleri benzerdir (K.A.K.). O hâlde $\frac{40}{x} = \frac{2}{3}$ eşitliğinden $x = 60$ km bulunur.

10. Sıra Sizde

1.

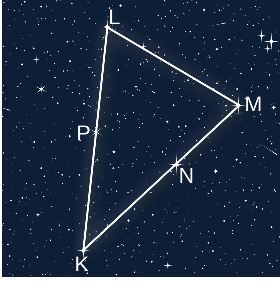


Yanda verilen DEF üçgeninde K ve L noktaları bulundukları kenarların orta noktaları olduğuna göre

a) $|EF| = 2|KL|$ **olduğunu gösteriniz.**

b) $[KL] \parallel [EF]$ **olduğunu gösteriniz.**

2.



Yandaki yıldız haritasında K, L ve M yıldızlarının konumları birleştirilerek KLM üçgeni oluşturulmuştur. Yıldızların konumu ve aralarındaki uzaklıklar ile ilgili aşağıdaki bilgiler verilmiştir.

- P ve N yıldızları KLM üçgeninin kenarları üzerindedir.
- $|PK| = 6$ ışık yılı, $|PL| = 10$ ışık yılı, $|NK| = 8$ ışık yılı, $|NM| = 4$ ışık yılı ve $|LM| = 14$ ışık yılıdır.

Buna göre P ve N yıldızları arasındaki mesafenin kaç ışık yılı olduğunu bulunuz.

Kontrol Noktası 

- Karşılıklı üç kenar uzunluğu orantılı olan üçgenler benzerdir.
- Karşılıklı birer açısı eş ve bu açıyı oluşturan kenarların uzunlukları orantılı olan üçgenler benzerdir.
- Karşılıklı iki açısı eş olan üçgenler benzerdir.

Performans Görevi

Bir Üçgene Eş ve Benzer Üçgenler Oluşturma

Bu görevde sizden cetvel, açıölçer, pergel, renkli kalemler, kâğıt gibi araç gereçleri kullanarak bir üçgene eş ve benzer üçgenler oluşturmanız, bu üçgenlerin hangi koşula göre eş veya benzer olduğunu göstermeniz ve çalışmanızı sunmanız istenmektedir.

Göreve başlamadan önce aşağıdaki hususa dikkat ediniz.

- Bir çalışma planı oluşturunuz. Yapılacak işleri bu planda belirtiniz. İhtiyaç duyduğunuzda öğretmeninize danışabilirsiniz.

Görev esnasında aşağıdaki hususlara dikkat ediniz.

- Çalışmanızda eşlik benzerlik koşullarından her birini en az bir kez kullandığınızdan emin olunuz.
- Eş veya benzer üçgenleri oluştururken takip ettiğiniz adımlara yer verdiğinizden ve bu adımları çizimlerinizle desteklediğinizden emin olarak sunumunuzu oluşturunuz.
- Görevinizi sınıfta ve öğretmeninizin belirlediği sürede tamamlayınız.

Görev bitiminde aşağıdaki hususlara dikkat ediniz.

- Görevinizi tamamladıktan sonra sınıfta sunarak arkadaşlarınızla paylaşınız.
- Sunumunuzda Türkçeyi düzgün ve etkili kullanmaya dikkat ediniz.
- Çalışmanızı öğretmeninize zamanında teslim ediniz.

Performans göreviniz aşağıdaki karekodda verilen analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilecektir.

Analitik dereceli puanlama anahtarına ulaşmak için karekodu okutunuz.

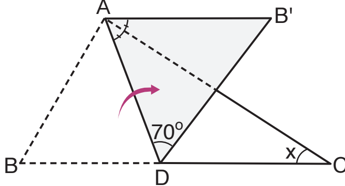


Alıştırmalar

1. $|AD| = |BC|$ **ve** $|AB| = |DC|$ **olacak şekilde bir ABCD dörtgeni çiziniz.** $m(\widehat{DAB}) = m(\widehat{DCB})$ **ve dörtgenin karşılıklı kenarlarının paralel olduğunu gösteriniz.**

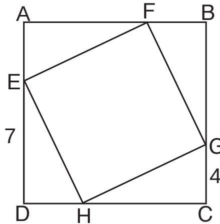
2. Bir ikizkenar üçgenin tepe açısına ait açıortay uzunluğunun aynı zamanda üçgenin yüksekliği ve kenarortayı olduğunu çizerek gösteriniz.

3. ABC üçgeni şeklindeki bir kâğıt $[AD]$ boyunca katlandığında $[AB'] \parallel [BC]$, $m(\widehat{ADB'}) = 70°$ ve $m(\widehat{DAC}) = m(\widehat{CAB'})$ olmaktadır.



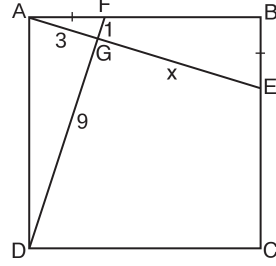
Buna göre $m(\widehat{ACB}) = x$ **değerini bulunuz.**

4. Aşağıdaki şekilde ABCD ve EFGH birer karedir ve EFGH karesinin köşeleri ABCD karesinin kenarları üzerindedir.



$|ED| = 7$ birim, $|GC| = 4$ birim **olduğuna göre ABCD karesinin çevre uzunluğunu bulunuz.**

5. Aşağıdaki ABCD karesinde ADF ve ABE üçgen; $F \in [AB]$, $E \in [BC]$, $|AF| = |BE|$, $|DG| = 9$ cm, $|FG| = 1$ cm, $|AG| = 3$ cm, $[DF] \cap [AE] = \{G\}$ ve $|EG| = x$ cm'dir.

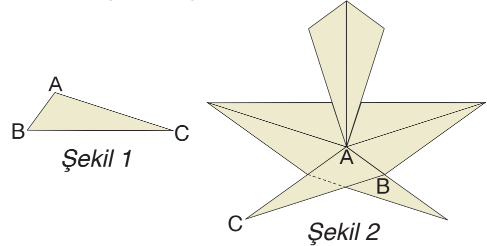


Buna göre

a) x değerini bulunuz.

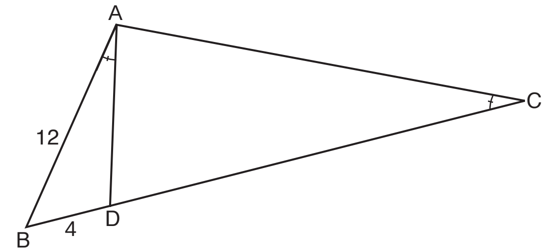
b) EGD açısının ölçüsünün kaç derece olduğunu bulunuz.

6. Akif, Şekil 1'deki ABC üçgeni biçimindeki kartonun 8 tanesini kenarları çakışacak şekilde düzlem üzerinde birleştirerek Şekil 2'deki deseni oluşturmuştur.



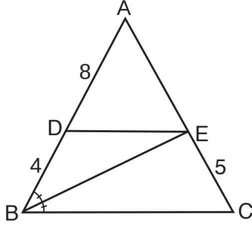
$m(\widehat{ABC}) = 3 \cdot m(\widehat{ACB})$ **olduğuna göre** $m(\widehat{BAC})$ **nü bulunuz.**

7. Aşağıdaki şekilde $D \in [BC]$, $|AB| = 12$ cm, $|BD| = 4$ cm ve $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{ACD})$ dür.



Buna göre $|DC|$ **nun kaç cm olduğunu bulunuz.**

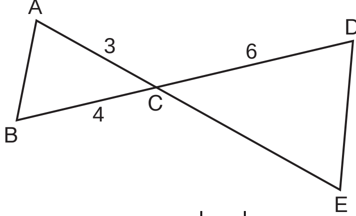
8. Aşağıda verilen ABC üçgeninde $D \in [AB]$, $E \in [AC]$, $[BC] \parallel [DE]$, $m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{EBC})$, $|AD| = 8$ cm, $|DB| = 4$ cm ve $|EC| = 5$ cm olduğuna göre



a) $\frac{|DE|}{|BC|}$ **oranını bulunuz.**

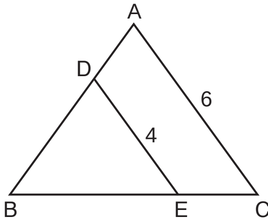
b) $|AE|$ **nu ve** $|BC|$ **nu bulunuz.**

9. Aşağıdaki şekilde A, C, E ve B, C, D noktaları doğrusaldır. $[AB] \parallel [DE]$, $|BC| = 4$ cm, $|CD| = 6$ cm ve $|AC| = 3$ cm'dir.



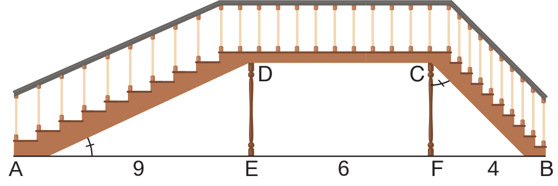
Buna göre $|AE|$ **nu ve** $\frac{|DE|}{|AB|}$ **oranını bulunuz.**

10. Aşağıdaki ABC üçgeninde $D \in [AB]$, $E \in [BC]$, $[DE] \parallel [AC]$, $|AC| = 6$ cm, $|DE| = 4$ cm'dir.



Buna göre $\frac{|BE|}{|BC|}$ **ve** $\frac{|DA|}{|BD|}$ **oranlarını bulunuz.**

11. Aşağıdaki şekilde bir merdivenin yandan görüntüsü verilmiştir. $m(\widehat{DAE}) = m(\widehat{FCB})$, $[DC] \parallel [AB]$, $[DE] \perp [AB]$, $[CF] \perp [AB]$, $|AE| = 9$ m, $|EF| = 6$ m ve $|FB| = 4$ m'dir.

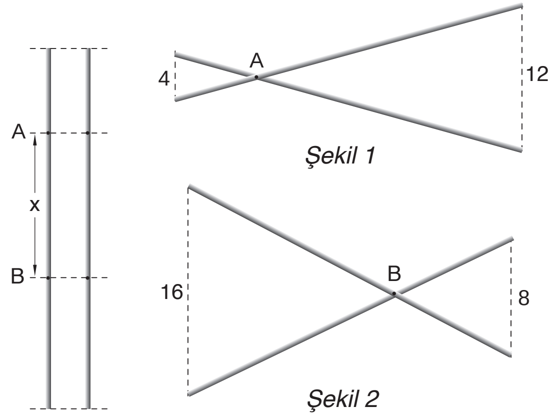


Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) **Merdivenin yerden yüksekliğini ifade eden** $|DE|$ **nu bulunuz.**

b) **Merdivenin tüm yüzeyi halı ile kaplanacaktır. Basamakların genişliği 1,5 m olduğuna göre kaç metrekare halıya ihtiyaç olduğunu bulunuz.**

12. Aşağıdaki görselde uzunlukları 48 cm olan, A ve B noktalarından aynı hizada işaretlenmiş iki metal çubuk ve bu çubuklar ile yapılan farklı iki şekil verilmiştir. Çubuklar Şekil 1'de A noktasında, Şekil 2'de B noktasında kesiştirildiğinde çubukların uçları arasındaki mesafeler görselde verildiği gibi olmaktadır.



Buna göre çubuk üzerinde alınan A ve B noktaları arasındaki uzaklığı bulunuz.

Konu ile ilgili etkileşimli içeriğe ulaşmak için karekodu okutunuz.

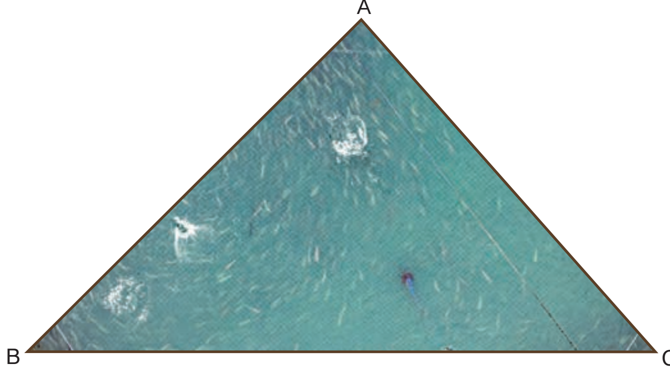


4.3. BİR ÜÇGENDEN HAREKETLE ONA BENZER ÜÇGENLER OLUŞTURMA

Konuya Başlarken



Bir balık yetiştirme havuzunun içinde yavrulama dönemindeki balıklar için ayrı bir bölme yapılmak istenmektedir. Havuz ABC üçgeni şeklinde aşağıdaki gibi modellenmiştir. Bölme, $K \in [AB]$ ve $L \in [AC]$ olacak şekilde seçilen iki noktanın doğrusal şekilde birleştirilmesi ile oluşturulacaktır.



Oluşacak AKL üçgeni ile ABC üçgeninin benzer olması istendiğine göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

1. ABC üçgenine benzer AKL üçgenini oluşturmak için K ve L noktalarını belirlemeden önce hangi ölçümler yapılmalıdır?
2. K ve L noktası $[KL] \parallel [BC]$ olacak şekilde seçilirse AKL ve ABC üçgenleri benzer olur mu?
3. AKL ve ABC üçgenlerinin ortak köşesini oluşturan kenar uzunluklarının orantılı olması üçgenlerin benzerliği için yeterli midir?

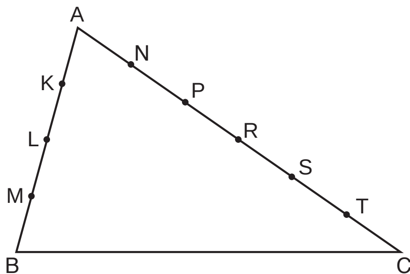
Birçok geometrik problemin temelinde iç içe geçmiş benzer üçgenler kullanılmaktadır. Bir üçgene benzer başka bir üçgenin nasıl oluşturulabileceği bilgisi bu problemlerin çözümünün anlamlandırılabilmesi açısından önem taşır. Üçgenlerin benzer olma koşulları dikkate alınarak bir üçgenden hareketle bu üçgene benzer çok sayıda üçgen oluşturulabilir.

8. Uygulama



Benzer Üçgen Oluşturma

Aşağıda verilen ABC üçgeninin AB ve AC kenarları sırasıyla 4 ve 6 eşit aralığa ayrılmıştır. Benzerlik koşullarından hareketle noktalardan ikisini birleştirerek ABC üçgenine benzer üçgenler oluşturunuz ve soruları cevaplayınız.

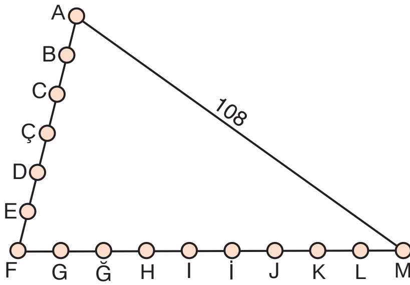


1. Hangi nokta çiftleri birleştirilirse oluşan üçgenler ile ABC üçgeninin benzer olacağını açıklayınız.

2. Benzer üçgenlerin hangi benzerlik koşuluna göre belirlendiğini yazınız.

3. ABC üçgeninde [LR] çizildiğinde [LR] // [BC] olmasının nedenini açıklayınız.

14. ÖRNEK



Dikilen direkler ve bu direklerin etrafına sarılan tellerin oluşturduğu üçgensel bir tarlanın modellemesi yanda verilmiştir. Toplam 16 direk şekildeki gibi eşit aralıklarla dikilmiş ve harflendirilmiştir.

Seçilen iki direk arasına tel çekilerek başka bir üçgensel bölge oluşturulmak istenmektedir. A ve M direkleri arasındaki mesafe 108 metre olduğuna göre

a) Tel uzunluğunun ölçüm yapılmadan hesaplanabilmesi için seçilmesi gereken direkleri bulunuz.

b) C ve J direkleri arasına çekilecek telin kaç metre olması gerektiğini bulunuz.

Çözüm

a) AF kenarı 6, FM kenarı 9 eşit aralığa bölünmüştür. Tel uzunluğunun hesaplanabilmesi için Kenar-Açı-Kenar benzerliğinden hareketle AFM üçgenine benzer üçgenler oluşturulmalıdır. Bu üçgenlerin ortak açısı $\widehat{AFM}$ ve kenar uzunlukları oranı $\frac{6}{9}$ olmalıdır.

D ve H noktaları birleştirilirse $\frac{|DF|}{|FH|} = \frac{|AF|}{|FM|} = \frac{2}{3}$ olduğundan $\widehat{DFH} \sim \widehat{AFM}$ olur.

Ç ve Ğ noktaları birleştirilirse $\frac{|FĞ|}{|FÇ|} = \frac{|AF|}{|FM|} = \frac{2}{3}$ olduğundan $\widehat{ĞFÇ} \sim \widehat{AFM}$ olur.

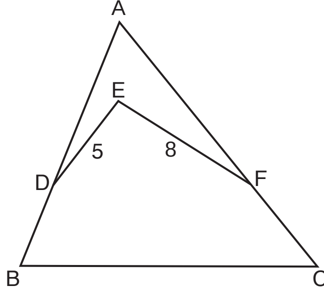
C ve J noktaları birleştirilirse $\frac{|CF|}{|FJ|} = \frac{|AF|}{|FM|} = \frac{2}{3}$ olduğundan $\widehat{CFJ} \sim \widehat{AFM}$ olur.

A ve I noktaları birleştirilirse $\frac{|FI|}{|AF|} = \frac{|AF|}{|FM|} = \frac{2}{3}$ olduğundan $\widehat{IFA} \sim \widehat{AFM}$ olur.

b) C ve J noktaları birleştirilirse $\widehat{CFJ} \sim \widehat{AFM}$ olduğundan

$\frac{|CJ|}{|MA|} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{|CJ|}{108} = \frac{2}{3} \Rightarrow |CJ| = 72$ m bulunur.

11. Sıra Sizde



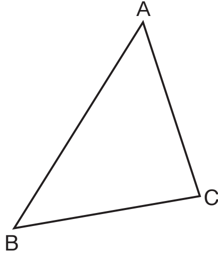
Yandaki ABC üçgeninde $D \in [AB]$, $F \in [AC]$, $2|BD| = |AD|$, $2|FC| = |AF|$, $|DE| = 5$ birim **ve** $|FE| = 8$ birim **olduğuna göre** $|BC|$ **nun alabileceği en büyük ve en küçük tam sayı değerlerininin toplamını bulunuz.**



9. Uygulama

Paralel Çizme

Aşağıdaki ABC üçgeninin kenarları üzerindeki iki noktayı üçgenin herhangi bir kenarına paralel olacak şekilde birleştiriniz. Oluşturduğunuz üçgenle ABC üçgeni arasındaki ilişkiyi inceleyerek aşağıda verilen soruları cevaplayınız.



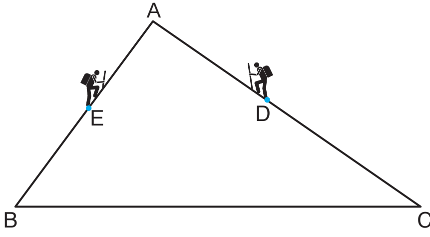
a) Oluşan üçgen ile ABC üçgeninin benzer olup olmadığını belirleyiniz.

b) Oluşan üçgen ile ABC üçgeni benzer ise bu benzerliğin hangi benzerlik koşuluna dayandığını açıklayınız.

c) Bir önceki soruda elde ettiğiniz sonucun çizilen tüm paralel doğrular için geçerli olup olmadığını açıklayınız.

ç) Bir ABC üçgeni çiziniz. $D \in [AB]$, $E \in [AC]$ ve $[DE] \parallel [BC]$ olacak şekilde bir ADE üçgeni oluşturunuz. ADE üçgeni ile ABC üçgeninin benzerlik ilişkisinden hareketle bu üçgenlerin kenarları arasındaki orantıyı ifade ediniz.

15. ÖRNEK

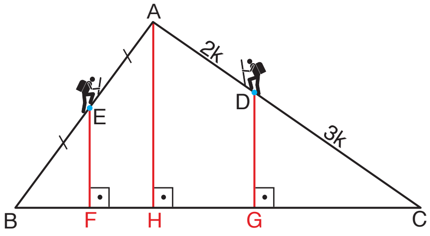


İki dağcı, ABC üçgeni şeklinde modellenmiş bir dağın B ve C noktalarından zirveye doğru tırmanmaya başlamıştır. C noktasından hareket eden dağcı yolun $\frac{3}{5}$'ini tırmandığında D noktasında 1500 metre yüksekliğe ulaşmıştır. Bu sırada B noktasından hareket eden dağcı yolun yarısında bulunan E noktasına varmıştır. Verilen bilgilere göre

a) Dağın zirvesinin kaç metre yükseklikte olduğunu bulunuz.

b) E noktasında bulunan dağcının kaç metre yükseğe tırmandığını bulunuz.

Çözüm



$|AC| \cdot \frac{3}{5} = |DC|$ olduğundan $\frac{|DC|}{|AD|} = \frac{3}{2}$'dir.

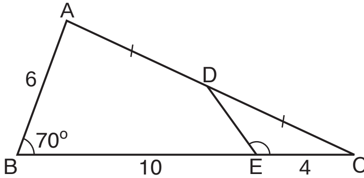
$|EB| = \frac{|AB|}{2}$ olduğundan $\frac{|AE|}{|BE|} = 1$'dir.

a) Dağcı D noktasında 1500 m yükseklikte olduğundan $[DG]$ yüksekliği çizilirse $|DG| = 1500$ m'dir.

$[AH]$ yüksekliği çizilirse $\widehat{CGD} \sim \widehat{CHA}$ olduğundan $\frac{|DC|}{|AC|} = \frac{|DG|}{|AH|} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{1500}{|AH|} \Rightarrow |AH| = 2500$ m olur.

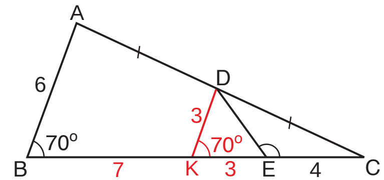
b) $[EF]$ yüksekliği çizilirse $\widehat{EBF} \sim \widehat{ABH}$ olduğundan $\frac{|BE|}{|BA|} = \frac{|EF|}{|AH|} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{|EF|}{2500} \Rightarrow |EF| = 1250$ m olur.

16. ÖRNEK



Yandaki ABC üçgeninde $D \in [AC]$, $E \in [BC]$, $|AD| = |DC|$, $|AB| = 6$ birim, $|BE| = 10$ birim, $|EC| = 4$ birim ve $m(\widehat{ABC}) = 70^\circ$ olduğuna göre $m(\widehat{DEC})$'nün kaç derece olduğunu bulunuz.

Çözüm



$K \in [BC]$ olmak üzere ABC üçgenine D noktasından $[AB]$na paralel olacak şekilde $[DK]$ çizilsin.

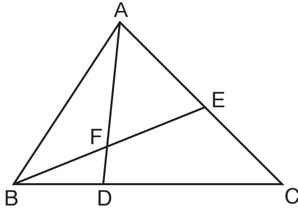
$\widehat{CDK} \sim \widehat{CAB}$ olduğundan (A.A.) $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{DKC}) = 70^\circ$ ve

$\frac{|DC|}{|AC|} = \frac{|CK|}{|CB|} = \frac{|DK|}{|AB|} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{|CK|}{14} = \frac{|DK|}{6}$ eşitliğinden

$|CK| = |BK| = 7$ birim, $|DK| = 3$ birim bulunur. $|KE| = 7 - 4 = 3$ birim ve $|KE| = |DK| = 3$ birim olduğundan DKE ikizkenar üçgen ve $m(\widehat{KDE}) = m(\widehat{DEK}) = 55^\circ$ olur. $m(\widehat{DEC}) = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$ bulunur.

Bir üçgenin iki kenarının orta noktasını birleştiren doğru parçası üçgenin orta tabanıdır. Orta taban, üçüncü kenara paralel ve kenar uzunluğunun yarısına eşittir.

17. ÖRNEK

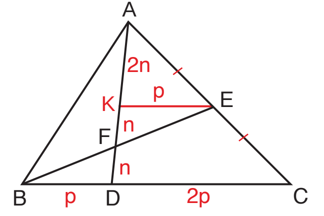


Yandaki ABC üçgeninde $[BE] \cap [AD] = \{F\}$, $2|BD| = |DC|$ ve $|AE| = |EC|$ olduğuna göre

a) $\dfrac{|BF|}{|FE|}$ oranını bulunuz.

b) $\dfrac{|AF|}{|FD|}$ oranını bulunuz.

Çözüm



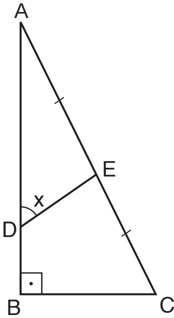
a) ADC üçgeninde E noktasından DC kenarına $[EK]$ paraleli çizilirse $\widehat{AKE} \sim \widehat{ADC}$ ve $\widehat{EKF} \sim \widehat{BDF}$ olur (A.A.). $2|BD| = |DC| = 2p$ alınırsa

$\widehat{AKE} \sim \widehat{ADC}$ olduğundan $\dfrac{|AE|}{|AC|} = \dfrac{|EK|}{|DC|} \Rightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{|EK|}{2p} \Rightarrow |EK| = p$ olur.

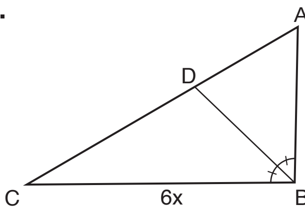
$\widehat{FKE} \sim \widehat{FDB}$ olduğundan $\dfrac{|BF|}{|FE|} = \dfrac{p}{p} \Rightarrow \dfrac{|BF|}{|FE|} = 1$ bulunur.

b) $\widehat{EKF} \sim \widehat{BDF}$ olduğundan $\dfrac{|KF|}{|FD|} = \dfrac{p}{p} \Rightarrow |KF| = |FD|$ olur. $|KF| = |FD| = n$ alınsın. $\widehat{AKE} \sim \widehat{ADC}$ olduğundan $\dfrac{|AK|}{|AD|} = \dfrac{p}{2p} \Rightarrow 2|AK| = |AD|$ olur. Buradan $|AK| = |KD| = 2n$ ve $\dfrac{|AF|}{|FD|} = \dfrac{3n}{n} = 3$ bulunur.

12. Sıra Sizde

1. 

Yandaki ABC üçgeninde $D \in [AB]$, $E \in [AC]$, $[AB] \perp [BC]$, $|AE| = |EC|$ **ve** $2|AD| = 6|BD| = 3|BC|$ **olduğuna göre** $m(\widehat{ADE}) = x$ **değerini bulunuz.**

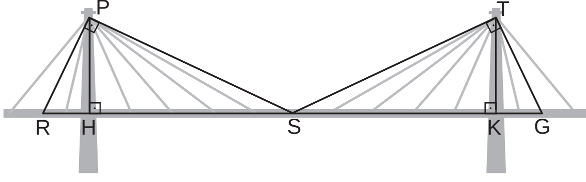
2. 

Yandaki ABC üçgeninde $D \in [AC]$, $m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{DBC})$, $2|AD| = |DC|$ **ve** $|BC| = 6x$ birim **olduğuna göre** $|AB|$ **nun x türünden eşitini bulunuz.**

Konu ile ilgili çalışma kâğıdına ulaşmak için karekodu okutunuz.



18. ÖRNEK



Yandaki şekilde bir köprünün yandan görünüşünün modellemesi verilmiştir. $[PR]$ ve $[PS]$ halatları P noktasında birbirine diktir.

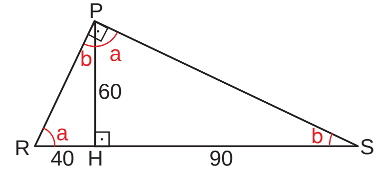
$\widehat{PRS} \cong \widehat{TGS}$, $[PH] \perp [RG]$, $|HK| = 180$ m ve $|RH| = 40$ m olduğuna göre

a) Hangi üçgenlerin benzer olduğunu gerekçeleriyle belirtiniz.

b) $|PH|$nun kaç metre olduğunu bulunuz.

c) Kullanılan toplam halat uzunluğunun yaklaşık değerini metre cinsinden bulunuz.

Çözüm



a) PRH üçgeninde $m(\widehat{PRH}) = a$ ve $m(\widehat{RPH}) = b$ alınırsa üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamından $a + b = 90^o$ olur. $m(\widehat{RPS}) = 90^o$ olduğundan $m(\widehat{HPS}) = a$, PHS üçgeninde $m(\widehat{HPS}) + m(\widehat{PSH}) = 90^o$ olduğundan $m(\widehat{PSH}) = b$ olur. PRH, SPH ve SRP üçgenlerinin iç açılarının ölçüleri eşit olduğundan bu üçgenler Açı-Açı benzerlik koşuluna göre benzer üçgenlerdir.

b) $\widehat{PHR} \sim \widehat{SHP}$ olduğundan $\dfrac{|PH|}{|HS|} = \dfrac{|RH|}{|PH|} \Rightarrow \dfrac{|PH|}{90} = \dfrac{40}{|PH|} \Rightarrow |PH| = 60$ m bulunur.

c) $\widehat{PHR} \sim \widehat{SPR}$ olduğundan $\dfrac{|PR|}{|RS|} = \dfrac{|RH|}{|PR|} \Rightarrow \dfrac{|PR|}{130} = \dfrac{40}{|PR|} \Rightarrow |PR| = \sqrt{5200} \approx 72$ m,

$\widehat{PHS} \sim \widehat{RPS}$ olduğundan $\dfrac{|PS|}{|RS|} = \dfrac{|HS|}{|PS|} \Rightarrow \dfrac{|PS|}{130} = \dfrac{90}{|PS|} \Rightarrow |PS| = \sqrt{11700} \approx 108$ m bulunur.

$|PR| + |PS| = 72 + 108 = 180$ m olduğundan toplam halat uzunluğu yaklaşık $180 \cdot 2 = 360$ m bulunur.

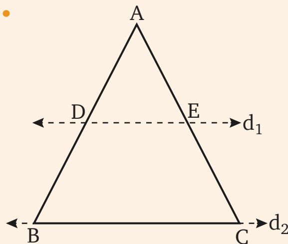
Kontrol Noktası



- Bir üçgende farklı iki kenar üzerindeki iki nokta birleştirilerek bir başka üçgen oluşturulduğunda bu üçgenlerin ortak köşesini oluşturan kenarların uzunlukları orantılı ise bu üçgenler Kenar-Açı-Kenar benzerliğine göre benzerdir.

- Bir üçgenin herhangi bir kenarına paralel çizilerek oluşturulan üçgen, Açı-Açı benzerliğine göre bu üçgene benzerdir.

- Bir ABC dik üçgeninin dik köşesinden çizilen yüksekliğin oluşturduğu üçgenler ABC üçgeni ile benzerdir.

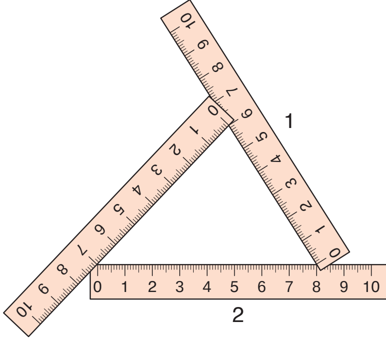
- 

  Yandaki ABC üçgeninde $d_1 \parallel d_2$ ise $\widehat{ADE} \sim \widehat{ABC}$ dir (A.A.).

  Temel orantı teoremine göre $\dfrac{|AD|}{|AB|} = \dfrac{|AE|}{|AC|} = \dfrac{|DE|}{|BC|}$ dur.

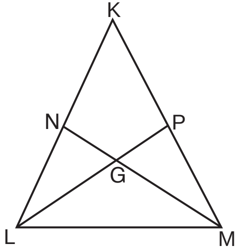
Alıştırmalar

1. Cetveller birleştirilerek aşağıdaki üçgen şekli oluşturulmuştur.



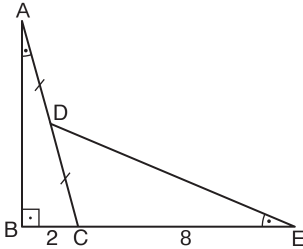
1 ve 2 numaralı cetveller üzerindeki hangi sayılar arasına bir doğru parçası yerleştirilirse mevcut üçgene benzer bir üçgen elde edilebileceğini bulunuz.

2. Aşağıdaki şekilde $[LP]$ ve $[MN]$, KLM üçgeninin kenarortaylarıdır. $[LP] \cap [MN] = \{G\}$ dir.



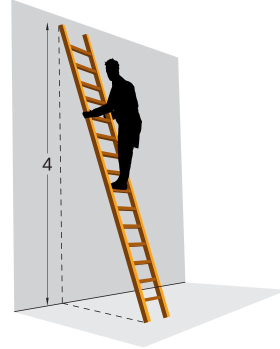
Buna göre $2|GP| = |GL|$ **olduğunu gösteriniz.**

3. Aşağıdaki ABC ve DCE üçgenlerinde $[AB] \perp [BC]$, $|AD| = |DC|$, $m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{DEC})$, $|BC| = 2$ birim ve $|CE| = 8$ birimdir.



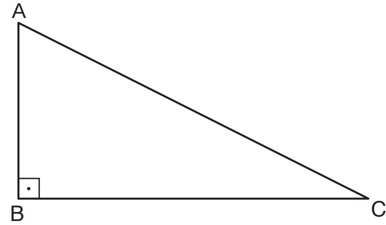
Buna göre $|AB|$ **nun kaç birim olduğunu bulunuz.**

4. Aşağıdaki görselde duvara belli bir açı ile dayanmış merdivene çıkan bir kişi yer almaktadır.



Birbirine eşit mesafede toplam 15 basamağı bulunan bu merdivenin duvara dayandığı noktanın yerden yüksekliği 4 metre olduğuna göre merdivenin 7. basamağında bulunan kişinin yerden yüksekliğini bulunuz.

5. Aşağıda ABC dik üçgeni verilmiştir.
$D \in [AC]$ ve $m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{BCA})$ olacak şekilde B köşesinden $[BD]$ nı çiziniz.



$|AD| = 3$ birim ve $|DC| = 12$ birimdir.

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) **Hangi üçgenlerin benzer olduğunu nedenleri ile yazınız.**

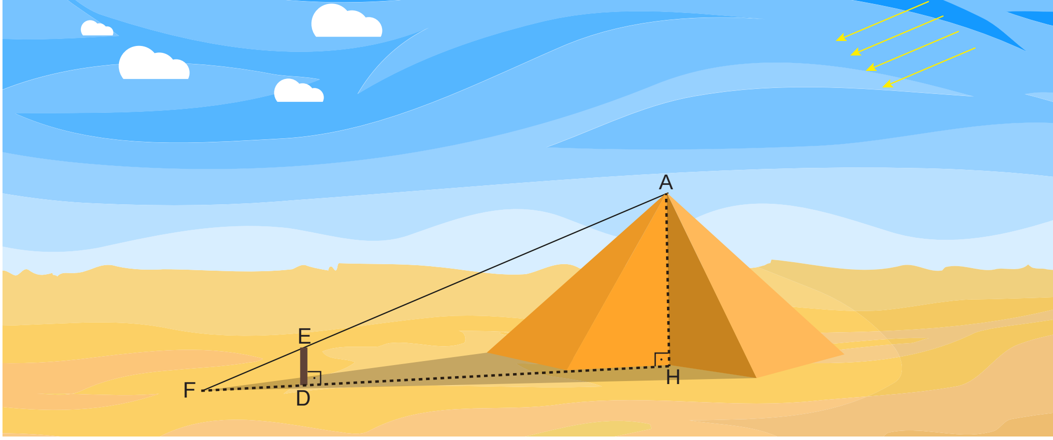
b) $|BD|$ **nun kaç birim olduğunu bulunuz.**

c) $|BC|$ **nun kaç birim olduğunu bulunuz.**

4.4. TALES, ÖKLİD VE PİSAGOR TEOREMLERİ

Konuya Başlarken 

Benzerlik çalışmalarında sıkça karşılaşılan şekiller, paralel doğrular ve kesenlerden oluşur. Tales teoremi, paralel doğrular ve kesenler arasındaki ilişkiyi açıklayan bir teoremdir.



Tales, Mısır Piramitleri'nin yüksekliğini ölçmek için gölgelerden faydalanmıştır. Yukarıdaki görsel Giza Piramidi'ni temsil etmektedir. Görselde [AH] piramidin yüksekliğini, [ED] Tales tarafından kullanılan toprağa dikili durumdaki çubuğu, [DF] ve [HF] sırasıyla güneş ışınlarının belirli bir açıyla geldiği bir saatte çubuğun ve piramidin gölge uzunluklarını göstermektedir.

Buna göre Tales'in piramidin yüksekliğini nasıl hesaplamış olabileceğini düşününüz. Fikirlerinizi sınıf arkadaşlarınızla paylaşınız.

Tales Teoremi

Tales, geometrinin sadeleştirilmesine ve daha anlaşılır olmasına önemli katkılarda bulunmuştur. Ortaya koyduğu Tales teoremi ile paralel doğrular ve kesenler arasındaki ilişkileri açıklayarak temel geometrik ilkeleri daha erişilebilir hâle getirmiştir.

10. Uygulama

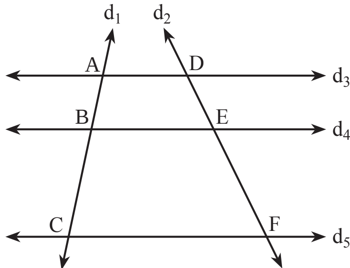


Tales Teoremi

Aşağıda verilen teoremin ispatına yönelik adımları uygulayınız.

1. Teoremi inceleyiniz.

Teorem: Birbirine paralel en az üç doğru, farklı iki kesen üzerinde orantılı doğru parçaları oluşturur.



Verilenler: $d_3 \parallel d_4 \parallel d_5$ olacak şekilde d_3, d_4 ve d_5 doğrularını kesen farklı d_1 ve d_2 doğruları

İspatlanacak ifade: $\frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|DE|}{|EF|}$

2. Birinci adımda ifade edilen teoremin benzer üçgenler oluşturularak nasıl ispatlanabileceğine ilişkin fikirlerinizi açıklayınız. Fikirlerinizi arkadaşlarınızla saygı çerçevesinde tartışınız.

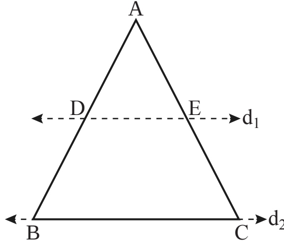
3. Benzer üçgenler oluşturmak için gerekli çizimleri yapınız ve çiziminizle ilgili açıklamaları yazınız.

4. Yaptığınız çizimler sonucunda oluşturduğunuz benzer üçgenlerin kenarları arasındaki orantıyı ifade ediniz.

5. Teoremin ispatının tamamlanıp tamamlanmadığına ilişkin fikrinizi ispat sürecinde takip ettiğiniz adımlardan hareketle gerekçelendirerek açıklayınız ve arkadaşlarınızla paylaşarak tartışınız.

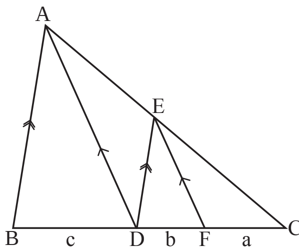
6. Yaptığınız ispatta kullandığınız yöntemi değerlendirmek için aşağıdaki problemleri çözünüz.

a)



Yandaki ABC üçgeninde A, D, B ile A, E, C doğrusal ve $d_1 \parallel d_2$ olmak üzere $\frac{|AD|}{|DB|} = \frac{|AE|}{|EC|}$ olduğunu gösteriniz.

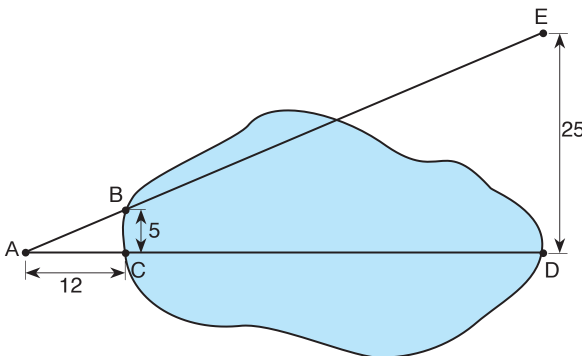
b)



Yandaki ABC üçgeninde D ve F noktası BC kenarı, E noktası AC kenarı üzerindedir. $[AB] \parallel [ED]$, $[AD] \parallel [EF]$, $|CF| = a$, $|FD| = b$ ve $|DB| = c$ olarak verilmiştir.

Buna göre a, b ve c uzunlukları arasındaki ilişkiyi bulunuz.

19. ÖRNEK

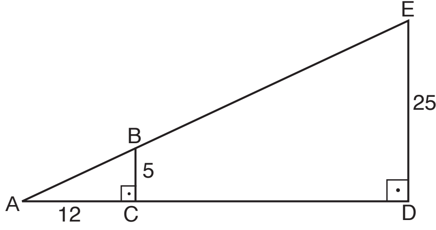


Yandaki şekilde yer alan göletin iki yakasında bulunan Meral ve Emine, göletin genişliğini ölçmek istiyor. Meral yer düzlemine dik olacak şekilde A, B ve C noktalarına; Emine ise yer düzlemine dik olacak şekilde D, E noktalarına boyları eşit uzunlukta birer çubuk dikiyor.

A, B, E ve A, C, D kendi aralarında doğrusal, $[BC] \parallel [ED]$ olmak üzere $|BC| = 5$ m, $|AC| = 12$ m ve $|DE| = 25$ m olarak verilmiştir.

Buna göre göletin genişliğini ifade eden $|CD|$nun kaç m olduğunu bulunuz.

Çözüm



$[BC] \parallel [DE]$ olduğundan temel orantı teoremine göre $\dfrac{|AC|}{|AD|} = \dfrac{|BC|}{|ED|}$ dur.

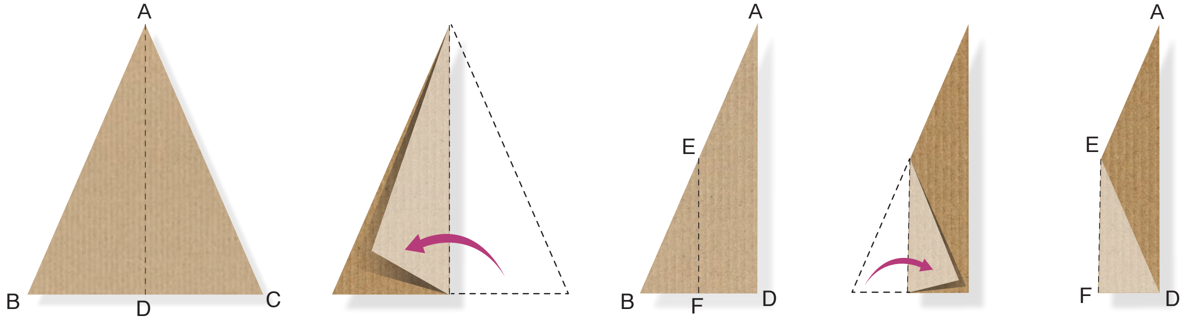
$\dfrac{|AC|}{|AD|} = \dfrac{|BC|}{|ED|} \Rightarrow \dfrac{12}{12+|CD|} = \dfrac{5}{25} \Rightarrow \dfrac{12}{12+|CD|} = \dfrac{1}{5}$

$\Rightarrow 12 \cdot 5 = 12 + |CD|$

$\Rightarrow 60 = 12 + |CD|$ ve $|CD| = 48$ m bulunur.

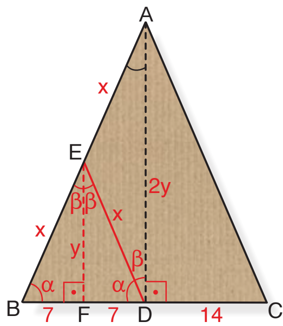
20. ÖRNEK

Selin öğretmen, sınıfa $|AB| = |AC|$ ve $|BC| = 28$ cm olan ikizkenar üçgen biçiminde bir karton parçası getirmiştir. Selin öğretmen, bu karton parçasını önce $[AD]$ boyunca ok yönünde C köşesi B köşesiyle çakışacak şekilde katlıyor; sonra $[EF]$ boyunca ok yönünde B köşesi D köşesiyle çakışacak şekilde katlıyor. Katlama işlemleri sonunda elde edilen şekilde AED üçgeninin çevre uzunluğu 42 cm'dir.



Buna göre Selin öğretmenin elde ettiği son şekildeki EFD üçgeninin çevre uzunluğunun kaç cm olduğunu bulunuz.

Çözüm



ABC ikizkenar üçgeni $[AD]$ boyunca C köşesi B köşesiyle çakışacak şekilde katlandığından $[AD] \perp [BC]$ olur. Aynı şekilde $[EF]$ boyunca B köşesi D köşesiyle çakışacak şekilde katlandığından $[EF] \perp [BD]$ ve $|ED| = |EB|$ olur.

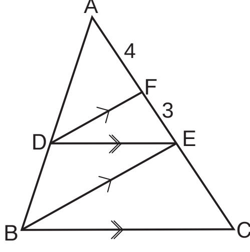
EBD ikizkenar üçgeninde $m(\widehat{EBF}) = m(\widehat{EDF}) = \alpha$, $m(\widehat{BEF}) = m(\widehat{DEF}) = \beta$ ve $|BF| = |DF| = 7$ cm'dir. $m(\widehat{ADB}) = 90^\circ$ olduğundan $m(\widehat{EDA}) = \beta$ olur. $m(\widehat{BED}) = 2\beta$ olduğundan $m(\widehat{EAD}) = \beta$ dır. Bu nedenle EAD üçgeni ikizkenar üçgen ve $|EA| = |ED| = x$ cm olur.

E ve F noktaları $[AB]$ ve $[BD]$nın orta noktalarıdır. $[EF]$ise ABD üçgeninin orta tabanını oluşturur. $\widehat{EBF} \sim \widehat{ABD}$ olduğundan $\dfrac{|BE|}{|BA|} = \dfrac{|BF|}{|BD|} = \dfrac{|EF|}{|AD|}$ bulunur. Buradan orta taban $|EF| = y$ cm iken $|AD| = 2y$ cm olarak bulunur.

AED üçgeninin çevre uzunluğu 42 cm olduğundan $x + x + 2y = 42 \Rightarrow x + y = 21$ cm'dir.

EFD üçgeninin çevre uzunluğu $x + y + 7 \Rightarrow 21 + 7 = 28$ cm bulunur.

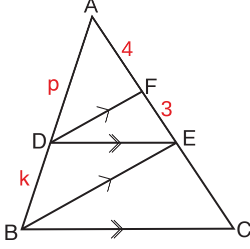
21. ÖRNEK



ABC üçgeninde F, E ∈ [AC], D ∈ [AB], [DF] ∥ [BE], [DE] ∥ [BC], |AF| = 4 cm ve |FE| = 3 cm olarak verilmiştir.

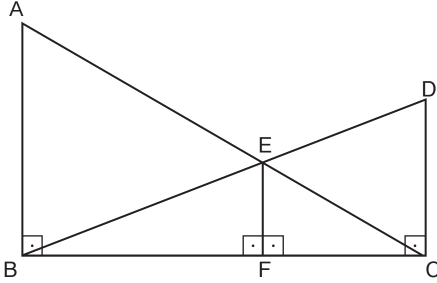
Buna göre |EC| nun kaç cm olduğunu bulunuz.

Çözüm



ABC üçgeninde |AD| = p, |DB| = k ve [DF] ∥ [BE] olduğuna göre Tales teoreminden hareketle $\frac{|AF|}{|FE|} = \frac{p}{k} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{p}{k}$ olur. ABC üçgeninde [DE] ∥ [BC] olduğuna göre $\frac{|AE|}{|EC|} = \frac{p}{k} \Rightarrow \frac{4+3}{|EC|} = \frac{p}{k}$ eşitlikleri yazılabilir. Buradan $\frac{7}{|EC|} = \frac{4}{3} \Rightarrow 3 \cdot 7 = 4 \cdot |EC| \Rightarrow |EC| = \frac{21}{4}$ cm olur.

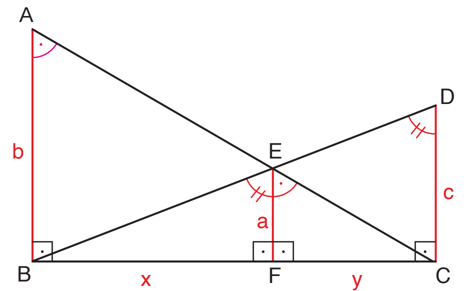
22. ÖRNEK



Yandaki şekilde ABC ve DCB dik üçgenlerinde [AC] ∩ [BD] = {E} dir. [AB] ∥ [DC] ∥ [EF] ve |AB| = b, |DC| = c, |EF| = a olarak verilmiştir.

Buna göre $\frac{1}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ bağıntısını elde ediniz.

Çözüm



Yandaki şekilde [AB] ∥ [EF] ve $\widehat{EFC} \sim \widehat{ABC}$ dir (A.A.).

|BF| = x ve |FC| = y olmak üzere $\frac{a}{b} = \frac{y}{x+y}$ olur.

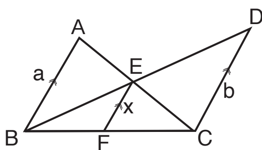
Benzer şekilde [DC] ∥ [EF] ve $\widehat{EFB} \sim \widehat{DCB}$ dir (A.A.).

|BF| = x ve |FC| = y olmak üzere $\frac{a}{c} = \frac{x}{x+y}$ olur.

$\frac{a}{b} + \frac{a}{c} = \frac{y}{x+y} + \frac{x}{x+y} = 1 \Rightarrow \frac{a \cdot c + a \cdot b}{b \cdot c} = 1$

$\Rightarrow a(c+b) = b \cdot c \Rightarrow a = \frac{b \cdot c}{c+b}$ olur.

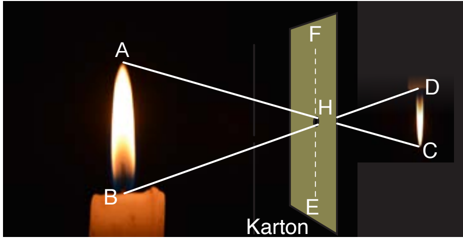
Buradan $\frac{1}{a} = \frac{c+b}{b \cdot c} \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{c}{b \cdot c} + \frac{b}{b \cdot c} \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ bulunur.



Yandaki şekilde ABC ve BCD üçgen, [AC] ∩ [BD] = {E}, F ∈ [BC] dır.

[AB] ∥ [DC] ∥ [EF] olmak üzere $\frac{1}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ dir.

23. ÖRNEK

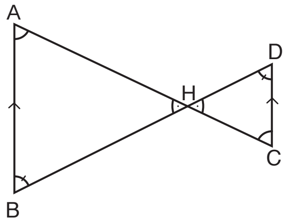


Yandaki görselde ortası delik olan ve saydam olmayan kartondan geçen mum alevinin duvardaki görüntüsü modellenmiştir.

B, H, D ve A, H, C noktaları doğrusaldır. $[AB] \parallel [EF] \parallel [CD]$, $|AB| = 12$ cm, $|BH| = 16$ cm ve $|HD| = 8$ cm olarak verilmiştir.

Buna göre mum ateşinin duvarda oluşan görüntüsünün boyunun kaç cm olduğunu bulunuz.

Çözüm



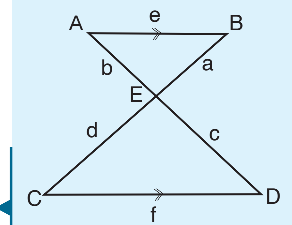
$[AB] \parallel [CD]$ ve $m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{BDC})$,

$m(\widehat{BAH}) = m(\widehat{HCD})$ ve $m(\widehat{BHA}) = m(\widehat{DHC})$

olduğundan $\widehat{AHB} \sim \widehat{CHD}$ dir (A.A.).

Buradan $\dfrac{|BH|}{|HD|} = \dfrac{|AB|}{|CD|} = \dfrac{|AH|}{|HC|}$ dur.

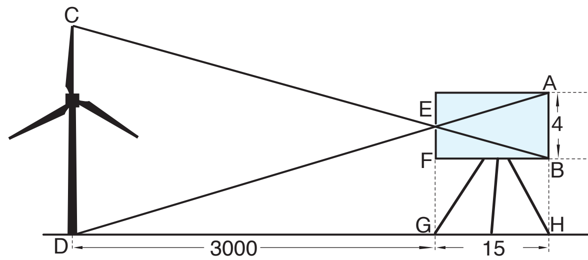
$\dfrac{|BH|}{|HD|} = \dfrac{|AB|}{|CD|}$ olduğundan $\dfrac{16}{8} = \dfrac{12}{|CD|} \Rightarrow |CD| = \dfrac{12 \cdot 8}{16} = 6$ cm bulunur.



Yukarıdaki şekilde A, E, D; B, E, C noktaları doğrusal ve $[AB] \parallel [CD]$ olmak üzere $\dfrac{a}{d} = \dfrac{b}{c} = \dfrac{e}{f}$ dir.

13. Sıra Sizde

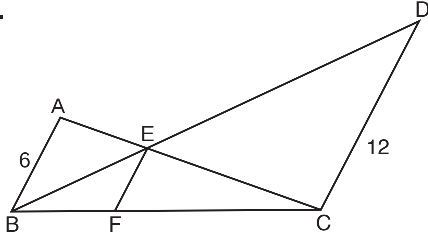
1. Arif, yaşadığı ilçeye kurulan rüzgâr türbinlerinden birinin boyunu ölçmek için basit bir kamera düzeneği kullanmıştır.



Yukarıdaki şekilde D, G ve H noktaları doğrusaldır. Rüzgâr türbininin kameradaki görüntüsünün uzunluğu $|AB| = 4$ cm, kameranın genişliği $|FB| = 15$ cm, rüzgâr türbininin kameranın G noktasında bulunan ayağına uzaklığı $|DG| = 3000$ cm'dir.

Buna göre rüzgâr türbininin boyunu ifade eden $|DC|$ nun kaç cm olduğunu bulunuz.

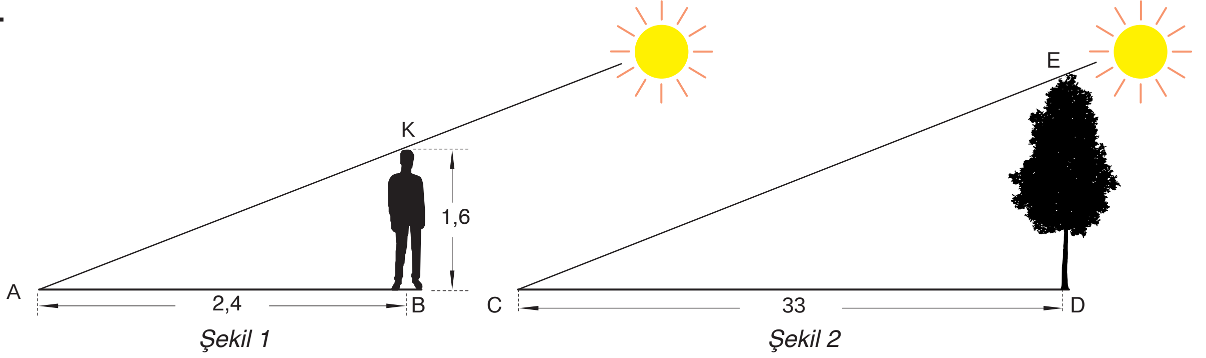
2.



Yandaki şekilde ABC ve BCD üçgen, $[AC] \cap [BD] = \{E\}$, $F \in [BC]$dır. $[AB] \parallel [EF] \parallel [DC]$, $|AB| = 6$ cm, $|DC| = 12$ cm olarak verilmiştir.

Buna göre $|EF|$nun kaç cm olduğunu bulunuz.

3.

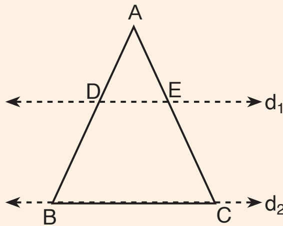


Şekil 1'de boyunun uzunluğu 1,6 m olan Şükrü'nün günün belli bir saatindeki gölgesinin uzunluğu 2,4 m olarak verilmiştir. Şekil 2'de ise Şükrü'den belli bir mesafe uzaklıktaki ağacın aynı andaki gölge uzunluğu 33 m olarak verilmiştir.

Buna göre ağacın boyunu ifade eden $|ED|$nun kaç m olduğunu bulunuz.

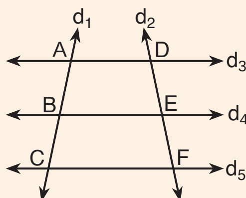
Kontrol Noktası 

- TEMEL ORANTI TEOREMİ



Bir ABC üçgeninde $d_1 \parallel d_2$ olmak üzere $\dfrac{|AD|}{|DB|} = \dfrac{|AE|}{|EC|}$ dur.

- TALES TEOREMİ



Yandaki şekilde $d_3 \parallel d_4 \parallel d_5$ ve d_3, d_4, d_5 doğrularını kesen farklı d_1 ve d_2 doğruları olmak üzere $\dfrac{|AB|}{|BC|} = \dfrac{|DE|}{|EF|}$ dur.

Öklid Teoremi

Öklid teoremi, matematik tarihinde önemli bir yere sahip olan Antik Yunan matematikçisi Öklid'in ortaya koyduğu teoremlerden biridir.

11. Uygulama

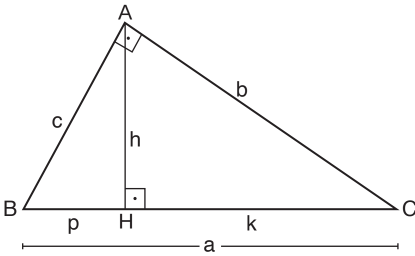


Öklid Teoremi

Aşağıda verilen teoremin ispatına yönelik adımları uygulayınız.

1. Teoremi inceleyiniz.

Teorem: Bir dik üçgende hipotenüse ait yüksekliğin uzunluğunun karesi, bu yüksekliğin hipotenüs üzerinde ayırdığı parçaların uzunluklarının çarpımına eşittir.



Verilenler: BAC dik üçgeni, $[AH] \perp [BC]$, $|BH| = p$, $|HC| = k$, $|BC| = a$, $|AC| = b$, ve $|AB| = c$

İspatlanacak ifade: $h^2 = p \cdot k$

2. Teoremin BAC dik üçgeninde hipotenüse ait yüksekliğin çizilmesi ile ortaya çıkan ABH ve ACH dik üçgenleri kullanılarak nasıl ispatlanabileceğine ilişkin fikirlerinizi açıklayınız. Fikirlerinizi arkadaşlarınızla iletişim kuralları çerçevesinde tartışınız.

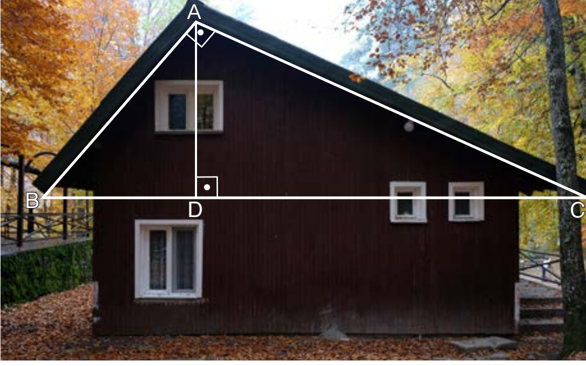
3. BAC, ABH ve ACH dik üçgenleri arasında herhangi bir benzerlik kuralı var mıdır? Varsa ulaştığınız benzerlik kuralını yazınız.

4. ABH ve CAH üçgenleri arasında belirlediğiniz benzerlik kuralına uygun olarak üçgenlerin kenarları arasındaki ilişkiyi yazınız.

5. Teoremin ispatının tamamlanıp tamamlanmadığına ilişkin fikrinizi ispat sürecinde takip ettiğiniz adımlardan hareketle gerekçelendirerek açıklayınız ve arkadaşlarınızla tartışınız.

6. Yaptığınız ispatta kullandığınız yöntemi değerlendirmek için BAC, ABH ve ACH üçgenleri arasındaki benzerlik kurallarını kullanarak $b^2 = k \cdot a$ ve $c^2 = p \cdot a$ eşitliklerini gösteriniz.

24. ÖRNEK



Yandaki görselde yer alan evin çatısı üçgen şeklinde tasarlanmıştır. ABC üçgeninde $[BA] \perp [CA]$, $[AD] \perp [BC]$, $|BD| = 1,8$ m, $|DC| = 5$ m olarak verilmiştir.

Buna göre

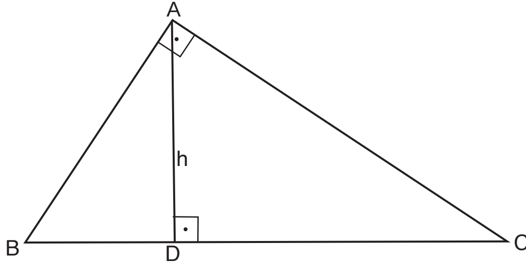
a) $|AD|$ nun kaç m olduğunu bulunuz.

b) $|AB|$ nun yaklaşık değerini bulunuz.

c) $|AC|$ nun kaç m olduğunu bulunuz.

Çözüm

a)

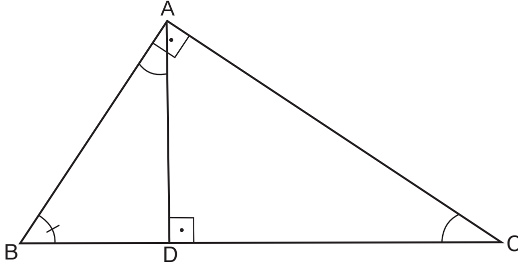


ABC üçgeninde Öklid teoreminden $|AD| = h$ metre olmak üzere $|AD|^2 = |BD| \cdot |DC|$ olduğundan

$h^2 = (1,8) \cdot 5 \Rightarrow h^2 = 9 \Rightarrow h = \sqrt{9} = 3$ m

olarak bulunur.

b)



ABC üçgeninde

$m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{ABC})$, $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{ACD})$ ve

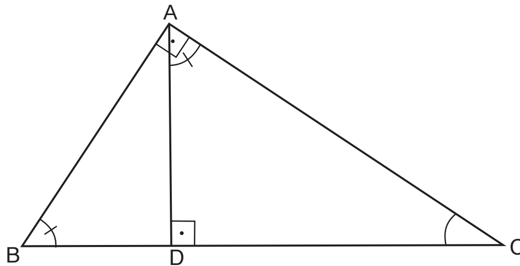
$m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{ADB})$ olduğundan $\overset{\triangle}{DBA} \sim \overset{\triangle}{ABC}$ dir (A.A.).

Buradan $\dfrac{|AB|}{|BC|} = \dfrac{|BD|}{|AB|} = \dfrac{|AD|}{|AC|}$ olur.

$\dfrac{|AB|}{|BC|} = \dfrac{|BD|}{|AB|}$ olduğundan $|AB|^2 = |BD| \cdot |BC|$ olur.

$|AB|^2 = |BD| \cdot |BC| \Rightarrow |AB|^2 = (1,8) \cdot (6,8) \Rightarrow |AB|^2 = 12,24 \Rightarrow |AB| \approx 3,5$ m bulunur.

c)



ABC üçgeninde

$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{DAC})$, $m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{ADC})$ ve

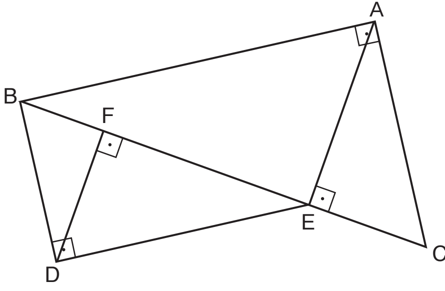
$m(\widehat{ACB}) = m(\widehat{ACD})$ olduğundan $\overset{\triangle}{DAC} \sim \overset{\triangle}{ABC}$ dir (A.A.).

Buradan $\dfrac{|AC|}{|CB|} = \dfrac{|CD|}{|AC|} = \dfrac{|AD|}{|AB|}$ olur.

$\dfrac{|AC|}{|CB|} = \dfrac{|CD|}{|AC|}$ olduğundan $|AC|^2 = |CD| \cdot |CB|$ olur.

$|AC|^2 = 5 \cdot (6,8) \Rightarrow |AC|^2 = 34 \Rightarrow |AC| = \sqrt{34}$ m olarak bulunur.

25. ÖRNEK



Yandaki ABC ve DBE dik üçgenlerinde B, F, E, C noktaları doğrusaldır. $[BA] \perp [CA]$, $[AE] \perp [BC]$, $[BD] \perp [DE]$, $[DF] \perp [BE]$, $|AC| = 12$ cm, $|CE| = 6$ cm ve $|BF| = 3$ cm olarak verilmiştir.

Buna göre $|DB|$nun kaç cm olduğunu bulunuz.

Çözüm

BAC bir dik üçgen ve $[AE]$ hipotenüse ait yükseklik olduğundan

$|AC|^2 = |CE| \cdot |CB| \Rightarrow 12^2 = 6 \cdot |CB|$ ve $|CB| = 24$ cm bulunur.

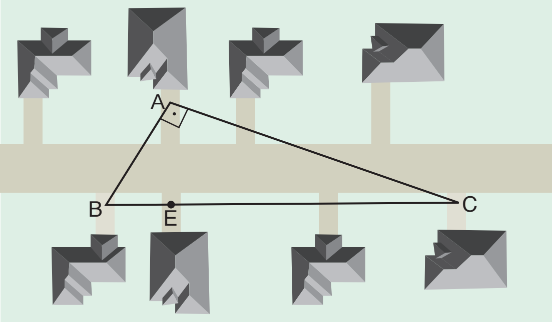
Buradan $|BE| = |CB| - |CE| = 24 - 6 = 18$ cm olur.

BDE dik üçgeninde $[DF]$ hipotenüse ait yükseklik olduğundan

$|DB|^2 = |BF| \cdot |BE| \Rightarrow |DB|^2 = 3 \cdot 18 \Rightarrow |DB|^2 = 54$ ve $|DB| = \sqrt{54} = 3\sqrt{6}$ cm bulunur.

14. Sıra Sizde

1.

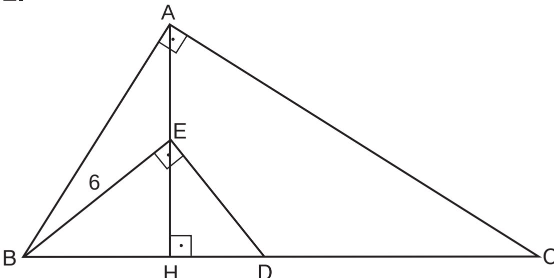


Yandaki görselde Atakan, Buse, Cemile ve Erkan'ın evlerinin üstten görünümü sırasıyla A, B, C ve E harfleriyle gösterilmiştir.

Atakan'ın evinin Erkan'ın evine olan en kısa mesafesi 12 m, Buse'nin evinin Cemile'nin evine uzaklığı 25 m'dir. Cemile ile Atakan'ın evleri arasındaki mesafe Buse ile Atakan'ın evleri arasındaki mesafeden daha fazladır. $[BA] \perp [CA]$ ve B, E, C noktaları doğrusaldır.

Buna göre Atakan'ın evinin Cemile'nin evine uzaklığını ifade eden $|AC|$ nun kaç m olduğunu bulunuz.

2.



Yandaki şekilde ABC bir dik üçgen, $m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$ ve $[AH] \perp [BC]$dır. $E \in [AH]$, $m(\widehat{BED}) = 90^\circ$, $|BD| = |DC|$ ve $|BE| = 6$ cm olarak verilmiştir.

Buna göre $|AB|$ nun kaç cm olduğunu bulunuz.

Pisagor Teoremi

MÖ 6. yüzyılda Antik Yunan matematikçisi Pisagor ve "Pisagor Okulu"nda yetişen öğrenciler, Pisagor teoremini sistematik olarak çalışmış ve kanıtlamıştır. Pisagor, teoremini yalnızca geometrik şekiller üzerinde değil sayıların arasındaki ilişkileri anlamak için de kullanmıştır. Pisagor teoreminin bilinen 300'den fazla kanıtı vardır.

Pisagor teoremi, Öklid'in *Elemanlar* adlı eserinde detaylı bir şekilde ele alınmış ve geometrinin temel taşlarından biri olarak kabul edilmiştir. Öklid, teoremin çeşitli kanıtlarını sunarak matematiksel düşüncenin gelişimine büyük katkıda bulunmuştur.

12. Uygulama

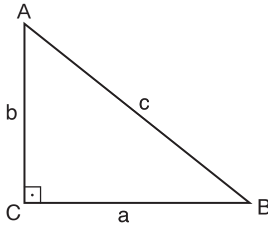


Pisagor Teoremi

Aşağıda verilen teoremin ispatına yönelik adımları uygulayınız.

1. Teoremi inceleyiniz.

Teorem: Bir dik üçgenin dik kenarlarının uzunluklarının kareleri toplamı, hipotenüs uzunluğunun karesine eşittir.



Verilenler: ACB bir dik üçgen, $m(\widehat{ACB}) = 90^\circ$, $|BC| = a$ birim, $|AC| = b$ birim ve $|AB| = c$ birim

İspatlanacak ifade: $a^2 + b^2 = c^2$

2. Teoremin Öklid teoremi kullanılarak nasıl ispatlanabileceğine ilişkin fikirlerinizi sınıf arkadaşlarınızla paylaşınız.

3. Gerekli çizimleri Öklid teoremine uygun olarak yapınız ve elde ettiğiniz dik üçgenler ile ACB dik üçgeni arasında herhangi bir benzerlik kuralının olup olmadığını tespit ediniz. Varsa ulaştığınız benzerlik kuralını yazınız.

4. Üçüncü adımda yaptığınız çizim sonucunda ACB dik üçgeni içinde elde ettiğiniz iki farklı dik üçgen ile ACB dik üçgeni arasında belirlediğiniz benzerlik kurallarına uygun olarak ayrı ayrı kenarlar arasındaki ilişkiyi yazınız.

5. Teoremin ispatının tamamlanıp tamamlanmadığına ilişkin fikrinizi ispat sürecinde takip ettiğiniz adımlardan hareketle gerekçelendirerek açıklayınız ve arkadaşlarınızla tartışınız.

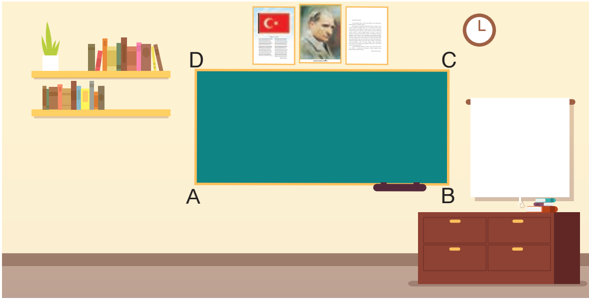


6. Bulduğunuz bağıntıyı kullanarak aşağıda verilen soruları cevaplayınız.

a) Üçgenin bir iç açısının ölçüsü 90° den büyükse bu açının karşısındaki kenar uzunluğu ile diğer kenarlar arasındaki ilişkiyi bulunuz.

b) Üçgenin bir iç açısının ölçüsü 90° den küçükse bu açının karşısındaki kenar uzunluğu ile diğer kenarlar arasındaki ilişkiyi bulunuz.

26. ÖRNEK



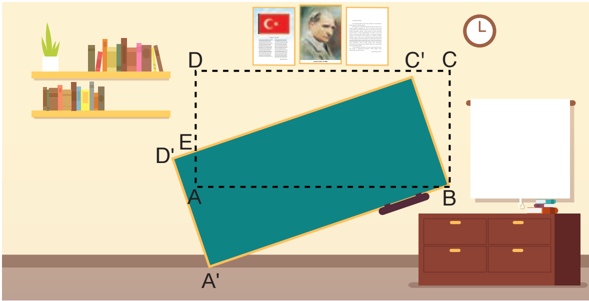
Görsel 1

Görsel 1'de kısa kenarının uzunluğu 120 cm, uzun kenarının uzunluğu 240 cm olan dikdörtgen biçimindeki yazı tahtası yer almaktadır. Uzun kenarları yere paralel olan yazı tahtası; A, B, C, D noktalarından vidalar ile duvara asılıdır.

Yazı tahtası A, D, C noktalarındaki vidalar kırıldığı için Görsel 2'deki gibi B noktasının etrafında dönmüştür. Bu konumdayken yazı tahtasının A köşesi yerdeki A' noktasının üstüne gelmiştir.

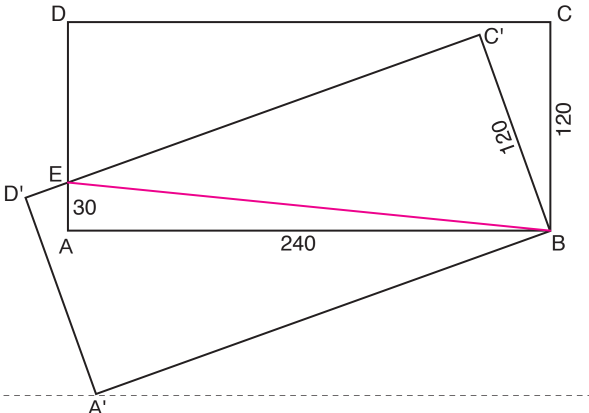
E noktası, tahtanın Görsel 1'deki AD kenarı ile Görsel 2'deki C'D' kenarının kesim noktasıdır ve $|AE| = 30$ cm'dir.

Buna göre $|EC'|$nun kaç cm olduğunu bulunuz.



Görsel 2

Çözüm



EAB dik üçgeninde Pisagor teoreminden

$|EB|^2 = |EA|^2 + |AB|^2 \Rightarrow |EB|^2 = 30^2 + 240^2 \Rightarrow$

$|EB|^2 = 900 + 57\,600 \Rightarrow |EB|^2 = 58\,500$ ve

$|EB| = \sqrt{58\,500}$ cm olarak bulunur.

EC'B dik üçgeninde Pisagor teoreminden

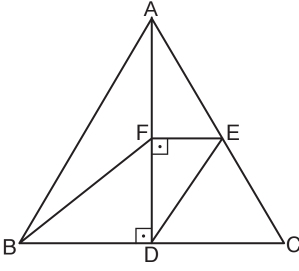
$|EB|^2 = |EC'|^2 + |C'B|^2 \Rightarrow \left(\sqrt{58\,500}\right)^2 = |EC'|^2 + 120^2$

$\Rightarrow 58\,500 = |EC'|^2 + 14\,400$

$\Rightarrow |EC'|^2 = 58\,500 - 14\,400$

$\Rightarrow |EC'|^2 = 44\,100$ ve $|EC'| = 210$ cm olarak bulunur.

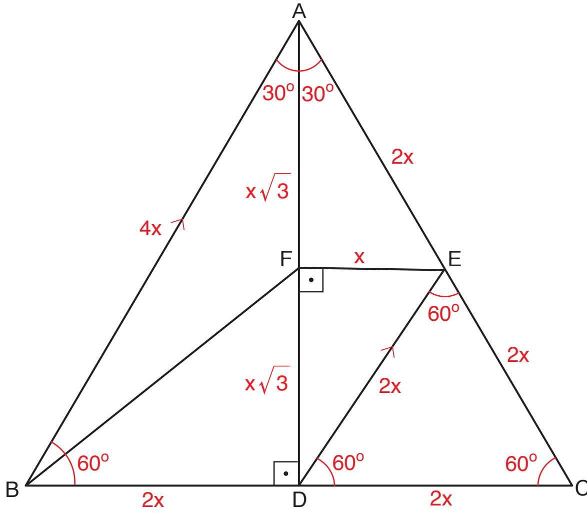
27. ÖRNEK



Yandaki şekilde ABC eşkenar üçgen, $[DE] \parallel [AB]$, $[AD] \perp [BC]$, $[EF] \perp [AD]$, $D \in [BC]$ ve $E \in [AC]$ dır.

Buna göre $\dfrac{|AB|}{|FB|}$ oranını bulunuz.

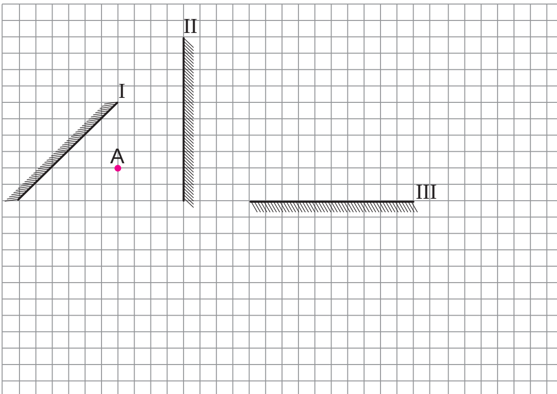
Çözüm



ABC eşkenar üçgeninde
$m(\widehat{A}) = m(\widehat{B}) = m(\widehat{C}) = 60°$ dir. $[AB] \parallel [DE]$ olduğundan $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{EDC}) = 60°$, EDC üçgeni eşkenar üçgen ve $|ED| = |DC| = |CE| = 2x$ olur. ADC üçgeninde $|DC| = 2x$ ve $[FE]$ orta taban olduğundan $|FE| = x$ elde edilir. ABC eşkenar üçgeninde $[AD]$ hem açıortay hem yükseklik hem de kenarortay olduğundan $|BD| = 2x$ tir. Buradan ABC eşkenar üçgeninin kenar uzunlukları $|AB| = |BC| = |AC| = 4x$ olarak bulunur.
FED dik üçgeninde Pisagor teoreminden
$x^2 + |FD|^2 = (2x)^2 \Rightarrow |FD|^2 = 4x^2 - x^2$
$\Rightarrow |FD|^2 = 3x^2$ ve $|FD| = x\sqrt{3}$ olur.

FDB dik üçgeninde Pisagor teoreminden
$(2x)^2 + (x\sqrt{3})^2 = |FB|^2 \Rightarrow |FB|^2 = 4x^2 + 3x^2$
ve $|FB| = x\sqrt{7}$ olur. Buradan
$\dfrac{|AB|}{|FB|} = \dfrac{4x}{x\sqrt{7}} \Rightarrow \dfrac{|AB|}{|FB|} = \dfrac{4}{\sqrt{7}} = \dfrac{4\sqrt{7}}{7}$ bulunur.

28. ÖRNEK

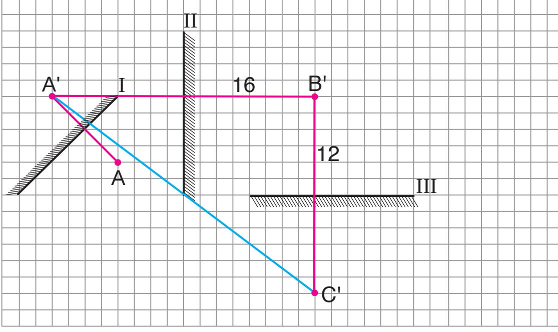


Yandaki birim kareli zeminde I, II ve III numaralı düzlem aynalar ile A noktası verilmiştir.

A noktasının I numaralı aynadaki yansıması A' noktasıdır. II numaralı aynadaki yansıması B' noktası ve B' noktasının III numaralı aynadaki yansıması C' noktasıdır.

Buna göre |A'C'|nun kaç birim olduğunu bulunuz.

Çözüm

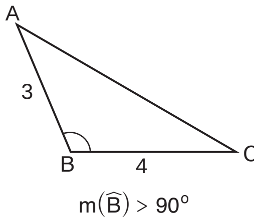


A'B'C' dik üçgeninde Pisagor teoreminden

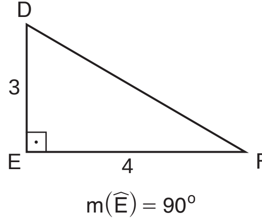
$|A'C'|^2 = |A'B'|^2 + |B'C'|^2 \Rightarrow |A'C'|^2 = 16^2 + 12^2 \Rightarrow$

$|A'C'|^2 = 144 + 256 = 400$ birim ve $|A'C'| = 20$ birim bulunur.

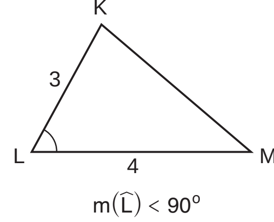
29. ÖRNEK



$m(\widehat{B}) > 90°$



$m(\widehat{E}) = 90°$



$m(\widehat{L}) < 90°$

Yukarıda verilen ABC, DEF ve KLM üçgenlerinde uzunlukları verilmeyen kenarların uzunluklarının değer aralıklarını bulunuz.

Çözüm

DEF üçgeninde E açısı dik açı olduğundan Pisagor teoremine göre $|DF| = 5$ birim bulunur.

ABC üçgeninde üçgen eşitsizliğine göre $4 - 3 < |AC| < 4 + 3$ ise $1 < |AC| < 7$ olur. Bununla birlikte ABC ve DEF üçgenlerinin ikişer kenar uzunlukları eşit ve ABC üçgeninin B açısının ölçüsü DEF üçgeninin E açısının ölçüsünden büyük olduğu için $|AC| > |DF|$dur. Bu durumda AC kenarının uzunluğu $5 < |AC| < 7$ bulunur.

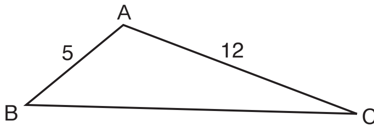
KLM üçgeninde L açısının ölçüsü DEF üçgeninin E açısının ölçüsünden küçük olduğu için $|KM| < |DF|$ olur. Bu durumda KM kenarının uzunluğu $1 < |KM| < 5$ bulunur.

Konu ile ilgili çalışma kâğıdına ulaşmak için karekodu okutunuz.



15. Sıra Sizde

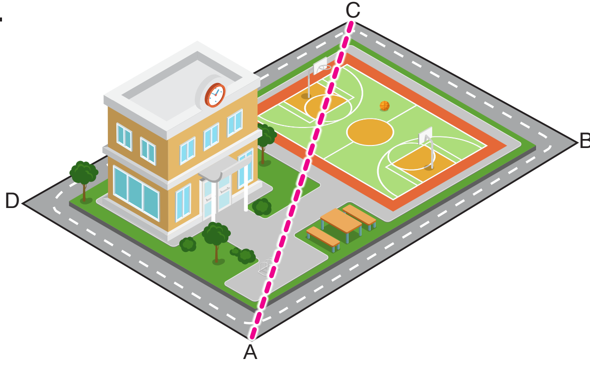
1.



Yanda verilen ABC üçgeninde $|AB| = 5$ birim, $|AC| = 12$ birim ve $m(\widehat{BAC}) > 90°$ dir.

Buna göre $|BC|$ nun alabileceği tam sayı değerlerinin toplamını bulunuz.

2.



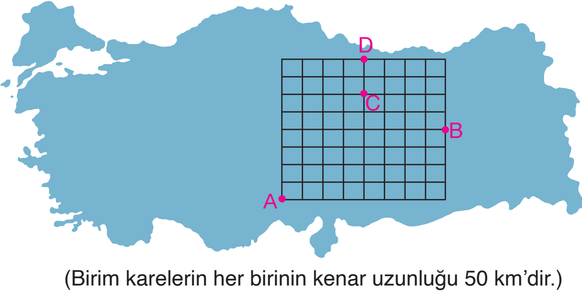
Seda ve Gamze öğretmen okulun etrafında bulunan dikdörtgen şeklindeki yolda yürüyüş yapmaktadır. $|AB| = 1200$ m ve $|BC| = 900$ m'dir. Gamze öğretmen A-D-C yolunu takip ederek saniyede 2 metre hızla, Seda öğretmen A-C yolunu takip ederek saniyede 1,5 metre hızla C noktasına doğru yürüyor.

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Seda öğretmenin aldığı yolun uzunluğunun kaç metre olduğunu bulunuz.

b) Gamze ve Seda öğretmenin C noktasına varış sürelerini karşılaştırınız.

3.



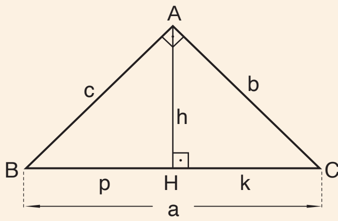
(Birim karelerin her birinin kenar uzunluğu 50 km'dir.)

Yandaki haritada birim kareli alan üzerinde işaretlenen A, B, C ve D noktaları şehirleri göstermektedir. A noktasında bulunan AFAD çalışanları ilk önce B şehrine gitmek koşuluyla B, C ve D noktalarında bulunan şehirlere yardım götürecektir. Şehirleri en kısa yoldan ziyaret edip tekrar A noktasına dönmek zorunda olan çalışanlar, yola çıkmadan önce en uygun rotayı belirlemek için hesaplama yapmışlardır.

Buna göre AFAD çalışanlarının belirlediği rotada katedilecek toplam yol uzunluğunun kaç km olduğunu bulunuz.

Kontrol Noktası 

- ÖKLİD TEOREMİ



BAC dik üçgen, $[AH] \perp [BC]$, $|BC| = a$, $|AC| = b$, $|AB| = c$, $|BH| = p$ ve $|HC| = k$ olmak üzere

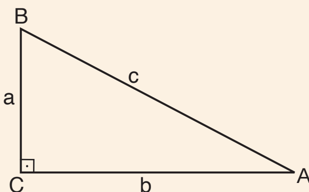
$h^2 = p \cdot k$

$b^2 = k \cdot a$

$c^2 = p \cdot a$

ilişkilerine ulaşılır.

- PİSAGOR TEOREMİ



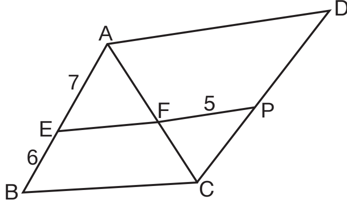
BCA dik üçgeninde $m(\widehat{BCA}) = 90°$, $|BC| = a$, $|AC| = b$ ve $|AB| = c$ olmak üzere $a^2 + b^2 = c^2$ dir.

$m(\widehat{BCA}) > 90° \Rightarrow c^2 > a^2 + b^2$ dir.

$m(\widehat{BCA}) < 90° \Rightarrow c^2 < a^2 + b^2$ dir.

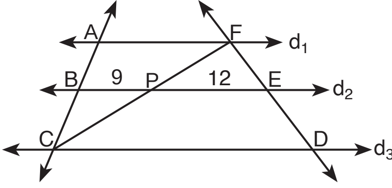
Alıştırmalar

1. Aşağıdaki ABC ve ACD üçgenlerinde $[FP] \parallel [AD]$, $[EF] \parallel [BC]$, $|AE| = 7$ cm, $|EB| = 6$ cm ve $|FP| = 5$ cm olarak verilmiştir.



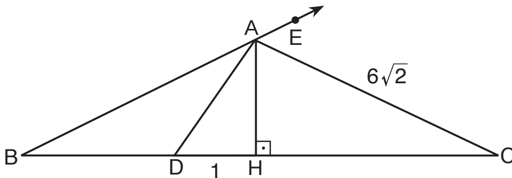
Buna göre $|AD|$ nun kaç cm olduğunu bulunuz.

2. Aşağıdaki şekilde $d_1 \parallel d_2 \parallel d_3$, $\dfrac{|AB|}{|BC|} = \dfrac{2}{3}$, $|BP| = 9$ cm, $|PE| = 12$ cm olarak verilmiştir.



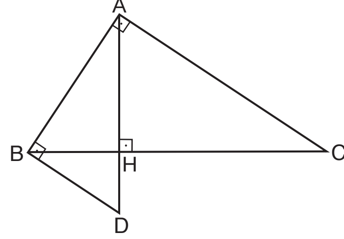
Buna göre $|AF| + |CD|$ toplamının kaç cm olduğunu bulunuz.

3. Aşağıdaki ABC üçgeninde B, A, E noktaları doğrusaldır. $[AH] \perp [BC]$, $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAH})$, $m(\widehat{HAC}) = m(\widehat{CAE})$, $D \in [BC]$, $|AC| = 6\sqrt{2}$ cm ve $|DH| = 1$ cm olarak verilmiştir.



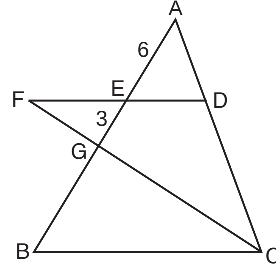
Buna göre $|AH|$ nun kaç cm olduğunu bulunuz.

4. Aşağıdaki ABC dik üçgeninde $[AB] \perp [AC]$, $[AB] \perp [BD]$, $[AD] \perp [BC]$, $|AH| = 6$ cm, $|HD| = 2$ cm olarak verilmiştir.



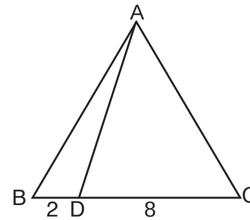
Buna göre $|AC|$ nun kaç cm olduğunu bulunuz.

5. Aşağıdaki şekilde F, G, C ve D, E, F noktaları doğrusaldır. $[FD] \parallel [BC]$, $|AE| = 6$ cm, $|EG| = 3$ cm ve $|DE| = |EF|$ olarak verilmiştir.



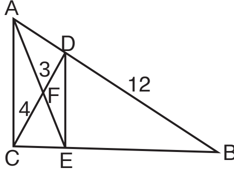
Buna göre $|GB|$ nun kaç cm olduğunu bulunuz.

6. Aşağıdaki şekilde ABC eşkenar üçgen, $D \in [BC]$, $|BD| = 2$ cm ve $|DC| = 8$ cm olarak verilmiştir.



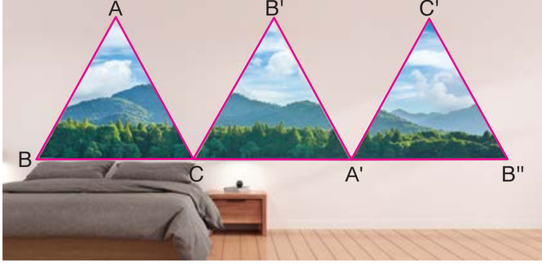
Buna göre $|AD|$ nun kaç cm olduğunu bulunuz.

7. Aşağıdaki ABC üçgeninde $[AC] \parallel [DE]$, $|DB| = 12$ cm, $|DF| = 3$ cm ve $|FC| = 4$ cm olarak verilmiştir.



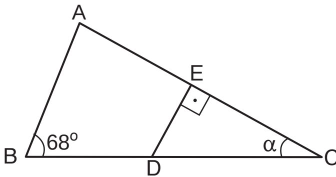
Buna göre $|AD|$ nun kaç cm olduğunu bulunuz.

8. Tayfun, yeni yaptıracağı evin bir odasının pencerelerini eşkenar üçgen şeklinde tasarlamıştır. Bu tasarım için BC kenarı zemine paralel olan ABC üçgenini C köşesi etrafında 120^o lik açıyla döndürerek CB'A' üçgenini elde etmiştir. CB'A' üçgenini A' köşesi etrafında 120^o lik açıyla döndürerek A'C'B'' üçgenini elde etmiş ve $|BC'|$ nu 5 metre ölçmüştür.



Buna göre Tayfun'un tasarladığı eşkenar üçgen şeklindeki pencerenin bir kenarı kaç metredir?

9. Aşağıdaki ABC üçgeni, C köşesinden $[DE]$ boyunca katlandığında üçgenin A ve C köşeleri üst üste gelmektedir.
$|AB| = |CD|$ ve $m(\widehat{ABC}) = 68^o$, $m(\widehat{ACB}) = \alpha$ olarak verilmiştir.



Buna göre $m(\widehat{ACB}) = \alpha$ kaç derecedir?

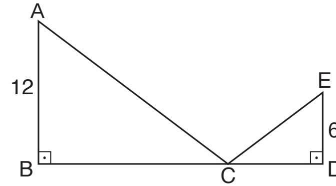
10. Aşağıdaki görselde üçgen biçiminde bir ev yer almaktadır.

A, D, B ve A, E, C noktaları kendi aralarında doğrusaldır. $[DE] \parallel [BC]$, $|AE| = 1{,}4$ m, $|EC| = 2{,}4$ m ve $|BD| = |AD| + 0{,}8$ m'dir.



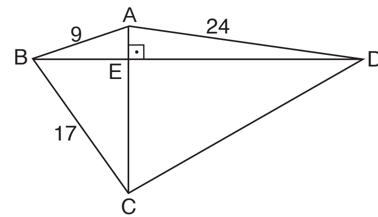
Buna göre $|AD|$ nun kaç m olduğunu bulunuz.

11. Aşağıdaki şekilde B, C, D noktaları doğrusaldır. $[AB] \perp [BC]$, $[CD] \perp [DE]$, $|AB| = 12$ cm, $|DE| = 6$ cm, $|BD| = 24$ cm olarak verilmiştir.



Buna göre $|AC| + |CE|$ toplamının alabileceği en küçük değeri bulunuz.

12. Aşağıdaki ABCD dörtgeninde $[AC] \perp [BD]$, $|AB| = 9$ cm, $|BC| = 17$ cm ve $|AD| = 24$ cm olarak verilmiştir.

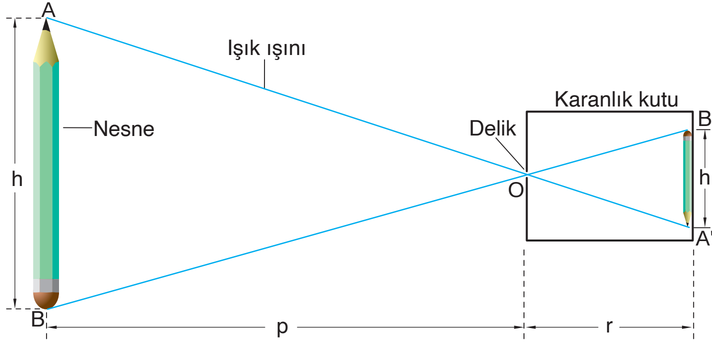


Buna göre $|DC|$ nu bulunuz.

4.5. EŞLİK VE BENZERLİKLE İLGİLİ PROBLEMLER

Konuya Başlarken 

İngilizcede pinhole (pinhol) olarak bilinen iğne deliği ve camera obscura (kamera obskura) adı verilen karanlık kutudan oluşan düzenek günümüzde fotoğraf makinesinin en eski ve ilkel formu kabul edilir. Bu düzenekte bir nesnenin görüntüsünün karanlık kutu içinde oluşma mekanizması şu şekilde çalışır: Işık geçirmez kutunun bir yüzeyine küçük bir delik açılır. Kutunun dışındaki nesneden yansıyan ışık, bu delikten geçerek deliğin karşısındaki yüzeye düşer ve ışığın düştüğü yüzeyde nesnenin baş aşağı bir görüntüsü oluşur.



Verilen bilgileri kullanarak ve görseli inceleyerek aşağıdaki soruların cevaplarına ilişkin fikirlerinizi sınıf arkadaşlarınızla paylaşınız.

1. Görselden hareketle birer kenarını nesne ve nesnenin karanlık kutudaki görüntüsünün oluşturduğu üçgenleri inceleyiniz. İncelediğiniz üçgenlerin açıları ve kenarları arasındaki ilişkileri belirleyiniz.

2. Birinci soruda ulaştığınız ilişkilerden hareketle karanlık kutuda oluşan görüntünün uzunluğunu bulabilmek için başka hangi bilgilere ihtiyaç duyulacağını belirleyiniz.

3. Nesnenin uzunluğu verildiğinde karanlık kutuda oluşan görüntünün uzunluğunu bulabilmek için gerekli stratejiyi oluşturunuz.

Geometrinin temel şekillerinden olan üçgen ile birçok problem durumunda karşılaşılmaktadır. Üçgenlerin eşlik ve benzerlik koşulları ile bu koşullardan hareketle ispatları yapılan teoremler; bir binanın yüksekliğinin bulunması, bir nehrin genişliğinin hesaplanması, haritaların ölçeklendirilmesi gibi problemlerin çözümünde kullanılmaktadır.

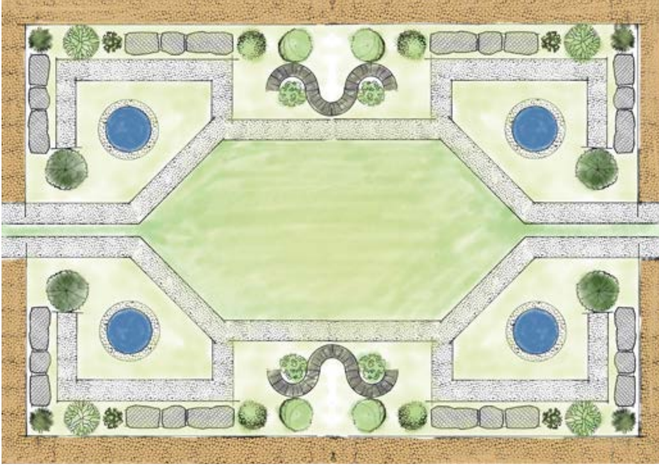
13. Uygulama

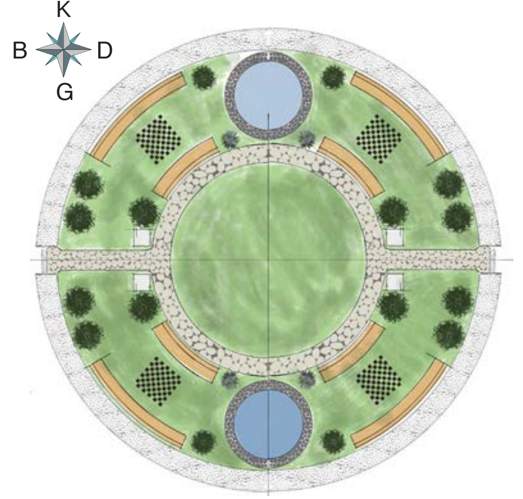


Eşlik ve Benzerlikle İlgili Problem Çözme

Verilen bilgileri inceleyerek aşağıdaki soruları cevaplayınız.

Şehir planlamacısı Hatice Hanım, dikdörtgen ve daire şeklindeki alanlar için aşağıdaki görsellerde yer alan iki farklı park tasarımı oluşturmuştur. Hatice Hanım bir girişi doğuda, bir girişi batıda olacak şekilde tasarladığı park planlarına çocuklar için oyun alanları da eklemek istemektedir. Tasarımlara eklenecek oyun alanlarının boyut ve şekil bakımından aynı olması, parkın geometrik şekline ve yerleşimine uyumlu olması, parkın tasarımında kullanılan ağaçların, yürüyüş alanlarının ve diğer ögelerin düzenini bozmayacak şekilde yerleştirilmesi gerekmektedir.





1. Hatice Hanım'ın tasarımları oluştururken parkların inşa edileceği gerçek alanlara ilişkin hangi verileri kullandığını açıklayınız. Tasarımda kullanılan park alanlarının boyutları ile parkın inşa edileceği gerçek alanların boyutları arasında nasıl bir ilişki olduğuna dair fikirlerinizi yazınız.

2. Parkların taslak planlarında kullanılan ögelerin yerleşimini inceleyiniz. Yerleşimde hangi geometrik kavramların nasıl kullanıldığını açıklayınız.

3. İkinci sorudaki açıklamanızdan hareketle Hatice Hanım'ın bu yerleşim şeklini tercih etme nedenini ifade ediniz.

4. Üçüncü soruya verdiğiniz cevapları değerlendirerek problemin verileri ile ulaşılmak istenen sonuç arasındaki ilişkileri belirleyiniz.

5. Parkın içinde oluşturulacak oyun alanları için parkla ilgili hangi bilgi ve verilere ihtiyacınız olduğunu açıklayınız. Buna göre problemin matematiksel bileşenlerini ve bu bileşenler arasındaki ilişkileri problemin bağlamına uygun şekilde, matematiksel olarak ifade ediniz.

6. Matematiksel olarak ifade ettiğiniz problemi oyun alanlarının şekle bağlı boyut ve konumları, birbirlerine uzaklıkları gibi verileri kullanarak kendi cümlelerinizle açıklayınız.

7. Oyun alanlarının hangi geometrik şekiller kullanılarak tasarlanabileceği, bu şekillerin park düzenine uyumlu olması için nasıl konumlandırılabileceği, alanların konumlarının nasıl hesaplanabileceği gibi durumları dikkate alınız. Dikkate aldığınız durumlardan hareketle planlı şekilde çalışarak problemin çözümüne ilişkin bir strateji oluşturunuz. Oluşturduğunuz stratejiyi bilimsel bir bakış açısıyla açıklayınız.

8. Belirlediğiniz stratejiyi sistematik şekilde uygulayarak problemin çözümünü yapınız. Çözümünüzde hangi geometrik kavramları nasıl ve neden kullandığınızı açıklayınız.

9. Çözümünüzü kontrol ederek arkadaşlarınızın çözüm yollarını ve stratejilerini eleştirel bir bakış açısıyla inceleyiniz. Kendi çözüm yolunuz ile arkadaşlarınızın çözüm yollarını ve stratejilerini karşılaştırınız. İncelediğiniz farklı stratejilerden hangilerinin çözüme ulaşmayı sağlayamadığını belirleyiniz. Bu stratejilerle çözüme ulaşamamanın nedenlerine ilişkin fikirlerinizi açıklayarak arkadaşlarınızla saygı çerçevesinde tartışınız.

10. Çözüme ulaşmayı sağlayan stratejilerin başka hangi tür problemlerin çözümünde kullanılabileceğine ilişkin fikirlerinizi gerekçeleriyle açıklayınız.

11. Farklı stratejilerle ilgili çıkarımlarınızın geçerliliğini ve problemin çözüm stratejisine ilişkin gerekçeli yargılarınızı matematiksel örneklerle değerlendirmek amacıyla aşağıda verilen örnek problem durumunu inceleyiniz. Çözüm yolunuzu sistematik şekilde ve kararlılıkla uygulayarak probleme ilişkin soruları cevaplayınız.

Uzun kenar uzunlukları 600 m ve çevre uzunluğu 2 km olan dikdörtgen şeklindeki bir parkın iki giriş kapısı bulunmaktadır. Bu kapılar, dikdörtgen şeklindeki parkın kuzey ve güney yönlerinde bulunan kısa kenarları üzerinde yer almaktadır. Bu parka giriş kapılarına ve merkez noktasına eşit uzaklıkta bulunan, eş ve simetrik ikizkenar üçgen şeklinde iki havuz yapılacaktır. İkizkenar üçgen şeklindeki havuzların tepe noktalarının parkın merkezine uzaklıkları, havuzların tabanlarının parkın merkezine uzaklığından küçüktür. Havuzların tabanları parkın kuzey ve güney kenarlarına paralel konumlandırılacaktır. Havuzların eşit kenar uzunlukları 125 m, taban uzunlukları 200 m’dir.

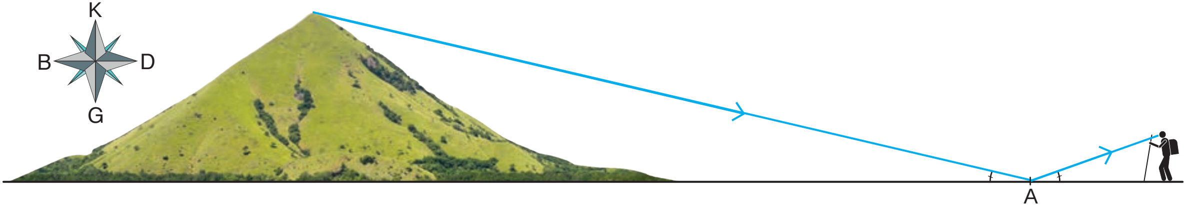
a) Yukarıdaki bilgilerden hareketle taslak bir çizim oluşturunuz.

b) Çiziminizi kullanarak aşağıda verilen soruları cevaplayınız.

I. Güney yönüne yapılacak havuzun tepe noktası parkın güney girişine 195 m uzaklıkta ise kuzey tarafındaki havuzun tabanının güney kapısına uzaklığı kaç metre olur?

II. Havuzlar, taban kenarları bulundukları yöndeki kapıya 115 m uzaklıkta olacak şekilde konumlandırılırsa havuzların tepe noktalarının birbirine uzaklıkları kaç metre olur?

30. ÖRNEK



Hakan, lideri olduğu dağcılık kulübü üyeleriyle yapacağı yürüyüşte zirvesine ulaşmayı planladıkları tepenin yüksekliğini ve yürüyecekleri mesafeyi hesaplamak istemektedir. Tepenin doğu ve batı yamaçlarının yer düzlemine değdiği noktalar arasındaki kuş uçuşu mesafe 1350 m'dir ve bu noktaların zirveye uzaklıkları eşittir. Tepenin doğu yamacının yer düzlemine değdiği noktanın Hakan'ın bulunduğu noktaya uzaklığı 527 m'dir. Hakan, yukarıda gösterildiği gibi bir nesneden yansıyan ışık ışınının aynaya çarparak göze ulaştığını ve ışının aynayla yaptığı açının ölçüsü ile göze aynadan yansıyan ışının aynayla yaptığı açının ölçüsünün eşit olduğunu bilmektedir. Bu bilgiden hareketle aynayı yer düzleminde kendisinden 2 m uzaklıktaki A noktasına yerleştiren Hakan'ın yer düzlemine dik pozisyonda durduğunda göz hizasının yerden yüksekliği 150 cm'dir. Ayna bu konumdayken tepenin zirve noktası görülmektedir.

Buna göre aşağıdaki problemleri inceleyerek soruları cevaplayınız.

1. Problem: Hakan ve kulüp üyelerinin tırmanacakları tepenin yüksekliğinin kaç metre olduğunu bulunuz.

2. Problem: Hakan ve kulüp üyelerinin tepenin yamaç noktasından zirveye kadar doğrusal bir yol yürüyecekleri kabul edilirse yürünmesi gereken yolun uzunluğunun kaç metre olacağını bulunuz.

a) Yukarıdaki problemlerin verilerini ve ulaşılmak istenen uzunluklar arasındaki ilişkileri belirleyerek problemleri geometrik şekiller, matematiksel sembol ve gösterimler yardımıyla ifade ediniz.

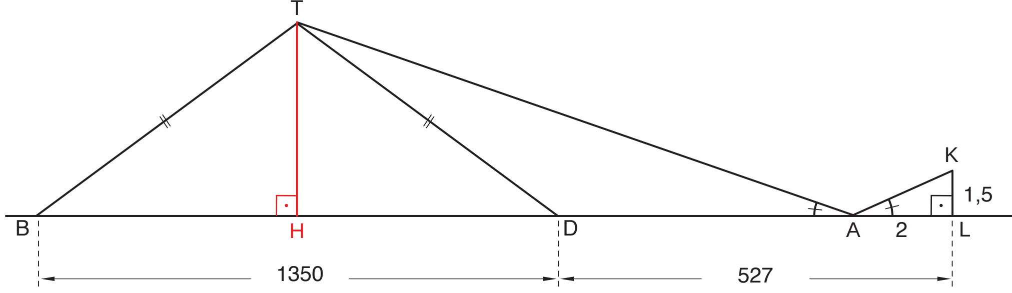
b) Oluşturduğunuz görsel temsilini, matematiksel sembol ve gösterimleri kullanarak problemleri kendi cümleleriniz ile ifade ediniz.

c) Problemleri çözünüz.

ç) Problemlerin çözümü için eşlik ve benzerlikle ilgili hangi teorem veya çıkarımları nasıl kullandığınızı açıklayınız. Problemlerin çözümünde kullandığınız stratejiyi nasıl belirlediğinizi ifade ediniz.

Çözüm

a) Yüksekliği hesaplanacak tepenin doğu ve batı yamaçlarının tepenin zirvesine eşit uzaklıkta olduğu, doğu ve batı yamaçları arasındaki kuş uçuşu mesafe, Hakan'ın göz hizasının yer düzlemine uzaklığı ve Hakan'ın bulunduğu noktanın tepenin doğu yamacına uzaklığı bilinmektedir. Tepe TBD ikizkenar üçgeni; tepenin batı ve doğu yamaçları sırasıyla B ve D noktaları, zirvesi T noktası; Hakan'ın göz hizasının yerden yüksekliği $[KL]$, aynayı koyduğu nokta A ve tepenin yüksekliği $[TH]$ ile modellenerek aşağıdaki görsel oluşturulabilir.

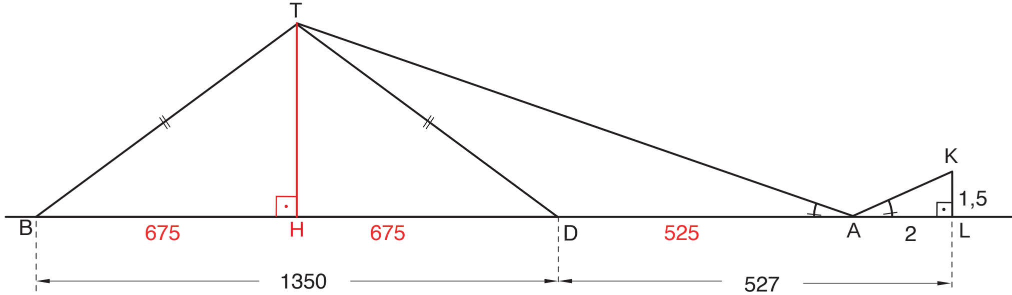


Verilenlere göre $|BD| = 1350$ m, $|DL| = 527$ m, $|AL| = 2$ m ve $|KL| = 150$ cm'dir. Tepenin zirve noktasından yansıyan ışık ışını $[TA]$, Hakan'ın gözüne aynadan yansıyan ışın $[KA]$ ile gösterilirse $m(\widehat{TAD}) = m(\widehat{KAL})$ olur.

b) Problemler oluşturulan görsel kullanılarak aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.
Görselde TBD ikizkenar üçgen, $m(\widehat{TAD}) = m(\widehat{KAL})$ ve B, D, A, L noktaları doğrusaldır.
$|BD| = 1350$ m, $|DL| = 527$ m, $|AL| = 2$ m ve $|KL| = 150$ cm'dir. Buna göre $|TH|$ ve $|TD|$ nu bulunuz.

c) $|DL| = |DA| + |AL|$ olduğundan $527 = |DA| + 2$ olur. Buradan $|DA| = 525$ m bulunur. TBD ikizkenar üçgen olduğundan $|BH| = |HD|$ olur.

$|BD| = 1350$ m olduğundan $|BH| = |HD| = 675$ m ve $|HA| = |HD| + |DA| = 675 + 525 = 1200$ m bulunur.



$m(\widehat{TAD}) = m(\widehat{KAL})$ ve $m(\widehat{THA}) = m(\widehat{KLA}) = 90^o$ olduğu için Açı-Açı benzerliğinden $\widehat{THA} \sim \widehat{KLA}$ olur ve buradan $\frac{|TH|}{|KL|} = \frac{|HA|}{|LA|} = \frac{|TA|}{|KA|}$ bulunur. $150 \text{ cm} = 1,5$ m olduğundan $\frac{|TH|}{1,5} = \frac{1200}{2}$ elde edilir.

Buradan $|TH| = 900$ m bulunur.

THD dik üçgeninde Pisagor teoreminden $|TD|^2 = |TH|^2 + |HD|^2$ olduğu için $|TD|^2 = 900^2 + 675^2$ olur.
Buradan $|TD| = 1125$ m bulunur.

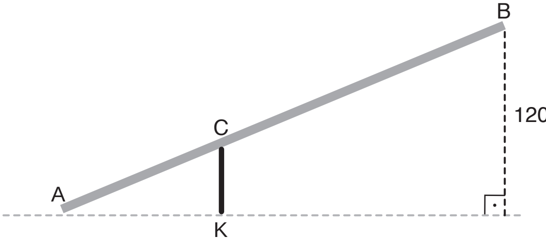


ç) THA ve KLA üçgenlerinin benzer üçgenler olduğu Açı-Açı benzerliği kullanılarak ifade edilmiştir. THD dik üçgen olduğundan Pisagor teoremi kullanılarak $|TD|$ hesaplanmıştır.

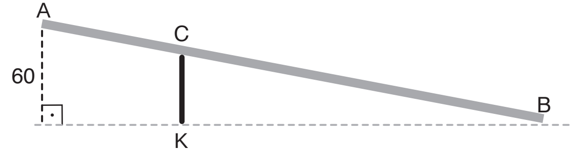
Problemlerin çözümünde problemlere ilişkin veriler ile problemin görsel temsili kullanılmış ve istenilen uzunluklarla ilgili ilişkiler belirlenmiştir. Problemler, belirlenen bu ilişkiler ve verilen görsel kullanılarak bağlamına uygun geometrik şekillerle modellenmiş ve istenen uzunluklar denklemlerin çözümleri yapılarak elde edilmiştir. Problemlerin çözümünde kullanılan bu stratejinin seçiminde problemin verileri ile istenenler arasındaki ilişkiler etkili olmuştur.

16. Sıra Sizde

Doğrusal bir tahta parçası ve bu parçaya C noktasından monte edilmiş metal bir desteğin oluşturduğu eşit kollu olmayan bir tahterevalli yapılmıştır.



Şekil 1



Şekil 2

Yukarıdaki şekillerde düz bir zemine K noktasında dik yerleştirilen bu tahterevallinin iki farklı konumu modellenmiştir. Tahterevallinin A ucu Şekil 1'deki gibi yere değdiğinde B ucunun yerden yüksekliği 120 cm, B ucu Şekil 2'deki gibi yere değdiğinde A ucunun yerden yüksekliği 60 cm olarak ölçülmüştür.

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

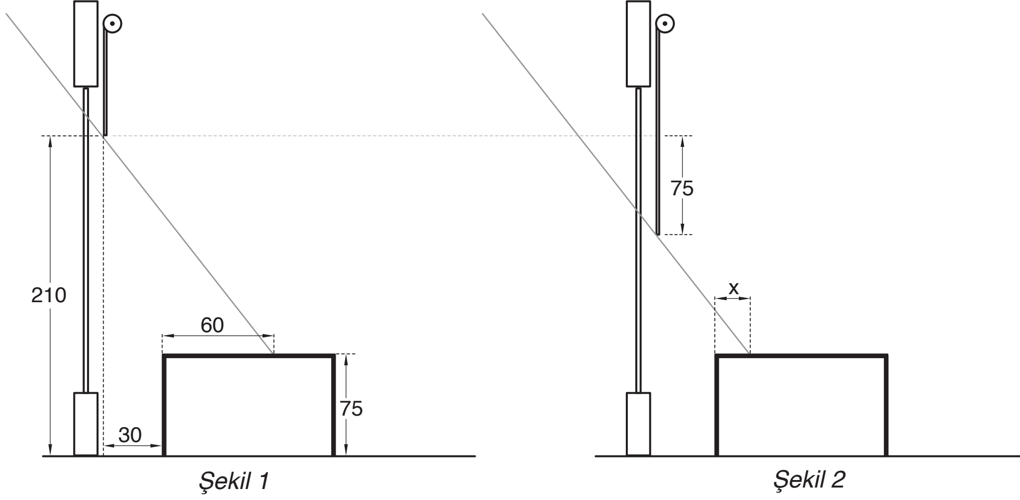
a) Tahterevalliye yerleştirilen desteğin uzunluğunun kaç cm olduğunu bulunuz.

b) Tahterevalli eşit kollu olacak şekilde tasarlanırsa tahterevallinin A ucunun yere inmesi durumunda B ucunun yerden yüksekliğinin kaç cm olacağını bulunuz.

c) Tahterevalli Şekil 1'deki konumunda iken $|AK| = 30$ cm'**dir. Tahterevallinin zemine paralel konumda dengede kalabilmesi için metal desteğin tahta parçasının hangi ucuna doğru, kaç cm hareket ettirilmesi gerektiğini bulunuz.**

31. ÖRNEK

Bir kenarı pencerenin kenarına paralel olan masanın yüksekliği 75 cm, perdeye uzaklığı 30 cm'dir.



Şekil 1   Şekil 2

Şekil 1'de ucunun yerden yüksekliği 210 cm olan stor perde ve yandan görünümü dikdörtgen şeklinde olan masa verilmiştir. Güneş ışınları masa üzerinde en fazla 60 cm uzağa ulaştığında perde Şekil 2'de gösterildiği gibi 75 cm indirilmiştir.

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Son durumda güneş ışınlarının masa üzerinde en fazla ne kadar uzağa ulaştığını bulabilmek için bir geometrik modelleme yaparak verilen bilgileri ve istenenleri oluşturduğunuz modelin üzerine yazınız.

b) Son durumda güneş ışınlarının masa üzerinde en fazla ne kadar uzağa ulaştığını bulabilmek için gerekli olan stratejiyi belirleyiniz.

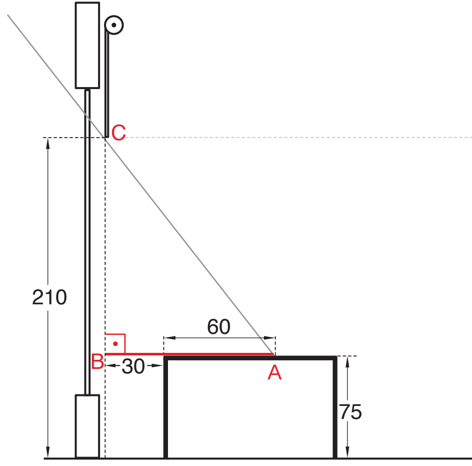
c) Uygun stratejiyi kullanarak son durumda güneş ışınlarının masa üzerinde en fazla ne kadar uzağa ulaştığını bulunuz.

ç) Çözümünüzü kontrol etmek için problemi farklı bir yol kullanarak çözünüz.

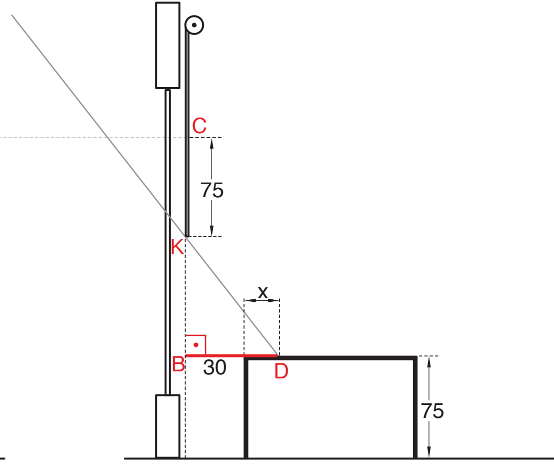
d) Çözümlerinizde kullandığınız stratejinin başka hangi problemlere uygulanabileceğini ifade ediniz.

Çözüm

a) Probleme ilişkin sayısal veriler, ABC ve DBK üçgenleri oluşturularak şekiller üzerine aşağıdaki gibi yerleştirilebilir. Oluşturulan bu modellemede perde yere dik konumda bulunduğundan $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{DBK}) = 90^\circ$ olur. Bu nedenle ABC ve DBK dik üçgenlerdir.



Şekil 1



Şekil 2

b) Güneş ışınlarının masa yüzeyine geliş açısı Şekil 1 ve Şekil 2'de aynı olduğundan ABC ve DBK dik üçgenlerinde $m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{BDK})$ olur. Üçgenlerin karşılıklı ikişer açıları birbirine eşit olduğundan bu üçgenler Açı-Açı benzerliği gereğince birbirine benzerdir. Üçgenlerin benzerliği kullanılarak iki üçgenin benzerlik oranı hesaplanabilir ve son durumda güneş ışınlarının masa üzerinde en fazla ne kadar uzağa ulaştığı bulunabilir.

c) Belirlenen strateji gereğince ABC ve DBK dik üçgenlerinin benzerlik oranı hesaplanmalıdır. Bu nedenle öncelikle üçgenlerin eşit açılarının karşısındaki kenar uzunlukları bulunmalıdır. Yukarıda yapılan modelleme incelendiğinde üçgenlerin eşit açıları; BAC ve BDK açılarının karşılarındaki kenarların uzunlukları, perdenin ucunun yerden yüksekliği ve masanın boyu kullanılarak hesaplanabilir.

Şekil 1'de perdenin ucunun yerden yüksekliğinden masanın boyu çıkarılırsa

$|BC| = 210 - 75 = 135$ cm bulunur. Şekil 2'de $|BC|$ndan perdenin aşağı çekilen kısmını ifade eden $|CK|$ çıkarılırsa $|BK| = 135 - 75 = 60$ cm bulunur. Buradan ABC ve DBK üçgenlerinin benzerlik oranı

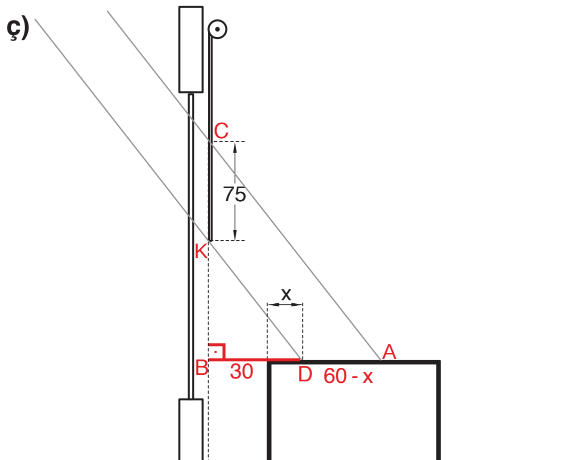
$\frac{|BC|}{|BK|} = \frac{135}{60} = \frac{9}{4}$ olur. Açı-Açı benzerliği gereğince

$\frac{|BC|}{|BK|} = \frac{|AB|}{|DB|} = \frac{|AC|}{|DK|}$ olduğundan $\frac{|AB|}{|DB|} = \frac{9}{4}$ bulunur.

$|AB| = 90$ cm ve $|DB| = (x + 30)$ cm olduğundan $\frac{90}{x+30} = \frac{9}{4}$ elde edilir.

Buradan $x + 30 = 40$ cm ve $x = 10$ cm olur.

ç)



Problem, Şekil 1'de yer alan ABC üçgeni ve bu üçgene ilişkin veriler Şekil 2 üzerine yandaki gibi yerleştirilerek modellenebilir.

Güneş ışınlarının geliş açısı her iki durumda da eşit olduğundan $[DK] \parallel [AC]$ olur. Perdenin ucunun yerden yüksekliğinden masanın boyu ve perdenin aşağı çekilen kısmının uzunluğu çıkarılırsa $|BK| = 210 - 75 - 75 = 60$ cm bulunur. ABC üçgeninde Tales teoreminden $\frac{|BK|}{|KC|} = \frac{|BD|}{|DA|}$ olur. Buradan $\frac{60}{75} = \frac{30+x}{60-x}$ elde edilir.

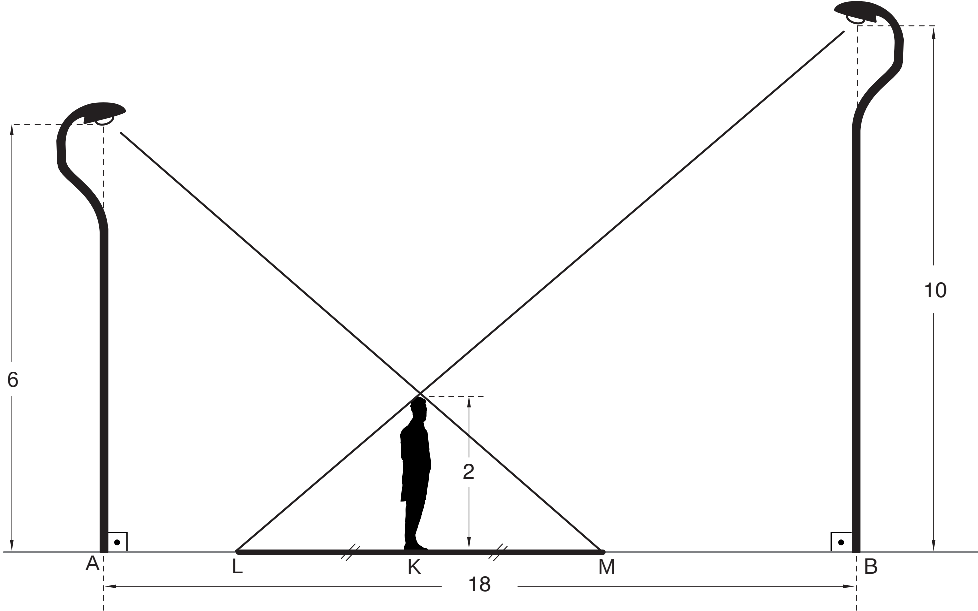


Elde edilen denklemde sadeleştirme yapılırsa $\frac{4}{5} = \frac{30 + x}{60 - x}$ ve $240 - 4x = 150 + 5x$ olur. Buradan $9x = 90$ cm olduğu için $x = 10$ cm bulunur.

d) Problemin her iki çözümünde de sayısal veriler ile görsel temsiller incelenerek şekiller üzerinde oluşan üçgenler modellenmiş ve bu üçgenler arasındaki benzerlik ilişkileri belirlenmiştir. Bu ilişkilerden hareketle problemin çözümünde kullanılacak kavramlara ilişkin eksik sayısal veriler hesaplanmıştır. Bu veriler benzerlikle ilgili kavram ve teoremlere ilişkin eşitliklerde kullanılarak problem çözülmüştür. Problemin çözümünde problemin verilerinin görsel olarak temsiline ve matematiksel işlemlere dayalı bir strateji kullanılmıştır. Çözümlerde kullanılan strateji, eş ve benzer üçgenler aracılığıyla modellenen problem durumlarında kullanılabilir.

17. Sıra Sizde

Aşağıdaki görselde doğrusal bir yol üzerinde bulunan A ve B noktalarına yerleştirilmiş iki lamba direği bulunmaktadır. Bu direkler arasında ise 2 metre boyunda olan Necati yer almaktadır. A ve B noktaları arasındaki uzaklık 18 metredir. A ve B direklerindeki lambaların yerden yüksekliği sırasıyla 6 ve 10 metredir. Lambaların K noktasında bulunan Necati'nin her iki tarafında oluşturduğu gölgelerin boyları birbirine eşittir.



Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) **Lambalardan herhangi birinin oluşturduğu gölgenin boyunun kaç metre olduğunu bulunuz.**

b) **K noktasında bulunan Necati, B noktasındaki lamba direğine doğru yürümektedir. Gölgesinin B noktasındaki direğin diğer tarafına geçmemesi için Necati'nin yürüyebileceği mesafenin en fazla kaç m olması gerektiğini bulunuz.**

Kontrol Noktası 

- Eşlik ve benzerlikle ilgili kavramların, teoremlerin ve ulaşılan çıkarımların yer aldığı problem durumlarının çözümleri yapılırken öncelikle problemin sayısal ve görsel verileri ile ulaşılmak istenen sonuçlar arasındaki ilişkiler belirlenir.
- Eş ya da benzer üçgenler; bu ilişkilerden yararlanılarak, eşlik ve benzerlik koşulları ile bu koşullardan hareketle ispatlanan teoremler kullanılarak belirlenir ve problemin çözümü için gereken strateji oluşturulur. Problemin çözümü yapılırken gerekli sayısal veriler, matematiksel temsiller kullanılarak elde edilir. Problemin çözümü yapılarak uygulanan stratejinin başka hangi durumlarda kullanılabileceği değerlendirilir.
- Problem farklı yollarla çözülür ve çözümler karşılaştırılır.

Konu ile ilgili çalışma kâğıdına ulaşmak için karekodu okutunuz.



Proje Ödevi

Eşlik ve Benzerlikle İlgili Problem Çözme

Bu ödevde sizden eşlik ve benzerlikle ilgili 3 farklı problem durumu araştırmanız veya oluşturmanız, bu problemlerin çözümlerini yapmanız beklenmektedir.

Ödeve başlamadan önce aşağıdaki hususlara dikkat ediniz.

- Öğretmeninizin rehberliğinde 3 veya 4 kişilik gruplara ayrılınız.
- Bir çalışma planı oluşturunuz, yapılacak işleri bu planda belirtiniz.
- Çalışmanızı oluştururken takip edeceğiniz adımları belirleyiniz.

Ödev esnasında aşağıdaki hususlara dikkat ediniz.

- En az 3 farklı problem durumu araştırınız veya oluşturunuz.
- Problem durumlarından birinin eşlik ve benzerlikle ilgili kavramların kullanıldığı bir yapı örneği içerdiğinden emin olunuz.
- Problem durumlarının çözümlerini aşamalı olarak ve açıklayarak yapınız.
- Problemlerinizi ve çözümlerinizi geometrik şekiller kullanarak görselleştiriniz.
- Yapı örneği içeren problem durumunu görselleştirecek bir ürün (yapının taslak planını içeren afiş veya poster, yapının maketi vb.) oluşturunuz.
- Çalışma süresince grup arkadaşlarınızla iletişiminizi saygı çerçevesinde sürdürünüz.
- Çalışmanız için sunum hazırlayınız.
- Ödevinizi öğretmeninizin belirlediği sürede tamamlayınız.

Ödev bitiminde aşağıdaki hususlara dikkat ediniz.

- Ödevinizi tamamladıktan sonra sınıfta sunarak arkadaşlarınızla paylaşınız.
- Çalışmanızı öğretmeninize zamanında teslim ediniz.

Proje ödeviniz aşağıdaki karekodda verilen analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilecektir.

Analitik dereceli puanlama anahtarına ulaşmak için karekodu okutunuz.



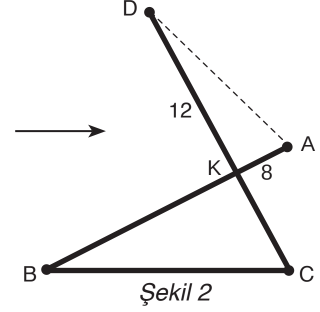


Alıştırmalar

1. Zübeyde öğretmen, öğrencilerine üçgenlerde benzerlik konusunu anlatmak için B ve C noktaları etrafında dönebilen üç çubuğun oluşturduğu bir mekanizma tasarlamıştır. Şekil 1'deki [AB], [BC] ve [CD] çubuklarının uzunlukları sırasıyla 17, 12 ve 18 cm'dir. Zübeyde öğretmen, [AB] ve [CD] çubuklarını oklar yönünde döndürerek Şekil 2'de gösterildiği gibi K noktasında sabitliyor; oluşan şekilde A ile D noktaları arasına bir çubuk daha koyuyor.



Şekil 1



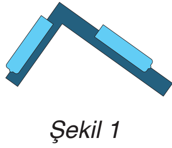
Şekil 2

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

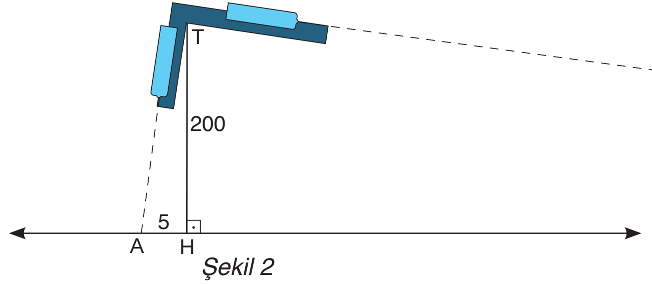
a) A ve D noktalarını birleştiren çubuğun uzunluğunun kaç cm olduğunu bulunuz.

b) [AD] **çubuğu kullanılarak düzenek** [AD] // [BC] **olacak şekilde hareket ettirilirse K noktası** [CD] **üzerinde yaklaşık kaç cm yer değiştirir?**

2. Evinin bulunduğu H noktasından arkadaşı Haluk'un evini görebilen Gonca, Haluk'un evi ile kendi evi arasındaki uzaklığı hesaplamak için aşağıdaki adımları uyguluyor.



Şekil 1



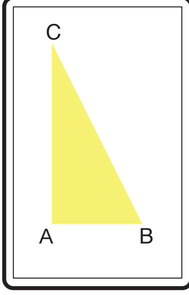
Şekil 2

- L şeklinde bir cetvelin iki kenarına Şekil 1'deki gibi lazer yerleştiriyor.
- 2 metrelik bir sopayı evinin bulunduğu H noktasında zemine dik şekilde konumlandırıyor.
- Lazer ışınlarından biri Haluk'un evinde belirecek şekilde cetveli T noktasında sopanın üzerine Şekil 2'deki gibi sabitliyor.

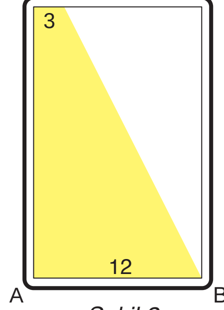
Gonca, bu adımları uyguladıktan sonra diğer kenardaki lazer ışınının yerde belirdiği A noktası ile H noktası arasındaki mesafeyi 5 cm olarak ölçüyor. Haluk'un evinin AH üzerinde olduğu biliniyor.

Buna göre Haluk'un evinin Gonca'nın evine uzaklığının kaç m olduğunu bulunuz.

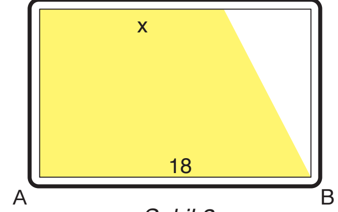
3. Gülşah'ın tabletinin ekranı dikdörtgen şeklindedir. Ekranın kısa kenarının uzunluğu 12 cm, uzun kenarının uzunluğu 18 cm'dir. Gülşah tabletinde Şekil 1'de görülen ABC dik üçgenini inceliyor. Bunun için önce üçgenin AB dik kenarını Şekil 2'de gösterildiği gibi tabletin kısa kenarı kadar büyütüyor ve üçgenin ekranın üst kenarında 3 cm'lik bir kısmı kapladığını görüyor. Daha sonra tabletin ekranını Şekil 3'teki gibi döndürerek üçgenin AB kenarını ekranın uzun kenarı kadar büyütüyor ve üçgenin ekranın üst kenarında kapladığı kısmı x cm olarak ölçüyor.



Şekil 1



Şekil 2



Şekil 3

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) x in kaç santimetre olduğunu bulunuz.

b) Şekil 2'de modellenen ekrandaki sarı bölge <u>en az</u> yüzde kaç büyütülürse ekranın tümü sarı renkte görünür?

Farklı Kaydet



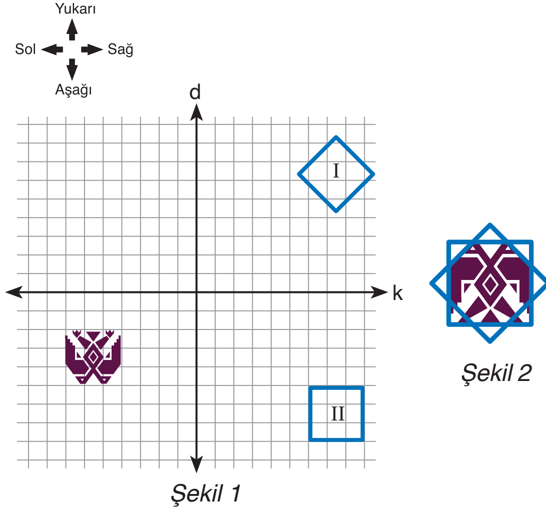
Bu temada öğrendiğiniz bilgileri kendi hatırlayacağınız şekilde bu alana kısaca not edebilirsiniz.



Ölçme ve Değerlendirme

Bu bölümde cevaplamanız için farklı soru tiplerinde 21 adet soru bulunmaktadır.
Ölçme ve değerlendirme bölümünün sonunda verilen karekodu okutarak ek sorulara ulaşabilirsiniz.

1. Şekil 1'de birim kareler üzerinde dik kesişen d ve k doğruları, birbirine eş iki kare ve Selçuklu Kartalı motifine ait görsel verilmiştir. Karelere ve Selçuklu Kartalı motifine öteleme ve yansıma dönüşümleri uygulanarak Şekil 2'deki Selçuklu Yıldızı içinde yer alan Selçuklu Kartalı motifi oluşturulacaktır.



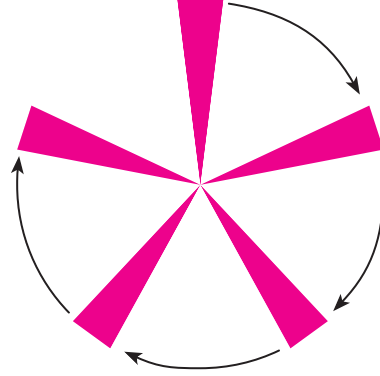
Şekil 1

a) Şekil 1'deki I numaralı karenin d doğrusuna göre yansıması alınmış ve kare a birim aşağıya ötelenmiştir. Selçuklu Kartalı motifinin k doğrusuna göre yansıması alınmış ve motif b birim sola ötelenmiştir. II numaralı kare ise dikeyde c birim, yatayda d birim ötelenmiştir. Sırayla uygulanan bu dönüşümler sonucunda Şekil 2'deki motif oluşturulmuştur.

Buna göre $\frac{d \cdot c}{a + b}$ **işleminin sonucunu bulunuz.**

b) Aynı motifi farklı dönüşümlerle nasıl oluşturabileceğinizi işlem adımlarını yazarak açıklayınız.

2. Aşağıda görseli verilen pervane modelinin kanatları ikizkenar üçgen şeklinde tasarlanmıştır. Pervane modeli, bu kanatlardan birinin kanadın tepe noktası etrafında eşit dönme açılarıyla dört kez döndürülmesi ile oluşturulmuştur.



Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Kanatların dönme açısının ölçüsünü bulunuz.

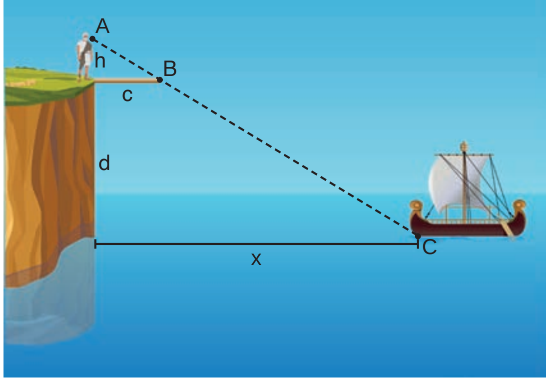
b) Herhangi iki pervane kanadı arasındaki açı 52° olduğuna göre pervanenin kanatlarını oluşturan ikizkenar üçgenlerin taban açısının ölçüsünü bulunuz.

c) Pervane dört kanatlı olacak şekilde tasarlanırsa her bir kanadın dönme açısının ölçüsünün kaç derece olması gerektiğini hesaplayınız.

3. Miletli Tales, denizdeki bir geminin sahile mesafesini hesaplamak için sahile dik bir uçurumun ucuna yere paralel bir çubuk yerleştirmiştir.

Uçurumun uç noktasında dik duran Tales, geminin sahile uzaklığını bulabilmek için çubuğun ucunun geminin ön tarafı ile aynı noktaya gelmesi gerektiğini belirtmiştir.

A Tales'in göz hizası, B çubuğun uç noktası, C geminin uç noktasıdır.



Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

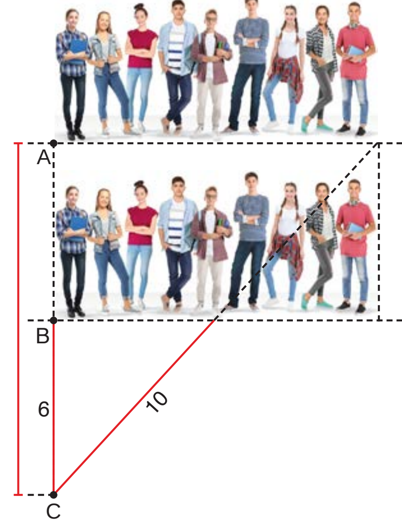
a) A, B, C noktaları doğrusaldır. "h" Tales'in yerden göz hizasına kadar yüksekliği, "c" çubuğun boyu, "d" Tales'in su yüzeyinden yüksekliği olmak üzere x in h, c ve d türünden eşitini bulunuz.

b) $c = 2\,m$, $d = 68\,m$ **ve** $h = 1,7\,m$ **ise geminin karaya uzaklığının kaç metre olduğunu bulunuz.**

c) Aşağıdaki ifadelerden doğru olanların karşısına "D", yanlış olanların karşısına "Y" yazınız.

	İfadeler	D/Y
I.	h ve d uzunlukları değişmeyip c uzunluğu artarsa geminin karaya uzaklığı azalır.	(.....)
II.	c ve d uzunlukları değişmeyip h uzunluğu artarsa geminin karaya uzaklığı artar.	(.....)
III.	h ve c uzunlukları orantılı olarak azaltılırsa geminin karaya uzaklığı aynı kalır.	(.....)

4. Okul yıllığı için fotoğraf çekimi yapan Asım Bey, öğrencileri aşağıdaki gibi doğrusal sıralamıştır. Sıranın en solunda yer alan Aslı adlı öğrencinin kameraya uzaklığı 6 m iken sağdan dördüncü öğrencinin kameraya uzaklığı 10 metredir. Bu konumda öğrencilerin tümünün kadraja girmediğini gören Asım Bey, onlardan doğrusal olarak biraz geri gitmelerini istemiştir.



Görselde öğrencilerin ilk konumları B ile, ikinci konumları A ile gösterilmiştir. Fotoğrafçının durduğu C noktası ile A ve B noktaları doğrusaldır.

Çekim yapılan fotoğraf makinesi en fazla 25 metre uzaklıktaki bir cismi net olarak görüntüleyebilmektedir.

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Öğrenciler 3 metre geri gittiklerinde öğrencilerin hepsi kadraja tam sığdığına göre en sol ve en sağdaki öğrencilerin arasında en çok kaç metre mesafe olacağını bulunuz.

b) Grubun en sağındaki öğrencinin görüntüsünün net olması için öğrencilerin sırayı bozmadan, doğrusal olarak en fazla kaç metre geri gidebileceklerini bulunuz.

5. Müşterilerine daha güvenli ve rahat bir erişim sağlamak isteyen bir dükkân sahibi, dükkânının girişindeki merdivenin yanına yatay uzunluğu 143 cm olan bir rampa inşa edecektir.

Bu rampayı inşa etmek için iki metal destek, rampaya A ve B noktalarından yer düzlemine dik olacak şekilde yerleştirilecektir. A noktasına yerleştirilen desteğin uzunluğu 39 cm'dir.



Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) B noktasına yerleştirilen desteğin uzunluğu 9 cm olduğuna göre B noktasının rampanın zemine değdiği C noktasına uzaklığının kaç cm olduğunu bulunuz.

b) Rampayı sağlamlaştırmak için rampanın zemine değdiği C noktasından 66 cm uzağa, yer düzlemine dik olacak şekilde yerleştirilen metal desteğin uzunluğunun kaç cm olduğunu bulunuz.

6. Ayça, bir odanın yüksekliğini dolaylı yoldan ölçmek için yeni bir yöntem geliştirmeye çalışmaktadır.

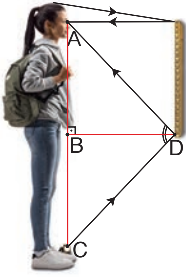
Yönteminde ip ve cetvel kullanan Ayça, odanın bir duvarının alt köşesindeki P noktasına bir parça ip bağlar ve ipin diğer ucunu sağ eliyle göz hizasında tutarak duvardan geriye doğru yürür. Duvara olan mesafesini ayarlamak için sol eline aldığı 15 cm uzunluğundaki cetveli duvara paralel olacak şekilde tutar. Cetvelin alt kısmı P noktasıyla, cetvelin üst kısmı duvarın üst köşesindeki K noktasıyla aynı hizaya gelene kadar yürümeye devam ederek duvara olan mesafesini ayarlar.



Buna göre

a) Ayça'nın odanın yüksekliğini hesaplayabilmek için kullandığı yöntemi açıklayınız.

b) Ayça'nın gözü ile P noktası arasındaki mesafe 572 cm ve cetvelin alt kenarı ile Ayça'nın gözü arasındaki mesafe 26 cm olduğuna göre odanın yüksekliğini ifade eden $|PK|$ nu bulunuz.

7. 

Bir nesneden gelen ışık ışını bir aynaya çarptığında gözünüze yansır. Bu durumun nasıl gerçekleştiği yandaki görselde belirtilmiştir.

Buna göre C noktasından gelen bir ışık ışını D noktasından yansıyarak A noktasına gider ve yansıma yasasına göre CDB geliş açısı ADB yansıma açısına eştir.

Verilen bilgilerden hareketle aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) ABD üçgeninin CBD üçgeni ile eş olduğunu ispatlayınız.

b) $m(\widehat{CDB}) = m(\widehat{ADB})$ **ise** $m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{CBD})$ **olduğunu ispatlayınız.**

c) ACD üçgeninin ikizkenar olduğunu doğrulayınız.

ç) Aynadan uzaklaşmanın kişinin gördüğü yansımanın boyutu üzerinde herhangi bir etkisinin olup olmadığına ilişkin fikirlerinizi belirtiniz.

8. Bir seramik ustası Şekil 1'deki bir kenar uzunluğu 50 cm olan düzgün altıgen şeklindeki seramiği kenarlarına paralel olacak biçimde kesiyor ve Şekil 2'de A, B, C ile gösterilen üç parçaya ayırıyor. A parçasının çevre uzunluğu 190 cm ve C parçasının çevre uzunluğu 220 cm'dir.



Şekil 1 *Şekil 2*

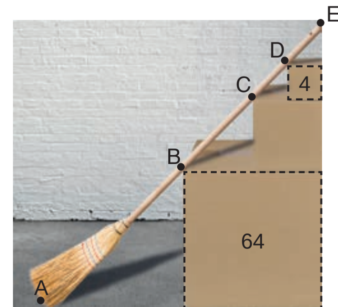
Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) A parçasının <u>en uzun</u> kenar uzunluğunun kaç cm olduğunu bulunuz.

b) C parçasının <u>en uzun</u> kenar uzunluğunun kaç cm olduğunu bulunuz.

c) B parçasının çevre uzunluğunun kaç cm olduğunu bulunuz.

9. Aşağıdaki görselde odanın düz zeminine bir yüzleri duvara denk getirilerek üst üste dizilmiş küp biçiminde koliler ve bu kolilere her bir kolinin köşesine temas edecek şekilde dayanmış süpürge yer almaktadır. Süpürgenin zemine, koli köşelerine ve duvara değdiği noktalar sırasıyla A, B, C, D, E dir ve bu noktalar doğrusaldır. En üstte bulunan kolinin bir yüzünün alanı 4 birimkare, en altta bulunan kolinin bir yüzünün alanı 64 birimkaredir. Kolilerin ön yüzleri aynı hizadadır.

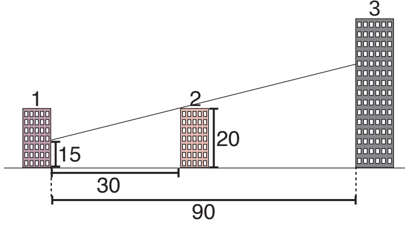


Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Süpürgenin uzunluğunun kaç birim olduğunu bulunuz.

b) Süpürge hareket ettirilmeden en üstte bulunan kutunun üzerine yerleştirilebilecek <u>en büyük</u> hacimli kutunun bir ayrıtının uzunluğunun kaç birim olduğunu bulunuz.

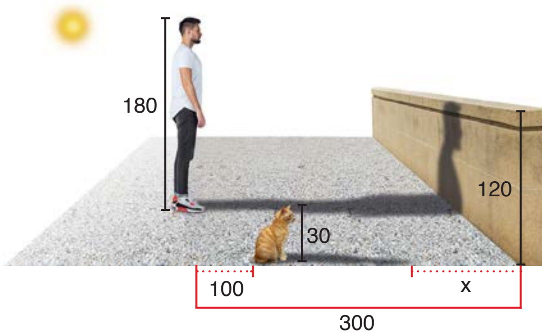
10. Aşağıda 1, 2 ve 3 numaralı binaların birbirlerine göre konumları verilmiştir. Metin, evinin zeminden 15 m yükseklikteki penceresinden baktığında her bir katı eşit yükseklikte olan 14 katlı bir iş merkezini 11. katından itibaren görebilmektedir. Alt katlarda oturan komşusunun evinin penceresinden baktığında ise iş merkezini görmemektedir.



Metin'in bulunduğu 1 numaralı binanın 2 numaralı binaya uzaklığı 30 m, 3 numaralı iş merkezine uzaklığı 90 m'dir. 2 numaralı binanın boyu 20 m'dir.

Buna göre Metin, yerden <u>en çok</u> kaç metre yükseklikten baktığında iş merkezini <u>göremez</u>?

11. Aşağıdaki görselde yer alan duvar ve zemin birbirine diktir. 180 cm boyundaki Saffet'in gölgesi, güneşli bir günde 300 cm ötede bulunan 120 cm yüksekliğindeki duvara şekildeki gibi düşmektedir. Boyu 30 cm olan kedi duvara Saffet'ten 100 cm daha yakındır.



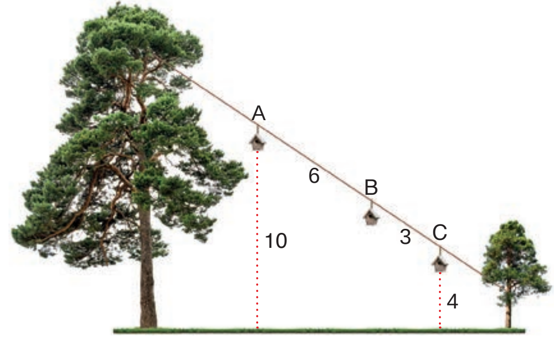
Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) **Duvarın <u>olmaması</u> durumunda Saffet'in gölgesinin boyunun kaç cm olacağını bulunuz.**

b) **Kedinin gölgesinin bittiği noktanın duvara uzaklığının kaç cm olduğunu bulunuz.**

c) **Kedi duvara 50 cm uzaklıkta iken kedinin duvardaki gölgesinin boyunun kaç cm olduğunu bulunuz.**

12. Şekilde bahçedeki iki ağaç arasında gergin duran halata üç tane özdeş kuş evi aynı uzunluktaki iplerle bağlanmıştır.



A, B ve C noktalarında asılı olan kuş evlerinin birbirine ve düz zemine uzaklıklarına ilişkin bilgiler aşağıda verilmiştir.

I. B noktasının A noktasına uzaklığı 6 metre, C noktasına uzaklığı 3 metredir.

II. A noktasındaki kuş evinin zeminden yüksekliği 10 metre, C noktasındaki kuş evinin zeminden yüksekliği 4 metredir.

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) **B noktasındaki kuş evinin yerden yüksekliğinin kaç metre olduğunu bulunuz.**

b) **Aynı halat üzerine yerden yüksekliği 16 metre olan bir kuş evi D noktasından asılırsa D noktasının A noktasına uzaklığının kaç metre olacağını bulunuz.**

c) **Aşağıdakilerden hangisi veya hangileri yapılırsa A noktasında asılı olan kuş evinin yerden yüksekliği ile C noktasında asılı olan kuş evinin yerden yüksekliği arasındaki fark 8 metre olur? Yazınız.**

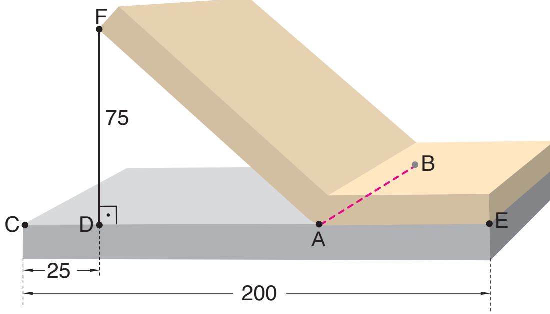
I. C noktasındaki kuş evi sabit bırakılıp A noktasındaki kuş evi halat üzerinde 3 metre sola kaydırılır.

II. C noktasındaki kuş evi halat üzerinde 1 metre sağa, A noktasındaki kuş evi halat üzerinde 2 metre sağa kaydırılır.

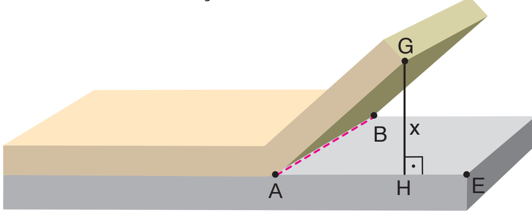
III. C noktasındaki kuş evi halat üzerinde 2 metre sağa, A noktasındaki kuş evi halat üzerinde 5 metre sağa kaydırılır.

13. Bir hastane yöneticisi, hasta yatağı siparişi vermek istemektedir. Yöneticinin satın almak istediği hasta yatağı; $[AB]$ boyunca birbirine sabitlenen, iki parçadan oluşan ve sadece Şekil 1 ile Şekil 2'deki gibi $[AB]$ etrafında döndürülerek yükseltilebilen bir yataktır.

Hasta yatağı Şekil 1'deki konumdayken $[FD] \perp [CE]$ ve C, D, A, E doğrusaldır. $|FD| = 75$ cm, $|CD| = 25$ cm'dir. Hasta yatağı Şekil 2'deki konuma getirildiğinde $[GH] \perp [AE]$ olmaktadır. Yatakların Şekil 1 ve Şekil 2'deki döndürülme açıları eşittir.



Şekil 1



Şekil 2

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

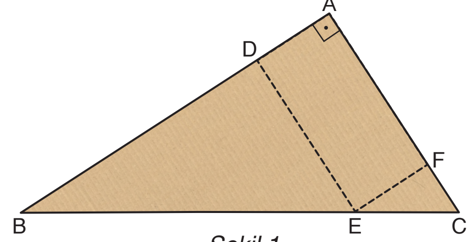
a) $[GH]$**nın uzunluğunu bulabilmek için bir geometrik modelleme yapınız. Verilen bilgileri ve istenenleri oluşturduğunuz modelin üzerine yazınız.**

b) $[GH]$**nın uzunluğunu bulabilmek için gerekli olan stratejiyi belirleyiniz.**

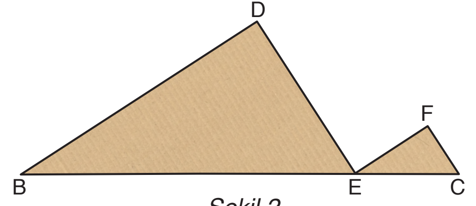
c) **Uygun stratejiyi kullanarak** $[GH]$**nın uzunluğunu bulunuz.**

ç) **Çözümünüzü arkadaşlarınızın çözümleriyle karşılaştırarak farklı çözüm yollarını inceleyiniz.**

14. Nazlı $|AB| = 12$ birim, $|AC| = 9$ birim olan ABC dik üçgeni biçimindeki kartondan kenar uzunlukları oranı $\frac{2}{3}$ olan bir dikdörtgeni Şekil 1'deki işaretli yerlerden keserek Şekil 2'deki üçgenleri elde ediyor.



Şekil 1



Şekil 2

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

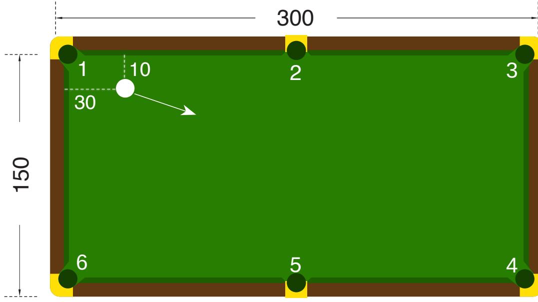
a) **Şekil 2'deki üçgenlerin alanlarının oranını bulabilmek için bir geometrik modelleme yapınız. Verilen bilgileri ve istenenleri oluşturduğunuz modelin üzerine yazınız.**

b) **Şekil 2'deki üçgenlerin alanlarını bulabilmek için gerekli olan stratejiyi belirleyiniz.**

c) **Uygun stratejiyi kullanarak Şekil 2'deki üçgenlerin alanlarının oranını bulunuz.**

ç) **Çözümünüzü arkadaşlarınızın çözümleriyle karşılaştırarak farklı çözüm yollarını inceleyiniz.**

15. Görseldeki bilardo masasının boyu 300 cm, eni 150 cm'dir. Bilardo masasında ikisi uzun kenarların orta noktalarında, dördü köşelerde olmak üzere bilardo toplarının girebileceği toplam altı cep bulunmaktadır. Beyaz top 1 numaralı cebin bulunduğu köşeden görseldeki gibi 10 cm ve 30 cm içeride olacak şekilde yerleştirilmiştir. Topun masanın bir kenarına çarpma açısı ile o kenardan ayrılma açısı aynıdır. Beyaz topun takip ettiği yol doğrusaldır.



Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

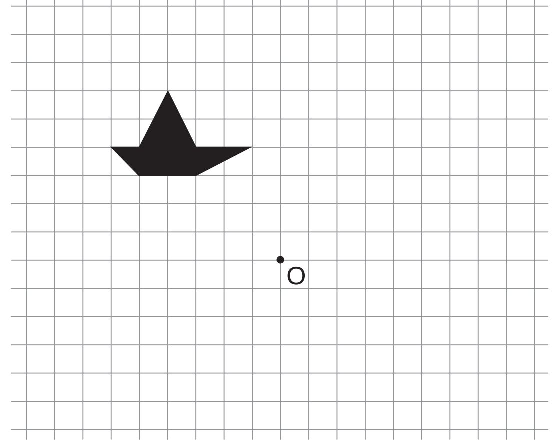
a) **Oyuncu beyaz topu masanın kısa kenarına çarptırarak 5 numaralı cebe sokmak istemektedir. Beyaz topun 4 numaralı cebin bulunduğu köşeden kaç cm yukarıda masanın kenarına çarpması gerektiğini bulmak amacıyla bir geometrik modelleme yapınız. Verilen bilgileri ve istenenleri oluşturduğunuz modelin üzerine yazınız.**

b) **Beyaz topun 5 numaralı cebe girmesi için 4 numaralı cebin bulunduğu köşeden kaç cm yukarıda masanın kenarına çarpması gerektiğini bulabilmek için gereken stratejiyi belirleyiniz.**

c) **Uygun stratejiyi kullanarak beyaz topun 5 numaralı cebe girmesi için 4 numaralı cebin bulunduğu köşeden kaç cm yukarıda masanın kenarına çarpması gerektiğini bulunuz.**

ç) **Çözümünüzü arkadaşlarınızın çözümleriyle karşılaştırarak farklı çözüm yollarını inceleyiniz.**

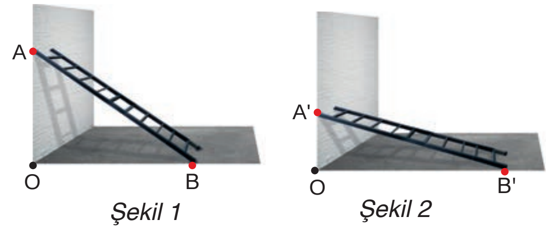
16. Şekilde birim kareler üzerine çizilen bir gemi ve O noktası görülmektedir. Gemi O noktası etrafında saat yönünde 90^o döndürüldükten sonra 4 birim aşağıya ötelenmiş ve geminin bir görüntüsü oluşturulmuştur. Oluşan görüntü O noktası etrafında 180^o döndürülmüş ve elde edilen görüntü 3 birim yukarıya ötelenerek yeni bir görüntü elde edilmiştir.



Yapılan dönme ve öteleme dönüşümleri sonucunda elde edilen gemi görüntüsü ile ilk baştaki gemi görüntüsünün çakışan alanı kaç birimkaredir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

17. Şekil 1'de zemine dik konumdaki duvara dayalı 25 m uzunluğundaki merdivenin duvara temas ettiği A noktasının yerden yüksekliği 15 m'dir. Merdiven A noktasından aşağı doğru 8 m kayarak Şekil 2'deki durumda sabit kalmıştır. Merdivenin yere temas eden noktası Şekil 1'de B, Şekil 2'de B' ile gösterilmiştir.

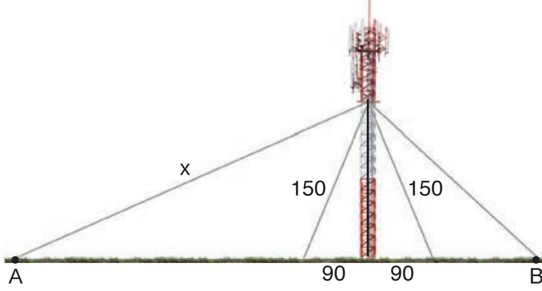


Şekil 1 *Şekil 2*

Buna göre |BB'| nun değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

18. Aşağıdaki şekilde yer alan belli bir uzunluktaki verici kulesi, dengede kalması amacıyla aynı doğrultudaki farklı noktalara gergin çelik halatlarla sabitlenmiştir. Verici kulesinden doksanar metre uzaklıktaki noktalara sabitlenen halatların uzunlukları 150 m'dir ve bu halatlar kulenin aynı noktasına bağlanmıştır. 150 m'lik halatların dışında kalan iki halattan biri A, diğeri B noktasına sabitlenmiştir.



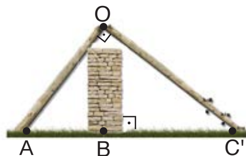
Buna göre verici kulesinden 225 m uzaklıktaki A noktasına sabitlenen halatın uzunluğu kaç m'dir?

A) 240 B) 245 C) 250 D) 255 E) 260

19. Şekil 1'de 30 cm kalınlıkta ve zemine dik konumda olan bir duvar ile duvara 185 cm uzaklıkta bulunan bir elektrik direği verilmiştir. Direk, rüzgârlı bir havada temeli olan A noktası sabit kalmak koşulu ile O noktasından kırılarak duvarın üstüne yıkılmış ve Şekil 2'deki durum oluşmuştur. Bu durumda direğin uç noktası A noktasından 10 metre uzakta olacak şekilde yer ile temas etmiştir.



Şekil 1



Şekil 2

$m(\widehat{AOC'}) = 90°$, **B duvarın orta noktası ve O noktasının yerden yüksekliği** $[OB]$ **olduğuna göre** $|AO| \cdot |OC'| - |OB|$ **işleminin sonucu kaçtır?**

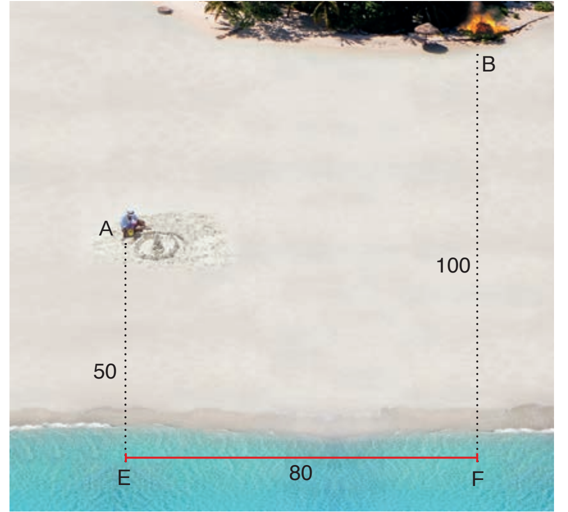
A) 36 B) 34 C) 32 D) 30 E) 28

20. Evinden okula gitmek üzere yola çıkan Ebru, önce 150 metre batıdaki kırtasiyeye uğrayarak silgi almıştır. Ardından 120 metre kuzeydeki pastaneden simit almış ve batı yönünde 250 metre yürüyerek Mahmut ile buluşmuştur. Yola birlikte devam eden Ebru ile Mahmut x metre güneydeki okula ulaşmışlardır.

Okul, Ebru'nun evinden 410 metre uzaklıkta olduğuna göre x in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A) 320 B) 300 C) 280 D) 260 E) 240

21. Kıyıya 50 metre mesafedeki A noktasında çocukları için kumdan kale yapan Alper, kıyıdan 100 metre uzaklıktaki B noktasında kontrolsüz bir yangının başladığını görüyor. Elindeki kovayla denizden taşıdığı suyu en kısa mesafeyi alarak ateşe döküyor.



$[AE] \perp [EF]$, $[BF] \perp [EF]$ **ve** $|EF| = 80$ metre **olduğuna göre Alper'in katettiği yolun uzunluğu kaç metredir?**

A) 200 B) 190 C) 180 D) 170 E) 160

Tema ile ilgili daha fazla soru çözmek için karekodu okutunuz.



Zenginleştirme bölümüne ulaşmak için karekodu okutunuz.



5\. TEMA

Algoritma ve Bilişim

▶ **Anahtar Kavramlar**

- akış şeması
- algoritma
- çizge
- mantık bağlaçları
- niceleyiciler
- sözde kod
- şifreleme

▶ **Sembol ve Gösterimler**

- $\wedge, \vee, \veebar, \Rightarrow, \forall, \exists$

▶ **Bu temada sizden**

- algoritma temelli yaklaşımlarla problem çözebilmeniz,
- algoritmik yapılar içerisindeki mantık bağlaçları ve niceleyicileri çözümleyebilmeniz,
- mantık bağlaçları ve niceleyicilerin algoritmalarda kullanımına yönelik edindiğiniz deneyimi farklı matematiksel görev ve problemlere yansıtabilmeniz

beklenmektedir.

Tema boyunca sizden çalışma kâğıtlarındaki soruları çözmeniz, performans görevlerini yerine getirmeniz, ölçme ve değerlendirme sorularını çözmeniz beklenmektedir.

Tema karekodu

Tema sunusuna ulaşmak için karekodu okutunuz.

Başlarken



Günlük hayatta birçok etkinliği daha verimli hâle getirmek için sistematik kurallar ve adımlar izlenebilir. Bir seyahatin aşamalarını planlamak, ders çalışma programı oluşturmak, trafik ışıklarının belli bir düzende yanmasını sağlamak, fabrikada bir ürünün üretim basamaklarını planlamak, bir şirketin reklam stratejilerini belirlemek, hastane personellerinin nöbetlerini planlamak gibi iş ve işlemler sistematik kural ve adımlar izlenerek daha etkin hâle getirilebilir.



Ön Değerlendirme

1. $$\begin{array}{r|l} 128 & 7 \\ \underline{-\;7} & \overline{18} \\ 58 & \\ \underline{-\;56} & \\ 2 & \end{array}$$

Yanda verilen bölme işleminin nasıl gerçekleştirildiğini adım adım ifade ediniz.

2. Aşağıda bir doğal sayının 3'e tam bölünüp bölünmediğini bulma yöntemi adım adım açıklanmaktadır.

I. Bir doğal sayının her bir basamağındaki rakamların toplamını hesaplayınız.

II. Bu toplam 3'ün katıysa sayı 3'e tam bölünür.

III. Rakamların toplamı 3'ün katı değilse sayı 3'e tam bölünmez.

Bu durumda üç basamaklı abc doğal sayısının 3'e tam bölünüp bölünmediği, mantık bağlacı ve niceleyici yardımıyla aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$\forall k, n \in \mathbb{Z}^+$ için $a + b + c = 3k \Rightarrow abc = 3n$

Buna göre bir sayının 9'a tam bölünüp bölünmediğini bulma yöntemini adım adım açıklayınız, mantık bağlacı ve niceleyici yardımıyla ifade ediniz.

3. Ahmet, Burcu ve Canan yazılımcı olarak A, B ve C adındaki teknoloji şirketlerinde çalışmaktadır. Ahmet, Burcu ve Canan'ın sosyal ağ, siber güvenlik ve bulut depolama alanında geliştirdikleri uygulamalar ve çalıştıkları şirketlerle ilgili aşağıdaki bilgiler verilmiştir.

- Her yazılımcı, farklı bir şirkette çalışmakta ve farklı bir uygulama geliştirmektedir.
- Ahmet, C şirketinde çalışmamaktadır.
- Ahmet, siber güvenlik uygulaması geliştirmemiştir.
- A şirketinde çalışan yazılımcı, sosyal ağ uygulaması geliştirmiştir.
- Burcu, siber güvenlik uygulaması geliştirmiştir.

Buna göre aşağıda verilen cümlelerin başındaki boşluğa ifade doğru ise "D", yanlış ise "Y" yazınız.

(....) Ahmet bulut depolama alanında uygulama geliştiriyorsa Canan A şirketinde çalışmaktadır.

(....) Ahmet A şirketinde çalışıyorsa Burcu B ya da C şirketinde çalışmaktadır.

(....) Burcu B şirketinde çalışıyorsa Ahmet sosyal ağ ya da bulut depolama alanında uygulama geliştirmektedir.

(....) Ahmet B şirketinde çalışıyorsa Canan sosyal güvenlik uygulaması geliştirmektedir.

5.1. ALGORİTMA TEMELLİ YAKLAŞIMLARLA PROBLEM ÇÖZME

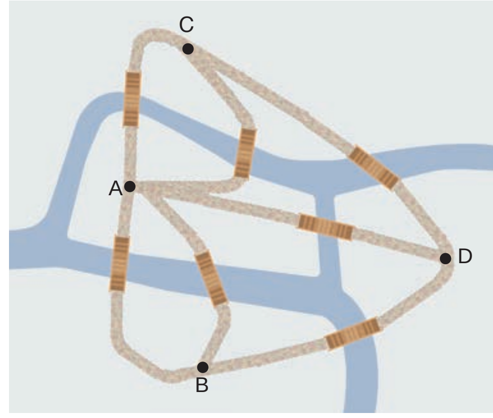
Konuya Başlarken 

İsviçreli matematikçi Leonhard Euler (Lörnırd Öyler), Pregel (Prigıl) Nehri üzerinde yedi köprünün yer aldığı Königsberg (Könisberk) şehrinde 1736’da bir yürüyüş rotası problemi üzerine çalışmıştır. Bu bağlamda Pregel Nehri ve civarını gösteren güncel uydu görüntüsü Görsel 1’de verilmiştir.

Euler şehrin köprülerini, yürüyüş yollarını ve A noktasının üzerinde olduğu adayı modellemiştir (Görsel 2). Her köprüden yalnızca bir kez geçmek şartıyla başlangıç noktasına dönmenin mümkün olup olmadığını araştırmıştır.



Görsel 1



Görsel 2

Verilen bilgileri inceleyerek aşağıdaki soruları cevaplayınız ve fikirlerinizi arkadaşlarınızla paylaşınız.

1. Görsel 2’de verilen A, B, C ve D noktalarından birini başlangıç noktası olarak belirleyiniz. Başladığınız noktaya dönmek için yedi köprüyü kullanarak her köprüden yalnızca bir kez geçmek şartıyla bir rota oluşturulabilir mi? Açıklayınız.
2. Seçtiğiniz başlangıç noktasının rotanız üzerindeki etkisini değerlendiriniz.
3. Görsel 2’de bazı noktaların daha fazla köprüyle bağlantılı olduğu görülmektedir. Bu durumun başladığınız noktaya dönebilmek için izleyeceğiniz rotayı nasıl etkilediğini açıklayınız.
4. Euler bu soruyu çözerken nasıl bir yol izlemiş olabilir? Euler'in çalışmasından hareketle algoritma kelimesinin kökeninin ne olabileceğini tartışınız.

Algoritma terimi, ünlü matematikçi Harizmi’nin adından türemiştir. Harizmi’nin eserleri, XII. yüzyılda Latinceye *Algoritmi de numero Indorum* [Algoritmi de numor İndorum (Hint Sayıları Üzerine Algoritmalar)] olarak çevrilmiştir. XIII. yüzyılda algoritma kelimesi Arapça “ondalık sistem” anlamını taşımakta olup bu anlam 0’dan 9’a kadar olan sayılar ve ondalık sistem kavramını içermektedir. XIX. yüzyılda bu terim Fransızcada “algorithme” (algoritim) olarak yeniden şekillenmiş ve anlamı korunarak İngilizceye “algorithm” (algoridım) olarak geçmiştir. Günümüzde algoritma, bir problemi çözmek veya belirli bir görevi tamamlamak için izlenen açık ve anlaşılır şekilde belirlenmiş kural ve işlemlerin adım adım uygulanmasını ifade eder.

1. Uygulama



Para Üstünün Hesaplanması

Verilen bilgileri inceleyerek aşağıdaki soruları cevaplayınız.

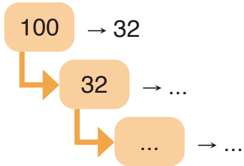
Bir kitapçıda satılan bir kitabın fiyatı 68 TL'dir. Kitabı satın alan müşteri kasiyere 200 TL vermiştir. Yazar kasada bulunan kâğıt ve madenî paralar 1 TL, 5 TL, 10 TL, 20 TL, 50 TL, 100 TL ve 200 TL'dir.

1. Kitap satın alımı ve para üstü hesaplama sürecindeki temel matematiksel işlemleri ve karar adımlarını belirleyiniz.

2. Para üstü hesaplamasını yaparken müşteriye verilecek kâğıt ve madenî paraların sayısını liste veya tablo temsili yardımıyla belirleyiniz.

3. Liste veya tablodaki bilgileri sıralı işlem adımlarına dönüştürünüz.
1. adım: Müşterinin verdiği 200 TL'yi al.

4. Belirlediğiniz işlem adımlarını aşağıdaki gibi gösteriniz.



5. Kasada 100 TL'lik banknot bulunmadığı durumda 2, 3 ve 4. soruda yer alan basamakları yeniden oluşturunuz.

6. Her bir kâğıt paranın kasada olup olmama durumunu da dikkate alarak para üstü vermenin genel bir şemasını oluşturunuz.



7. Para üstünün her durumda doğru verilip verilmediğini şemanızın her bir adımı için kontrol ediniz.

8. Bu problemi çözmek için kullanılabilecek her bir yöntemin (liste, tablo, şema) avantajlarını belirleyiniz.

9. Bu yöntemlerden hangisinin daha sistematik ve etkili olduğunu değerlendiriniz.

Algoritmik yaklaşım; algoritmaların geliştirilmesi, değerlendirilmesi ve uygulanması için kullanılan kapsamlı bir problem çözme yöntemini tanımlar. Özellikle bilgisayar bilimleri, matematik, mühendislik, ekonomi gibi alanlarda yaygın olarak kullanılan bu yaklaşımın temel prensipleri her türlü bilim dalında uygulanabilir.

2. Uygulama



Doğrusal Fonksiyonun Sıfırını Algoritmik Yaklaşımla Bulma

Verilen bilgileri inceleyerek aşağıdaki soruları cevaplayınız.

$f: R \rightarrow R,\ f(x) = 3x + 6$ şeklinde tanımlı doğrusal fonksiyon veriliyor.

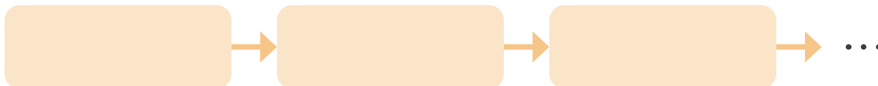
1. f doğrusal fonksiyonunun sıfırını bulmak için gereken adımları ve işlemleri belirleyiniz.

2. f doğrusal fonksiyonunun sıfırını cebirsel ve grafik temsilleri yardımıyla belirleyiniz.

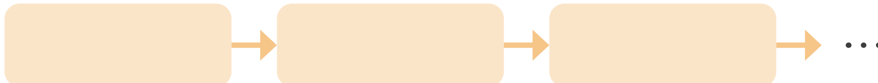
3. Her bir temsildeki bilgileri sıralı işlem adımlarına dönüştürünüz.

4. Belirlediğiniz işlem adımlarını aşağıdaki şemada gösteriniz.

Grafik Temsili İşlem Adımları



Cebirsel Temsil İşlem Adımları





5. $\forall a, b \in R$, $g: R \rightarrow R$, $g(x) = ax + b$ şeklinde tanımlı doğrusal fonksiyonun sıfırını bulmak için 2, 3 ve 4. soruda yer alan basamakları yeniden oluşturunuz.

6. Her a ve b değeri için g doğrusal fonksiyonunun sıfırını bulmanın genel bir şemasını oluşturunuz.

7. Şemanızın adımlarının her a ve b değeri için g doğrusal fonksiyonunun sıfırını buldurup buldurmadığını kontrol ediniz.

8. Bu problemi çözmek için kullanılabilecek her bir yöntemin (grafik, cebirsel) avantajlarını belirleyiniz.

9. Bu yöntemlerden hangisinin daha sistematik ve etkili olduğunu değerlendiriniz.

Algoritmik doğal dil, bir problemi çözme adımlarını günlük dili kullanarak sıralı ve açık biçimde anlatan bir yöntemdir. Bu yöntem teknik detaylardan uzak, herkesin anlayabileceği basit ifadelerle algoritmanın nasıl işlediğini gösterir.

Örneğin uzun kenarının uzunluğu 8 birim, kısa kenarının uzunluğu 4 birim olan bir dikdörtgenin alanını bulan algoritmanın işleyişi doğal dille aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

Algoritmik Doğal Dil	*Algoritmanın Çalışması*
1. adım: Başla. **2. adım: Girdilerin alınması** Dikdörtgenin uzun ve kısa kenarının uzunluklarını kullanıcıdan al.	Uzun kenarının uzunluğu 8 birimdir. Kısa kenarının uzunluğu 4 birimdir.
3. adım: Alanın hesaplanması Dikdörtgenin alanı, uzun ve kısa kenarının uzunluklarının çarpımına eşittir. Bu işlemi gerçekleştir.	Alanı $8 \cdot 4 = 32$ birimkare olur.
4. adım: Sonucun yazdırılması Hesaplanan alanı kullanıcıya bilgi vermek amacıyla ekrana ya da bir dosyaya yazdır. **5. adım:** Bitir.	Elde edilen çıktı aşağıdaki gibidir. Dikdörtgenin alanı 32 birimkaredir.

Akış şeması, bir problemi çözme adımlarının görsel temsilidir. İşlemleri, karar noktalarını (evet veya hayır) ve akış yönlerini çeşitli geometrik şekiller kullanarak gösterir.

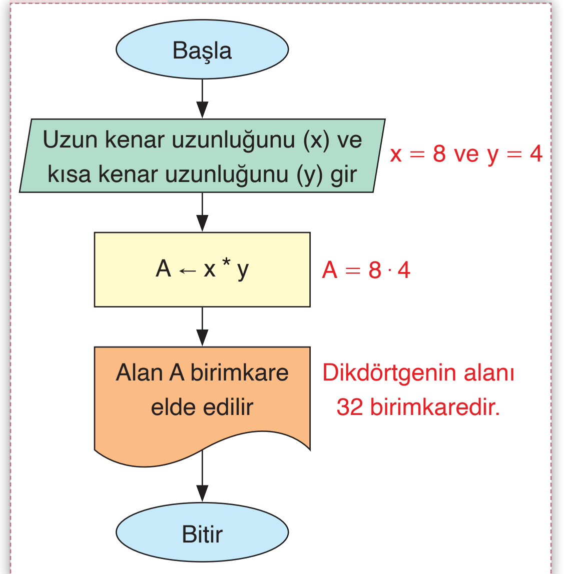
Akış şemasında kullanılan semboller (geometrik şekiller) ve anlamları Tablo 5.1'de verilmiştir.

Tablo 5.1: *Akış Şemasında Kullanılan Semboller ve Anlamları*

Sembol	Anlamı
	Akış şemasının başlangıcını veya sonunu gösterir.
	Veri girişini veya çıktıyı temsil eder. Değişkenlere değer atamak için kullanılır.
	İşlem yapmak için kullanılır.
	Bir koşulun kontrol edildiği ve akışın iki veya daha fazla yola ayrıldığı karar noktasını ifade eder. Evet/Hayır veya Doğru/Yanlış şeklinde kararlar bu şekille gösterilir. Döngü yapılarında kullanılabilir.
→ ← ↑ ↓	Akış yönlerini temsil eder.
	Bir işlemin sonucunun veya bir problemin çözümünün yazdırıldığını temsil eder.

Döngü, belirli koşullar sağlandığı sürece tekrar eden (yinelenen) işlemleri yürütmek için kullanılan yapıdır.

Örneğin uzun kenarının uzunluğu 8 birim, kısa kenarının uzunluğu 4 birim olan bir dikdörtgenin alanını bulan algoritmanın işleyişi akış şemasıyla yandaki gibi ifade edilebilir.



Atama operatörleri, değişkenlere veya veri yapılarına değer atamak için kullanılan simgelerdir. Bu operatörler; bir değişkenin değerini başlatmak, güncellemek veya bir hesaplama sonucunu belirlemek için kullanılır. Atama için "←" veya "=" sembolleri kullanılabilir. Burada A değişkenine $x \cdot y$ işleminin sonucu atanmıştır.

Sayısal değerleri veya cebirsel ifadeleri karşılaştırmak için kullanılan karşılaştırma operatörleri ve anlamları Tablo 5.2'de verilmiştir .

Tablo 5.2: *Karşılaştırma Operatörleri ve Anlamları*

Operatör	Anlamı
<	küçük
>	büyük
<=	küçük veya eşit
>=	büyük veya eşit
=	eşittir
!=	eşit değil

Sözde kod; bir bilgisayar programının nasıl çalışacağını anlatan, insanların okuyup anlayabileceği, sade ve açıklayıcı bir dil kullanılarak yazılan bir dizi talimattır.

Söz dizimi, bir programlama dilindeki komutların, ifadelerin ve veri yapılarının nasıl düzenlenmesi gerektiğini tanımlayan kurallar ve yapılar bütünüdür.

Sözde kod, gerçek bir programlama dilinin teknik detaylarını ve karmaşık söz dizimini kullanmaz.

Örneğin uzun kenarının uzunluğu 8 birim ve kısa kenarının uzunluğu 4 birim olan dikdörtgenin alanını bulan algoritmanın işleyişi sözde kodla aşağıdaki gibi gösterilebilir.

Sözde Kod	*Algoritmanın Çalışması*
Girdi: uzun kenar uzunluğu, kısa kenar uzunluğu **Çıktı:** alan	Kullanıcıdan dikdörtgenin uzun kenar uzunluğunu ve kısa kenar uzunluğunu al.
Başla alan ← uzun kenar uzunluğu * kısa kenar uzunluğu Yazdır "Dikdörtgenin alanı", alan, "birimkaredir." **Bitir**	Alan adındaki değişkene uzun kenar uzunluğu ile kısa kenar uzunluğunun çarpımını ata. Ekrana ya da dosyaya "Dikdörtgenin alanı 32 birimkaredir." diye yazdır.

Yukarıda verilen sözde kodun yazımı farklı şekillerde de yapılabilir. Aynı algoritmanın işleyişi yandaki sözde kodla da ifade edilebilir.

Değişkenler veya sabitler üzerinde matematiksel işlemler gerçekleştirmek için kullanılan aritmetik operatörler ve işlevleri Tablo 5.3'te verilmiştir.

***Tablo 5.3:** Aritmetik Operatörler ve İşlevleri*

Operatör	İşlevi
+	İki sayının toplamını hesaplar.
–	İki sayının farkını hesaplar.
*	İki sayının çarpımını hesaplar.
/	Bir sayının diğerine bölünmesini sağlar.
^	Bir sayının başka bir sayıya göre kuvvetini hesaplar.
%	Bir sayının diğerine bölümünden kalanı verir.

Sözde Kod

Girdi: uzun kenar uzunluğu,
kısa kenar uzunluğu
Çıktı: alan
Başla
alan = uzun kenar uzunluğu * kısa kenar uzunluğu
Yazdır "Dikdörtgenin alanı [alan] birimkaredir."
Bitir

Sözde kod yazımında kullanılan yazım tarzlarında farklılıklar olabilir. Bu farklılıklar, kullanıcının yatkın olduğu programlama diline kolay geçiş yapmasını sağlar. Verilen sözde kodların "Yazdır" ile başlayan satırlarında algoritmik doğal dil ve akış şemasından farklı bir yazım tercih edilmesinin nedeni, metin ile sayısal değeri ayırt etmektir. Sözde kod yazımında metin ile sayısal değerleri ayırt etmek için verilen gösterimlerden biri tercih edilebilir. Bunların dışında kullanılan sözde kod yazımları da benimsenebilir.

Algoritmik doğal dil, akış şeması ve sözde kod alanlarındaki ifadelerde imla ve noktalama farklılıklarının bulunma nedeni bu ifadelerin kullanımına ilişkin kuralların yazı dili kurallarından farklı olmasıdır.

1. ÖRNEK

Aşağıda 13'ün 3 ile bölümünden kalanı tekrarlı çıkarma yöntemiyle bulan algoritmanın işleyişi algoritmik doğal dille ifade edilmiştir.

Algoritmik Doğal Dil

1. adım: Başla.

2. adım: Girdilerin alınması

Kullanıcıdan bölünen (13) ve bölen (3) al.

3. adım: Kalanın güncellenmesi

İlk adımda 13'ten 3 çıkar ve kalanı 10 al.

Sonra 10'dan 3 çıkar ve kalanı 7 al.

Sonra 7'den 3 çıkar ve kalanı 4 al.

Sonra 4'ten 3 çıkar ve kalanı 1 al.

4. adım: Koşulun kontrolü

Kalan, bölen sayıdan küçük ise ($1 < 3$) bitir; değilse 3. adıma git.

5.adım: Sonucun bulunması

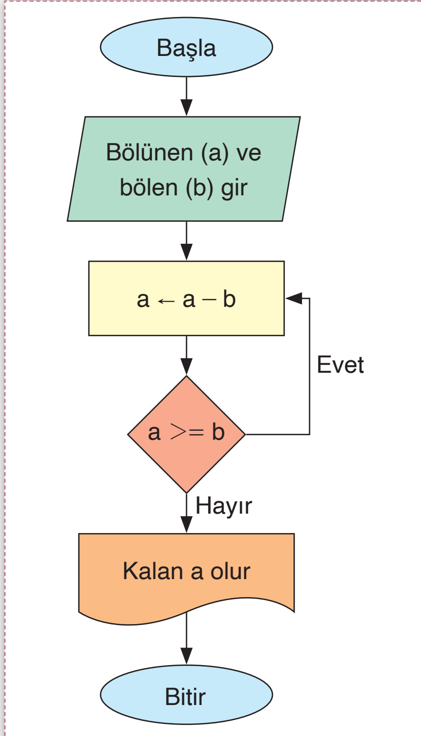
Kalan olarak elde edilen ve koşulu sağlayan son değer (1) bölme işleminin kalanıdır.

6. adım: Bitir.

Buna göre verilen iki doğal sayıdan biri diğerine bölündüğünde kalanı çıkarma yöntemiyle bulan algoritmanın işleyişini akış şemasıyla ifade ediniz. 13'ün 3 ile bölümünden kalanı akış şeması yardımıyla bulunuz.

Çözüm

Akış Şeması



Algoritmanın Çalışması

Kullanıcı, bölünen (a) ve bölen (b) sayıları için sırasıyla 13 ve 3 girmiştir. Bu durumda a yerine 13, b yerine 3 atanır.

a nın mevcut değerinden b değeri çıkarılarak yeni bir a değeri hesaplanır. Bu adım, döngünün her yinelenişinde tekrarlanır ve a değeri sürekli azalır. Elde edilen yeni a değerleri yandaki tabloda verilmektedir.

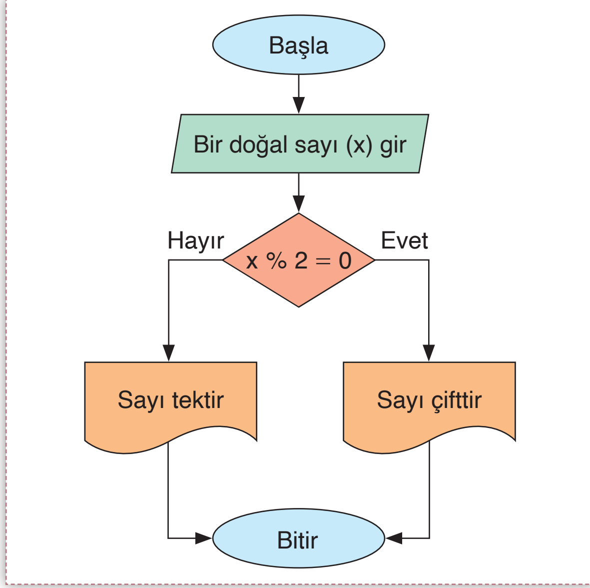
a değeri 1 olduğunda $1 < 3$ olduğundan yineleme durmakta ve kalan a ya eşit olmaktadır. Kalan 1'e eşit olur. Yineleme sayısı da bölümü verir.

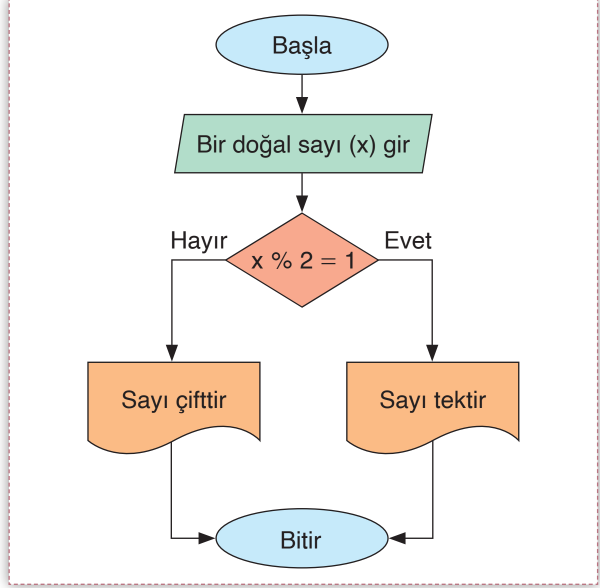
Koşulun kontrol edildiği a >= b ifadesi $a \geq b$ şeklinde gösterilebilir.

Yineleme	a
0	13
1	13 – 3 = 10
2	10 – 3 = 7
3	7 – 3 = 4
4	4 – 3 = 1

2. ÖRNEK

Aşağıda bir doğal sayının tek mi, çift mi olduğunu bulan algoritmanın işleyişi iki farklı akış şemasıyla ifade edilmiştir.





Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Akış şemaları arasındaki temel farkı açıklayınız.

b) Akış şemalarında bir doğal sayının tek mi, çift mi olduğu nasıl belirlenmektedir?

c) Akış şemalarında kullanılan koşul ifadeleri arasındaki mantıksal ilişkiyi açıklayınız.

Çözüm

a) Akış Şeması I ve Akış Şeması II arasındaki temel fark, sayının çiftlik veya teklik durumunu kontrol etmek için kullanılan koşul ifadesidir.

Akış Şeması I'de x % 2 = 0 koşul ifadesiyle sayının çift olup olmadığı kontrol edilmektedir.

Akış Şeması II'de x % 2 = 1 koşul ifadesiyle sayının tek olup olmadığı kontrol edilmektedir.

b) Her iki akış şemasında da "%" operatörü kullanılarak sayının 2'ye bölümünden kalan değer incelenmektedir. Bu yöntem programlama ve algoritma geliştirmede doğal sayıların çiftlik veya teklik durumunu belirlemek için sıkça kullanılır.

c) "x % 2 = 0 ve x % 2 = 1" ifadeleri bir sayının 2'ye tam bölünüp bölünmediğini kontrol eder, yani birbirlerinin tamamlayıcısıdır.

x doğal sayısı için "x % 2 = 0" ifadesi doğruysa bu doğal sayı çifttir ve x % 2 = 1 ifadesi yanlıştır.

x doğal sayısı için "x % 2 = 1" ifadesi doğruysa bu doğal sayı tektir ve x % 2 = 0 ifadesi yanlıştır.

Örneğin Akış Şeması I'de 75 doğal sayısı için koşul kontrol edildiğinde "75 % 2 = 0" ifadesi yanlış olduğundan "Hayır" yolu izlenir ve "Sayı tektir." çıktısı alınır.

Akış Şeması II'de 75 doğal sayısı için koşul kontrol edildiğinde "75 % 2 = 1" ifadesi doğru olduğundan "Evet" yolu izlenir ve "Sayı tektir." çıktısı alınır. Görüldüğü üzere bir algoritmanın işleyişi bir veya daha fazla akış şemasıyla ifade edilebilir.

1. Sıra Sizde

1.

VKİ Aralığı	Sağlık Durumu Kategorisi
VKİ≤18,5	Düşük kilolu
18,5 <VKİ≤25	Normal kilolu
25 <VKİ≤30	Fazla kilolu
VKİ>30	Obezite

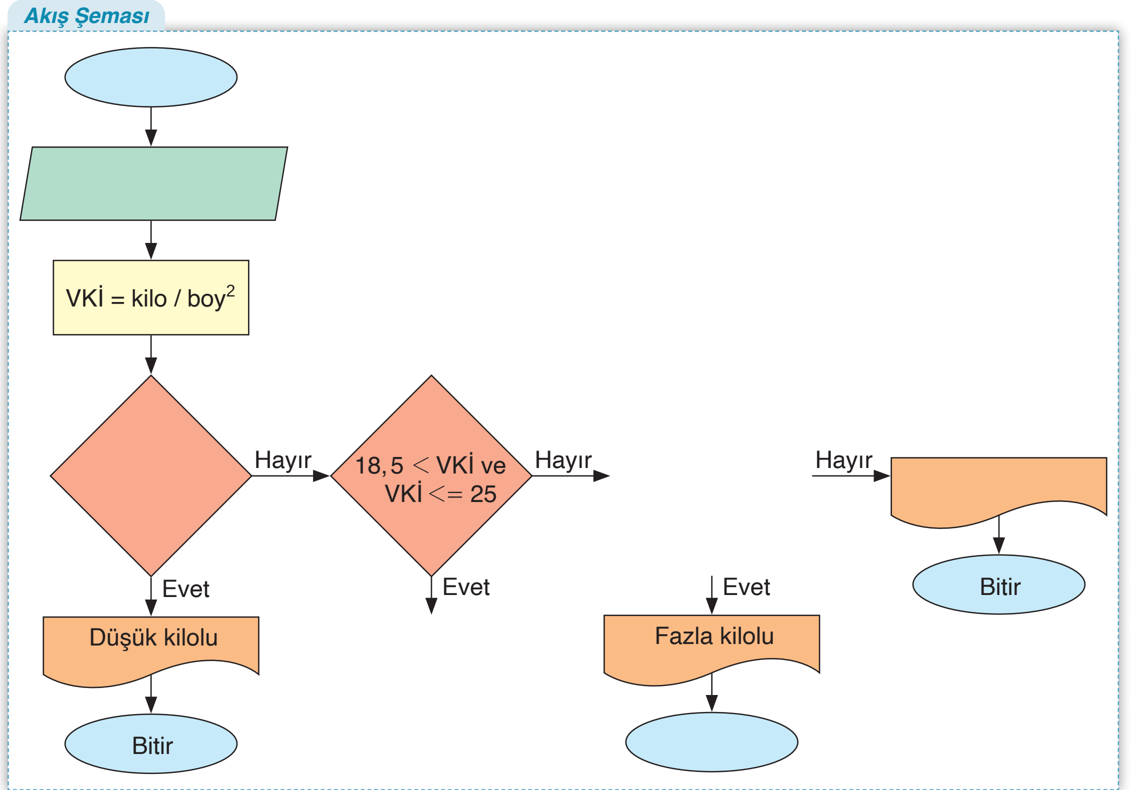
Vücut kitle indeksi (VKİ) bir kişinin kilosunun (kg) boyunun (m) karesine bölünmesiyle hesaplanan bir değerdir, kategoriler yardımıyla genel sağlık durumu hakkında önemli bilgiler sunar. Yandaki tabloda vücut kitle indeksi değerlerine göre sağlık durumu kategorileri verilmiştir.

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Aşağıda vücut kitle indeksini bulan ve ilgili kategoriyi belirleyen algoritmanın işleyişinin ifade edildiği akış şeması verilmiştir.

Şemada boş bırakılan alanları gerekli sembol, metin ve matematiksel ifadelerle tamamlayınız.

Akış Şeması



b) Algoritmanın işleyişini algoritmik doğal dil ve sözde kodla ifade ediniz.

Algoritmik Doğal Dil

Sözde Kod

c) Aşağıda verilen boy ve kilo değerlerini kullanarak algoritmayı test ediniz.

Boy (m)	Kilo (kg)	VKİ (kg/m^2)	Kategori
1,67	60		
1,93	80		
1,75	120		

2. $\forall a,b \in \mathbb{R},\ f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax + b$ **şeklinde tanımlı doğrusal fonksiyonun sıfırını bulan algoritmanın işleyişini algoritmik doğal dil, akış şeması ve sözde kodla ifade ediniz.**

Algoritmik Doğal Dil

Akış Şeması

Sözde Kod

3. ÖRNEK

Sözde Kod

(Birler basamağı b olarak kısaltılmıştır.)

Girdi: Pozitif bir tam sayı x

Çıktı: x in 5'e tam bölünüp bölünmediğine dair doğru ya da yanlış şeklinde bir çıktı

Başla

b ← x % 10 Sayının birler basamağını bul

b 0 veya 5 ise

Yazdır DOĞRU (x, 5'e tam bölünür.)

b 0 veya 5 değilse

Yazdır YANLIŞ (x, 5'e tam bölünmez.)

Bitir

Yanda pozitif bir tam sayının 5'e tam bölünüp bölünmediğini bulan bir algoritmanın işleyişi sözde kodla ifade edilmiştir.

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Algoritmanın işleyişini algoritmik doğal dille ifade ediniz.

b) 47'nin 5'e tam bölünüp bölünmediğini akış şeması üzerinde test ediniz.

Çözüm

a) Algoritmik doğal dil, aşağıdaki gibi yazılabilir.

Algoritmik Doğal Dil

1. adım: Başla.

2. adım: Girdilerin alınması

Kullanıcıdan pozitif bir tam sayı al.

3. adım: 5'e tam bölünebilme testi

b yi bul. Bu işlem için sayının 10'a bölümünden kalanı bul.

Birler basamağının 0 veya 5 olup olmadığını kontrol et.

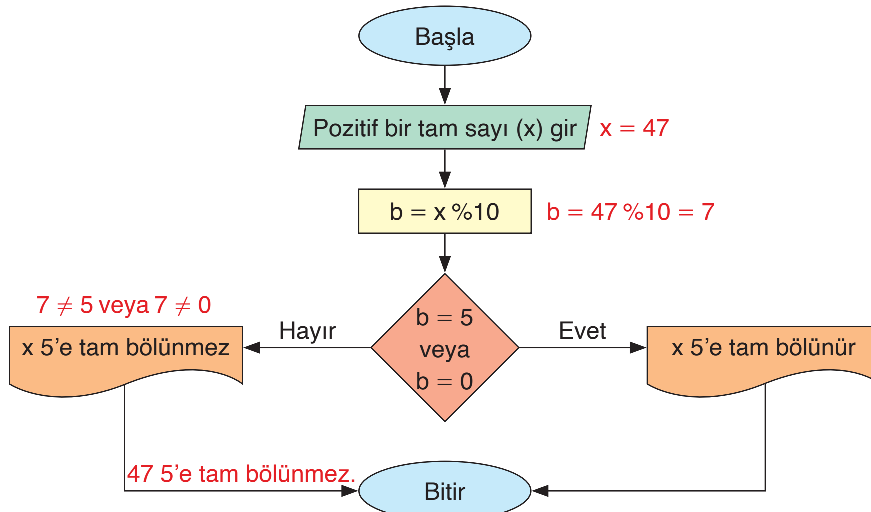
4. adım: Sonucun yazdırılması

Birler basamağı 0 veya 5 ise ekrana "Sayı, 5'e tam bölünür." mesajını yaz.

Birler basamağı 0 veya 5 değilse ekrana "Sayı, 5'e tam bölünmez." mesajını yaz.

5. adım: Bitir.

b) Akış şeması yardımıyla 47'nin 5'e tam bölünüp bölünmediği aşağıda test edilmiştir.



2. Sıra Sizde

Aşağıda istenen algoritmaların işleyişlerini algoritmik doğal dil yardımıyla ifade ediniz.

a) Bir doğal sayının 2'ye tam bölünüp bölünmediğini bulan algoritma

Algoritmik Doğal Dil

b) Bir doğal sayının 4'e tam bölünüp bölünmediğini bulan algoritma

Algoritmik Doğal Dil

Araştırma Ödevi

Aşağıda verilen adımları gerçekleştirerek araştırma ödevini zamanında ve eksiksiz olarak tamamlayınız.

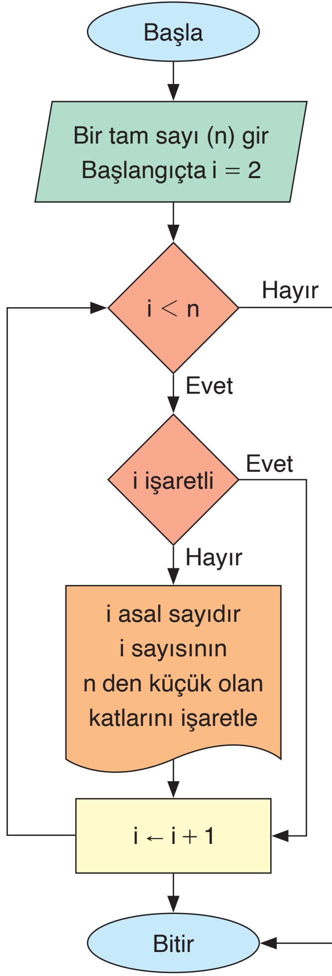
- Çeşitli alanlardan (sosyal ağ, eğitim, sağlık gibi) bilinen ve sık kullanılan üç farklı program veya uygulamayı seçiniz.
- Seçtiğiniz her bir program veya uygulamanın arkasında yatan makine öğrenmesi algoritmalarını araştırınız.
- Bulduğunuz algoritmaların çalışma prensiplerini detaylı bir şekilde açıklayınız.
- Farklı programlar için kullanılan algoritmalar arasındaki benzerlik ve farklılıkları belirleyiniz.
- Hangi algoritma türlerinin hangi tür uygulamalarda daha sık kullanıldığını belirleyiniz.
- Her bir algoritmanın gerçek yaşamda oluşturduğu etkileri örneklerle gösteriniz.
- Araştırmalarınızı rapor hâline getiriniz. Raporunuzu sınıfınızda bir sunum olarak arkadaşlarınıza sununuz.

Araştırma ödeviniz karekod içinde verilen derecelendirme ölçeği ile değerlendirilecektir.



Derecelendirme ölçeğine ulaşmak için karekodu okutunuz.

4. ÖRNEK



Eratosthenes (Eratostenis) Kalburu, MÖ III. yüzyılda Antik Yunan matematikçisi Eratosthenes tarafından geliştirilen bir algoritmadır. Bu algoritma, belirli bir sayıya kadar olan tüm asal sayıları bulmak için kullanılır ve bir sayının daha küçük asal sayıların katı olup olmadığını kontrol ederek asallığını test eder.

Yanda Eratosthenes Kalburu yöntemi yardımıyla 2'den n tam sayısına kadar olan asal sayıları bulan algoritmanın işleyişi akış şemasıyla ifade edilmektedir.

Buna göre aşağıdaki şablonu kullanarak $n = 100$ için akış şeması yardımıyla asal sayıları belirleyiniz.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Çözüm

Akış şeması yardımıyla aşağıdaki işlem adımları elde edilir.

1. adım: 2'den belirlenen bir n tam sayı değerine kadar ardışık tam sayılardan bir liste oluşturun.

2. adım: Başlangıçta en küçük asal sayı olan 2'yi alın ve 2'nin tüm katlarını (4, 6, 8, …) işaretleyin.

3. adım: İşaretlenmemiş bir sonraki sayıyı alın, örneğin 3 ve tüm katlarını işaretleyin. Tüm sayılar işaretlenmişse veya bir sonraki işaretlenmemiş sayı bulunamıyorsa durun.

4. adım: 3. adımı algoritma sonlanana kadar tekrarlayın. Listede işaretlenmemiş olarak kalan sayılar, n tam sayısına kadar olan tüm asal sayılardır.

Bu adımlar yardımıyla 2'den 100'e kadar olan asal sayılar, yanda verilen şablonda elde edilmiştir.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Kriptoloji, bilgileri koruma ve gizleme bilimidir. Sayıların çarpanlara ayrılması, kriptoloji alanında önemli bir yere sahiptir. Adını buluşçuları olan Ron Rivest (Ron Rivist), Adi Shamir (Adi Şamir) ve Leonard Adleman'ın (Lönırd Adılmın) soy isimlerinin baş harflerinden alan RSA şifreleme algoritması; büyük asal sayıların çarpımına dayanır. Bu algoritmada iki büyük asal sayının çarpımı kolayca hesaplanabilirken bir sayının asal çarpanlarına ayrılması son derece zordur. Bu hesaplama güçlüğü, RSA'nın güvenliğinin temelini oluşturur çünkü bir mesajın şifresini çözmek için gerekli özel anahtar, bu büyük asal sayıları çarpanlarına ayırma işlemine bağlıdır. Etkili bir asal çarpanlara ayırma algoritması olmadan bu tür bir şifrelemeyi kırmak zordur.

Asal sayıların çarpanlara ayrılması için geliştirilen başlıca algoritmalar; deneme bölme algoritması, Pollard'ın (Pallırd) rho (ro) algoritması ve kuantum bilgisayarlar tarafından kullanılan Shor (Şor) algoritması şeklinde sıralanabilir.

5. ÖRNEK

Algoritmik Doğal Dil

1. adım: Başla.
2. adım: Girdi ve çıktıların belirlenmesi
Kullanıcıdan pozitif bir tam sayı (x) al.
Elde edilen asal çarpanları saklamak için "asal çarpanlar" adında boş bir liste oluştur.
3. adım: 2 ile bölme işlemi yapılması
x çift ise
x 2'ye bölünebildiği sürece
x i 2'ye böl ve sonucu x olarak güncelle.
2'yi asal çarpanlar listesine ekle.
4. adım: Diğer asal sayılarla bölme işlemi yapılması
y değişkenini 3 olarak başlat.
y değeri x in karekökünden küçük veya x in kareköküne eşit olduğu sürece
x, y ile tam bölünebiliyorsa
x i y ye böl ve sonucu x olarak güncelle.
y yi asal çarpanlar listesine ekle.
Tek sayıları taramak için y yi 2 artır.
5. adım: Son çarpanın kontrol edilmesi
x 1'den büyükse
x bir asal sayıdır ve asal çarpanlar listesine eklenmelidir.
6. adım: Çıktının yazdırılması
Asal çarpanlar listesini yazdır.
7. adım: Bitir.

Deneme bölme algoritmasında ilk olarak asal çarpanlarına ayrılacak sayının en küçük asal sayı olan 2 ile bölünebilirliğine bakılır. Sayı 2'ye bölünebiliyorsa elde edilen bölümün 2 ile bölünebilirliğine bakılır. Bu işleme iki ile kalanlı bölme işlemi yapılıncaya kadar devam edilir. Ardından 3, 5, 7 gibi asal sayılarla bölme işlemine devam edilir. Bölme işlemi, asal çarpanları bulunmak istenen sayının karekökünden küçük olan asal sayılar için yapılır. Yanda bir sayının asal çarpanlarını bulan deneme bölme algoritmasının işleyişi, algoritmik doğal dille ifade edilmektedir.

Verilen bilgileri inceleyerek 75 sayısının asal çarpanlarının listesini elde ediniz.

Çözüm

İşlem	x	Asal Çarpanlar
Girdi alınır.	75	{}
2'ye tam bölünme	75	{}
y = 3 ile tam bölünme	25	{3}
y = 5 ile tam bölünme	5	{3,5}
y = 7 ile tam bölünme	5	{3,5}

Bir sayının asal çarpanları bulunurken sayının karekök değerine kadar olan asal sayılara bölünüp bölünmediğini kontrol etmek yeterlidir. 11, 13, 17, … asal sayıları 75'in karekökünün yaklaşık değeri olan 8,6'dan büyük olduğu için asal çarpanı olamaz.

Bu durumda 75'in asal çarpanlar listesi {3, 5} olur.

Programlama dili, bilgisayarların anlayabileceği ve işleyebileceği talimatlar dizisini oluşturmak için kullanılan formel bir dildir.

Her programlama dilinin kendine özgü bir söz dizimi vardır. Programcılar, söz dizimleri yardımıyla algoritmaları kod hâline getirir. Böylece bilgisayarlar istenen görevleri yerine getirebilir. Söz dizimi, programlama dilinin kurallarını ve yapılarını içerir. Doğru kullanılmadığında program hatalı çalışır veya hiç çalışmaz.

6. ÖRNEK

Sözde Kod

Girdi: ilk nöbet günü, nöbet aralığı, hedef nöbet
Çıktı: hedef nöbet günü
Başla
günler ← ("pazartesi", "salı", "çarşamba", "perşembe", "cuma", "cumartesi", "pazar")
ilk nöbet indeksi ← [günler] in indeksini bul (ilk nöbet günü)
toplam gün ← (hedef nöbet - 1) * (nöbet aralığı)
hedef gün indeksi ← (ilk nöbet indeks + toplam gün) % 7
hedef gün ← günler (hedef gün indeks)
Yazdır "[hedef nöbet]. nöbet, [ilk nöbet günü] gününden [toplam gün] gün sonra, [hedef gün] günü tutulur."
Bitir

Bir doktor, çalıştığı hastanede yapılan nöbet listesindeki planlamaya göre 3 günde bir nöbet tutacaktır. İlk nöbetini salı günü tutacak olan doktorun 9. nöbetinin hangi güne denk geleceğini bulan algoritmanın işleyişi sözde kodla yanda verilmiştir.

Buna göre yanda verilen algoritmanın işleyişini algoritmik doğal dille ifade ediniz ve 9. nöbetin hangi güne denk geleceğini bulunuz.

Çözüm

Algoritmik Doğal Dil	*Algoritmanın Çalışması*
1. adım: Başla.	
2. adım: Girdilerin alınması İlk nöbet günü olarak "salı" belirlenir. Nöbet aralığı 3 gün olarak belirlenir. Hedef nöbet olarak 9. nöbet belirlenir.	İlk nöbet günü: Salı Nöbet aralığı: 3 Hedef nöbet: 9
3. adım: Toplam günün hesaplanması 9. nöbet için toplam geçen gün sayısını hesapla. Toplam gün: (hedef nöbet −1) · (nöbet aralığı)	Toplam gün $(9-1)\cdot 3 = 8\cdot 3 = 24$ bulunur.
4. adım: İlk nöbet gününün indeksinin bulunması Günler listesi: {pazartesi, salı, çarşamba, perşembe, cuma, cumartesi, pazar} olsun. İlk nöbet, günler listesinde bulunur ve ilk nöbetin baştan kaçıncı eleman olduğu (indeksi) belirlenir.	İlk nöbet günü olan salı, listenin sol baştan ikinci günü olduğu için ilk nöbet indeksi 2 olur.
5. adım: Hedef günün indeksinin ve hedef günün bulunması Hedef gün indeksi, (ilk nöbet indeksi + toplam gün) ifadesinin 7 ile bölümünden kalana eşittir. Günler listesinden hedef gün indeksi yardımıyla hedef günü belirle ve yazdır.	(ilk nöbet indeksi + toplam gün): $2+24=26$ olur. 26 sayısının 7 ile bölümünden kalan, $26=7\cdot 3+5$ ifadesinden hareketle 5 bulunur. Bu durumda hedef gün indeksi 5 olur. Günler listesinin sol baştan 5. elemanı cumadır.
6. adım: Sonucun yazdırılması Hedef nöbet ilk nöbet gününden toplam gün sonra, hedef günde tutulur.	9. nöbet salı gününden 24 gün sonra, cuma günü tutulur.
7. adım: Bitir.	

3. Uygulama



Kütlesi Farklı Parayı Bulma Problemi

Verilen bilgileri inceleyerek aşağıdaki soruları cevaplayınız.

1. Aynı ebatlara sahip n tane bozuk para içinden kütlesi farklı olan 1 tanesi en az kaç tartımla kesin olarak bulunabilir? Varsayımlarınızı oluşturunuz.

2. n sayısının alabileceği farklı tam sayı değerleri için varsayımlarınızı aşağıdaki tabloyu tamamlayarak doğrulayınız. Ardından tartım sayısıyla ilgili genellemeler oluşturunuz.

n	2	3	4	8	9	16	27	32	64	81
En Az Tartım Sayısı										

3. Varsayımlarınızla genellemelerinizi karşılaştırarak bir önerme şeklinde ifade ediniz. Birden fazla önermeye ulaştıysanız her birini ayrı cümlelerle ifade ediniz.

4. Elde ettiğiniz önermelerin birini seçerek aynı ebatlara sahip n tane bozuk para içinden kütlesi farklı olan 1 tanesinin en az kaç tartımla belirlenebileceğini bulan algoritmanın işleyişini algoritmik doğal dille ifade ediniz.

Algoritmik Doğal Dil

5. Hazırladığınız algoritmayı farklı n değerleri için uygulayınız. Her bir durum için en az tartım sayısını hesaplayınız ve sonuçları karşılaştırınız.



6. Elde ettiğiniz algoritmanın kullanışlılığı, kütlesi farklı olan paranın hafif ya da ağır olmasından etkilenir mi? Açıklayınız.

7. Algoritmanın performansını artırmak için hangi stratejileri önerirsiniz? Alternatif algoritma yaklaşımları neler olabilir? Açıklayınız.

8. Bir otomobil parçaları üreticisi, üretim hattından çıkan vida paketlerinin kalite kontrolünü yapmak için yeni bir test sistemi kurmayı planlamaktadır. Her vida paketinde 1024 vida bulunmaktadır. Her bir vida paketi, belirlenen tolerans aralığındaki kütleye sahip olmalıdır. Elde ettiğiniz algoritma ile 1024 vidanın içindeki 1 hatalı vidayı (hafif ya da ağır) tespit etmek için en az kaç tartım yapılması gerektiğini bulunuz.

9. Bir ilaç üretim tesisi, yeni geliştirdiği bir ilacın üretim sürecinde kalite kontrolünü sağlamak amacıyla bir test protokolü oluşturmak istemektedir. Her parti, 2187 ilaç kapsülü içermektedir ve bu kapsüllerin her biri, belirlenen etken madde miktarına sahip olmalıdır. Etken maddenin eksik veya fazla olması durumunda ilaç kapsülünün kütlesi etkilenmektedir. Buna göre elde ettiğiniz algoritma ile varsa 1 hatalı (etken maddesi eksik veya fazla) kapsülü tespit etmek için en az kaç tartım yapılması gerektiğini bulunuz.

4. Uygulama



Grup İçi Toplam Tokalaşma Sayısını Hesaplama

Verilen bilgileri inceleyerek aşağıdaki soruları cevaplayınız.

n kişilik bir grupta gruptaki her bir kişinin diğer kişilerle bir kez tokalaşması durumunda toplam tokalaşma sayısı tespit edilmek istenmektedir. Aşağıdaki tabloda gruptaki kişi sayısına göre toplam tokalaşma sayısı verilmiştir.

Kişi Sayısı	2	3	4	5	6	...	n
Toplam Tokalaşma Sayısı	1	3	6	10	15	...	

1. Kişi sayısı n olduğunda toplam tokalaşma sayısının cebirsel temsilini elde ediniz.

2. Tablo veya cebirsel temsil ile elde ettiğiniz bilgileri sıralı işlem adımlarına dönüştürünüz.



3. Belirlediğiniz işlem adımları ile toplam tokalaşma sayısını bulan algoritmanın işleyişini algoritmik doğal dil, akış şeması ve sözde kodla ifade ediniz.

Algoritmik Doğal Dil

Akış Şeması

Sözde Kod

4. Hazırladığınız algoritmayı kullanarak 5, 6 ve 7 kişilik gruplar için toplam tokalaşma sayısını hesaplayınız.

5. Elde ettiğiniz algoritmanın performansı, kişi sayısı artarsa nasıl etkilenir? Tokalaşacak kişi sayısı n olacak şekilde algoritmanızı yeniden oluşturunuz.

6. Algoritmanızın her durumda doğru yanıt verip vermediğini kontrol ediniz.

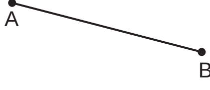
7. Bu problemi çözmek için kullanılabilecek her bir yöntemin (tablo, şema) avantajlarını belirleyiniz.

8. Bu yöntemlerden hangisinin daha sistematik ve etkili olduğunu karekoddaki etkileşimli içeriği kullanarak değerlendiriniz.

Etkileşimli içeriğe ulaşmak için karekodu okutunuz.



Bir grupta herkesin birbiriyle tokalaşması durumu çizge kuramı yardımıyla da açıklanabilir. Çizge kuramı, nesneler arasındaki ilişkileri düğümler (noktalar) ve bu düğümleri birbirine bağlayan ayrıtlar (çizgi) kullanarak inceler.



Görsel 5.1: *İki düğümlü çizge*

Görsel 5.1'de iki kişinin birbiriyle tokalaşmasının düğüm ve ayrıt yardımıyla çizgesi (model) verilmiştir. Bu çizgede A ve B düğümleri, kişileri; aralarındaki ayrıt, düğümler arasındaki tokalaşmayı göstermektedir.

Çizgeler; sosyal ağlardan genel ağ bağlantılarına, yol bulma sistemlerinden elektrik devrelerine kadar birçok gerçek yaşam problemi için bir model sunar. Algoritmalar, bu modeller üzerinde çalışarak belirli problemleri çözmek için kullanılır.

5. Uygulama

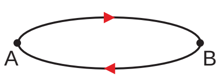


Königsberg Şehrindeki Yürüyüş Rotası Problemini Çizgeler Yardımıyla Çözümleme

Verilen bilgileri inceleyerek aşağıdaki soruları cevaplayınız.

1. Aşağıdaki tabloda verilen görsellerde bir şehirdeki belirli noktalar arasındaki farklı yolları temsil eden çizgeler yer almaktadır. Buna göre A noktasından yola çıkan bir kişi her yolu yalnızca bir kez kullanmak şartıyla başladığı noktaya dönüyorsa ✓ , dönemiyorsa ✗ sembolü kullanarak tabloyu örnekteki gibi doldurunuz.

Çizge	Sözel Temsili	Tüm Düğümlerin Tek ya da Çift Sayıda Ayrıta Sahip Olma Durumu	Başladığı Düğüme Dönme Durumu
	A düğümünden yola çıkan bir kişi, a ayrıtını kullanarak B düğümüne ulaşır ve b ayrıtını kullanarak başladığı düğüme dönebilir.	A ve B düğümlerine bağlı ikişer ayrıt vardır. Tüm düğümler, çift sayıda ayrıta sahiptir.	✓

2. 

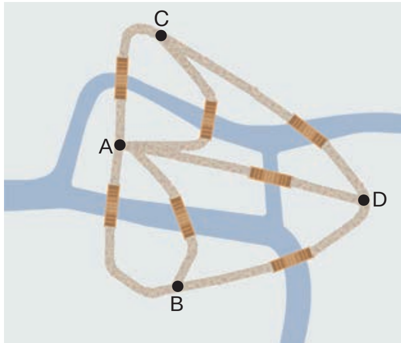
Yandaki çizge; A ya da B düğümünden başlanarak, kalem hiç kaldırılmadan, her ayrıttan bir kez geçilerek, görseldeki oklar takip edilerek, başlanan noktaya dönmek şartıyla kâğıt üzerine çizilebilir.

Tablodaki diğer çizge örneklerini bir başlangıç noktası belirleyerek, kaleminizi hiç kaldırmadan ve her ayrıttan bir kez geçmek şartıyla kâğıt üzerine çiziniz.

Çizge Çizim Alanı



3. Kâğıt üzerine yaptığınız çizimlerde her bir düğümün sahip olduğu ayrıt sayısının tek ya da çift olmasının çizgenin kalem hiç kaldırılmadan çizilebilme durumu ile ilişkisini açıklayınız.

4. 

Yanda verilen modelde Königsberg şehrinin köprüleri ve A noktasının üzerinde olduğu ada yer almaktadır.

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Çizgede her bir düğümün ayrıt sayısının tek ya da çift olmasının rota planlarına bir etkisi olup olmadığını açıklayınız.

b) Her köprüden yalnızca bir kez geçmek şartıyla belirlediğiniz bir başlangıç noktasına dönmenin mümkün olup olmadığını çözümleyen bir algoritmanın çalışması için gereken girdileri ve beklenen çıktıları tanımlayınız.

c) Algoritmik doğal dil ve akış şeması yardımıyla algoritmanın işleyişini açıklayınız.

Algoritmik Doğal Dil

Akış Şeması

ç) Elde ettiğiniz algoritmayı farklı durumlar (köprülerden birinin kullanım dışı kalması, bir düğüm noktasına yeni ayrıtlar eklenmesi vb.) için test ediniz.

6. Uygulama



Temiz Çevre En İyileme Problemi

Verilen bilgileri inceleyerek aşağıdaki soruları cevaplayınız.

Bir çöp arabası; sorumluluk sahasındaki A, B, C ve D adlı dört çöp deposu arasında bir yolculuk gerçekleştirecektir. Çöp arabası; başlangıç noktası olan A çöp deposundan hareket ederek B, C ve D çöp depolarını tek bir kez ziyaret ettikten sonra yine A çöp deposuna dönecektir.

Çöp Depoları	A-B	B-C	C-A	C-D	D-A	B-D
Depolar Arası Mesafe	133	96	100	103	70	200

Tabloda her iki çöp deposu arasındaki mesafeler (birim) verilmiştir. Her gün çalışan bu çöp arabasının yakıt tüketimini daha temiz bir çevreye sahip olmak amacıyla azaltmak gerekmektedir. Bu nedenle çöp arabasının sorumluluk sahasındaki çöp depolarını en kısa yoldan dolaşabilmesi için bu mesafelerin toplamının en az olması istenmektedir.

1. Tablodaki verileri kullanarak toplam mesafeyi en aza indirmeye çalışınız.



2. Tablodaki verileri kullanarak düğümler A, B, C ve D; ayrıtlar mesafeleri verilen sorumluluk sahasındaki yollar olacak şekilde bir çizge oluşturunuz.

Çizge Çizim Alanı

3. Toplam mesafeyi en aza indiren algoritmanın çalışması için gereken girdi verilerini ve beklenen çıktıları tanımlayınız.

4. Toplam mesafeyi en aza indiren algoritmanın işleyişini algoritmik doğal dil, akış şeması ve sözde kodla ifade ediniz.

Algoritmik Doğal Dil

Akış Şeması

Sözde Kod

5. Oluşturduğunuz çizge üzerinde çöp arabasının katettiği toplam mesafeyi en aza indiren rotayı bulunuz.

6. Toplam mesafeyi en aza indiren rotanızı arkadaşlarınızın rotaları ile karşılaştırıp en iyi rotayı belirleyiniz.

7. Çöp deposu sayısı artarsa elde ettiğiniz algoritmanın performansının nasıl etkileneceğini açıklayınız.

8. Çöp deposu sayısı artarsa algoritmanın performansını artırmak için hangi stratejileri önerirsiniz? Alternatif algoritma yaklaşımları neler olabilir?

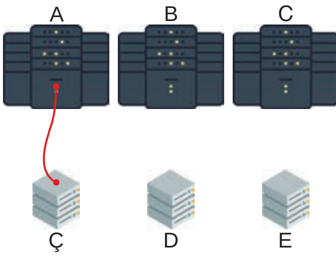
9. Bu problemin çözümünde kullanılan tablo ve çizgeden hangisinin daha verimli olduğunu açıklayınız.

10. Bu problemin benzerlik gösterdiği gerçek yaşam durumlarını açıklayınız.

Konu ile ilgili çalışma kâğıdına ulaşmak için karekodu okutunuz.



3. Sıra Sizde



Bir veri merkezindeki üç farklı sunucu (A, B, C) ve üç farklı veri deposu (Ç, D, E) ile A ve Ç arasındaki ilişkiyi gösteren çizge şekilde gösterilmiştir. Her bir sunucu, her bir veri deposundan yüksek hızda ve güvenilir şekilde veri alışverişi yapabilmelidir.

Buna göre veri merkezinin tasarım kuralları gereği sunucular ve depolar arasında çapraz (kesişme) bağlantı olmadan en iyi veri akışını sağlayacak çizgeyi oluşturunuz.

Çizge Çizim Alanı



Derecelendirme ölçeğine ulaşmak için karekodu okutunuz.

Araştırma Ödevi

Aşağıda verilen adımları gerçekleştirerek araştırma ödevini zamanında ve eksiksiz olarak tamamlayınız.

- Kişisel bilgilerin korunmasında kullanılan temel şifreleme algoritmalarını (AES, DES, RSA gibi) araştırınız.
- Bu algoritmaların nasıl çalıştığını ve hangi tür veri güvenliği sağladığını inceleyiniz.
- RSA dışında asal sayıları kullanmayan şifreleme yöntemlerini (eliptik eğri kriptografisi gibi) araştırınız.
- Gelecekte kuantum bilgisayarların kriptoloji alanında hangi yenilikleri sunabileceğini araştırınız.
- Araştırmalarınızı rapor hâline getiriniz. Raporunuzu sunum şeklinde arkadaşlarınıza sununuz.

Araştırma ödeviniz karekod içinde verilen derecelendirme ölçeği ile değerlendirilecektir.

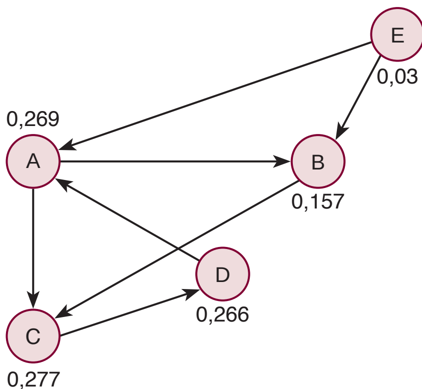
PageRank (Peycreng), bir çizge üzerindeki düğümlerin (genel ağ adresleri, sosyal medya kullanıcıları gibi) önemini ölçen bir yöntemdir. İlk olarak genel ağ sayfalarının arama motorları tarafından sıralanmasında kullanılan bu algoritma, sayfalar arası bağlantılar üzerinden bir "oylama" sistemi kurarak çalışır.

Örneğin basit bir sosyal ağ üzerindeki bilgi yayılımı üzerinden PageRank algoritması aşağıda incelenmektedir.

Tablo 5.4: *Bir Sosyal Ağda Bilgi Yayılımı*

Kullanıcı	Bilgi Paylaştığı Kullanıcılar
A	B ve C
B	C
C	D
D	A
E	A ve B

Beş kullanıcıdan oluşan bir sosyal ağın kullanıcıları, çeşitli bilgilerini farklı şekillerde paylaşmaktadır. Bu sosyal ağın bağlantıları, Tablo 5.4'te verilmiştir.



Bu bağlantılar bir çizge olarak ele alındığında Königsberg probleminde elde edilen çizgeden farklı olarak ayrıtların yönlerinin olduğu görülmektedir.

Yandaki çizgede her kullanıcı bir düğümle, bilgi yayılımı ise düğümler arası yönlü ayrıtlarla temsil edilmektedir. Düğümlerin yanında yer alan sayılar, düğümlerin Pagerank değerleridir. Bu değerler, kullanıcıların ağdaki etkileri hakkında bilgi verir.

Örneğin kullanıcı C en yüksek değere sahip olduğu için ağdaki en etkili kullanıcı olarak kabul edilir. Kullanıcı E, ağ içinde en düşük Pagerank değerine sahiptir; bu da onun diğer kullanıcılarla daha az bağlantısının olduğunu ve bilgi yayılımının daha zayıf olduğunu gösterir.

7. Uygulama



Siber Güvenlik Sistemlerinde ASCII Karakter Kümesi

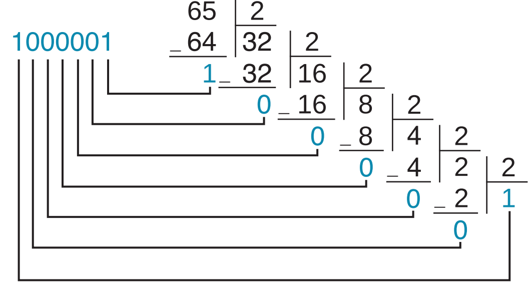
Verilen bilgileri inceleyerek aşağıdaki soruları cevaplayınız.

Karakter	ASCII	Karakter	ASCII
@	64	`	96
A	65	a	97
B	66	b	98
C	67	c	99
D	68	d	100
E	69	e	101
F	70	F	102
G	71	g	103
H	72	h	104
I	73	i	105
J	74	j	106
K	75	k	107
L	76	l	108
M	77	m	109
N	78	n	110
O	79	o	111
P	80	p	112
Q	81	q	113
R	82	r	114
S	83	s	115
T	84	t	116
U	85	u	117
V	86	v	118
W	87	w	119
X	88	x	120
Y	89	y	121
Z	90	z	122
[	91	{	123
\	92	|	124
]	93	}	125
^	94	~	126
_	95		

Siber güvenlik sistemlerinde şifreler, dijital mahremiyet ve veri güvenliği açısından verileri korumanın temel araçlarından biridir. Örneğin sosyal ağ hesabınıza giriş yapmak için belirlediğiniz şifre; "Amerikan Bilgi Değişimi İçin Standart Kod" ifadesinin İngilizce karşılığının baş harflerinden elde edilen ASCII karakter kümesinden seçilen harfler, sayılar ve sembollerden oluşur. ASCII karakter kümesi, bir kodlama sistemine dayanır. Yanda verilen ASCII karakter kümesindeki her bir karakter, belirli bir sayısal değerle temsil edilir.

Bilgisayar donanımının elektrik sinyallerini iki durum (açık veya kapalı) kullanarak kolayca temsil edebilmesi tercih edilir. Bilgisayarlar, temelde kendilerine has bir sistem kullanarak çalışır. Bilgisayarlarda tüm veriler (harfler, sayılar, resimler gibi) 0'lar ve 1'ler olarak saklanır ve işlenir.

Örneğin A harfinin ASCII karşılığı 65'tir. Onluk sistemdeki 65 sayısını bilgisayar, 1000001 olarak saklar ve işler. Aşağıda 65 sayısının 1000001 sayısına dönüştürülme işlemi verilmiştir.



Örneğin Ali'nin belirlediği şifre AL\Tz olsun. Bu şifrenin bilgisayar sisteminde saklanması için aşağıdaki adımlar uygulanır.

1. adım: ASCII karakter kümesi yardımıyla her karakter kendisine karşılık gelen ASCII karakterine dönüştürülür.

A	L	\	T	z
65	76	92	84	122

Bu durumda AL\Tz şifresinin ASCII karşılığı 65 76 92 84 122 olur.

2. adım: 65 76 92 84 122 değerlerinin bilgisayar sistemindeki karşılıkları bulunur.

A	L	\	T	z
65	76	92	84	122
1000001	1001100	1011100	1010100	1111010

AL\Tz şifresinin bilgisayar sistemindeki karşılıkları 1000001 1001100 1011100 1010100 1111010 şeklindedir.

1. En az bir büyük harf, bir küçük harf ve bir özel karakter içeren, ASCII dışı karakter içermeyen ve en az 8 karakterden oluşan bir şifre belirleyiniz.

2. Belirlediğiniz şifrenin bilgisayar sistemindeki karşılığını bulunuz. Elde ettiğiniz değerleri arkadaşlarınızın bulduğu değerlerle karşılaştırınız. Şifrelerde benzer ya da farklı karakterler olup olmadığını belirleyiniz.

3. Onluk sistemdeki bir sayıyı bilgisayar sistemindeki bir sayıya çeviren algoritmanın işleyişini algoritmik doğal dil yardımıyla açıklayınız.

Algoritmik Doğal Dil

ASCII karakter kümesinin standartlaştırılması, farklı bilgisayar ve ağ sistemlerinin birbiriyle daha kolay iletişim kurmasını sağlamıştır ancak ASCII yalnızca İngiliz alfabesi ve temel sembollerle sınırlıdır. Bu nedenle dünya çapında birçok farklı dil ve simgeyi kapsayacak şekilde genişletilmiş yeni standartlar geliştirilmiştir. Bunlara örnek olarak Genişletilmiş ASCII, Unicode (Yunikod) gibi daha kapsamlı kodlama sistemleri verilebilir. Unicode, dünya genelindeki hemen hemen tüm dilleri destekleyecek şekilde tasarlanmıştır ve ASCII karakter kümesinin doğrudan bir uzantısı olarak görülebilir.

Performans Görevi

Bu görevde sizden belirli sıralama ve arama algoritmalarını analiz etmeniz, bu algoritmalar için akış şemaları oluşturmanız, seçtiğiniz algoritmanın işleyişini sözde kod ve akış şemasıyla ifade etmeniz, çalışmanızı sınıf arkadaşlarınıza sunmanız beklenmektedir.

Göreve başlamadan önce aşağıdaki hususlara dikkat ediniz.

- Seçeceğiniz algoritmanın işleyişini algoritmik doğal dille ifade ediniz.
- Akış şemasını çizmek için hangi araçları kullanabileceğinizi belirleyiniz.

Görev esnasında aşağıdaki hususlara dikkat ediniz.

- Çalışmanız için bir sıralama veya arama algoritması seçiniz. Seçiminizi algoritmanın kullanım senaryosu, verimliliği ve karmaşıklığına göre yaparak tabloyu doldurunuz. Örneğin büyük veri kümeleri için Quick Sort (Kuik Sort), küçük veri kümeleri için ise Bubble Sort (Babıl Sort) tercih edebilirsiniz.

Algoritma Türü	Sıralama	Arama
Örnek Algoritmalar		
Analiz Ölçütleri		

- Seçtiğiniz algoritmanın işleyişini sözde kodla ifade ediniz. Sözde kodunuzun açık ve anlaşılır olmasına özen gösteriniz.
- Algoritmanın her bir adımını gösteren detaylı bir akış şeması çiziniz. Şemada karar noktaları, döngüler ve temel işlemler belirgin şekilde gösterilmelidir. Akış şemasını çizmek için çevrim içi araçlar veya yazılımlar kullanabilirsiniz.
- Yazdığınız akış şeması ve sözde kodun doğru çalıştığını kontrol etmek için çeşitli test senaryoları oluşturunuz ve uygulayınız. Algoritmanın beklenen çıktıları verip vermediğini gözlemleyiniz.
- Çalışmanızın her bölümünü açıklayan ve algoritmanın nasıl çalıştığını özetleyen kapsamlı bir rapor hazırlayınız. Raporda akış şeması ve sözde kodla birlikte algoritmanın nasıl çalıştığı ve neden bu şekilde tasarlandığı açıklanmalıdır.
- Görevin sonunda elde ettiğiniz bulguları, akış şemasını ve sözde kod örneklerini içeren bir sunum hazırlayınız. Sunumunuzda algoritmanın temel prensiplerini, uygulama sürecini ve analiz sonuçlarını net ve anlaşılır bir şekilde aktarınız.

Görev bitiminde aşağıdaki hususa dikkat ediniz.

- Akış şemasını, sözde kod örneklerini, analiz sonuçlarınızı arkadaşlarınızla paylaşınız.

Performans göreviniz, aşağıdaki karekodda verilen analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilecektir.

Analitik dereceli puanlama anahtarına ulaşmak için karekodu okutunuz.



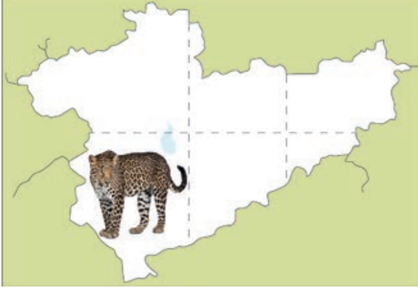
Kontrol Noktası



- Aynı ebatlara sahip n tane bozuk para içinden kütlesi farklı olan 1 tanesinin diğerlerine göre hafif ya da ağır olması, tartım sayısını ve tartım sayısına bağlı olarak algoritmanın işleyişini etkilemektedir.
- Bir çizgede tüm düğümler çift sayıda ayrıta sahipse yolu başladığınız noktaya dönecek şekilde tamamlayabilirsiniz.
- Königsberg şehrinde her köprüden yalnızca bir kez geçmek şartıyla başlangıç noktasına dönmek mümkün değildir.

Alıştırmalar

1. Anadolu parsı Türkiye'nin en büyük kedi türü olan, postu sarımsı, üzeri siyah benekli, çevik, yırtıcı, etçil, memeli bir hayvandır. Bir hayvan bilimci olan Zehra, araştırma ekibiyle birlikte nesli tükenmekte olan Anadolu parsının takibini yapmaktadır. Zehra, haritada gösterilen 163 000 km^2lik beyaz renkli bölgenin tamamında araştırmasını yürütmektedir.



İkili arama, sıralanmış bir veri seti içinde bir elemanın bulunmasını hızlı bir şekilde gerçekleştirmek için kullanılan bir arama algoritmasıdır.

Zehra, parsın izini sürmek için ikili arama algoritmasını kullanmayı planlamaktadır. Her adımda araziyi iki eşit parçaya bölüp sadece bir tarafında parsın olup olmadığını kontrol edecektir. Parsın varlığının tespit edildiği taraf daha sonra yeniden ikiye bölünecek ve arama alanı 1 km^2den az olduğunda parsın tespit edildiği varsayılacaktır. Zehra, her gün sadece bir alanı kontrol edecektir.

Aşağıda bu iş için kullanılan algoritmanın işleyişi algoritmik doğal dille ifade edilmiştir.

Algoritmik Doğal Dil

1. adım: Başla.
2. adım: Alanın ikiye bölünmesi
Kullanıcıdan bölgenin alanını al.
3. adım: İlk yarının kontrol edilmesi
İlk yarıyı kontrol et, pars buradaysa bu bölgeyi detaylı incele;
değilse diğer yarıya geç.
4. adım: İncelenen alanın büyüklüğünün kontrolü
İncelenen alan 1 km^2den küçükse parsın tespit edildiğini varsay,
değilse 2. adıma dön.
5. adım: Bitir.

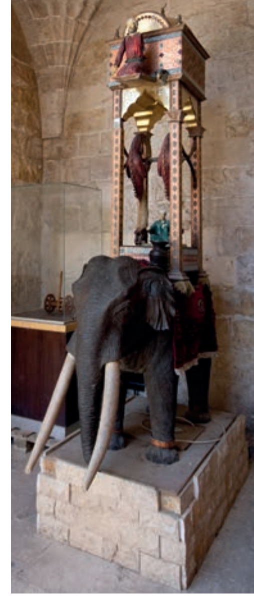
Buna göre algoritmik doğal dille gösterilen ikili arama algoritmasının işleyişini akış şeması ve sözde kodla ifade ediniz.

Akış Şeması

Sözde Kod

5.2. ALGORİTMİK YAPILAR İÇERİSİNDEKİ MANTIK BAĞLAÇLARI VE NİCELEYİCİLER

Konuya Başlarken 



Ünlü İslam âlimi ve mühendis Cezeri'nin 1206 yılında tamamladığı *Hünerli Mekanik Cihazların Bilgi Kitabı;* otomatlar, su saatleri, makineler ve diğer mekanik cihazlarla ilgili tasarımları içerir. Modern teknolojiden yüzyıllar önce kaleme alınan bu kitap; Cezeri'nin icadı olan makinelerin tasarımına, üretimine, montajına ilişkin bilgi ve talimatların, ayrıca günümüzdeki robotik uygulamalarını çağrıştıran yönergelerin yer aldığı eşsiz bir kaynaktır.

Fil saati, Mardin'in Artuklu ilçesindeki Kasımiye Medresesi'nde sergilenmektedir. Cezeri'nin icat ettiği bu saat, 30 dakikada bir sesli uyarı veren otomatik bir sistemdir. Bu sistemde su gücüyle çalışan robotik prensipler geçerlidir. Saatin çalışması aşağıda adım adım verilmiştir.

1. adım: Fil figürünün dâhili haznesi, yeterli miktarda su ile doldurulur. Hazne içerisine önceden gözenek genişliği ayarlanmış, yüzer bir kap yerleştirilir. Bu kap, tasarlanmış gözenek boyutu sayesinde tam olarak 30 dakika boyunca yüzeyde kalmak üzere dengelenmiştir.

2. adım: Kabın altındaki gözenek, suyun yavaşça içeri girmesine izin verir. Bu işlem, kabın kademeli olarak ağırlaşmasına ve su seviyesiyle birlikte alçalmasına yol açar. Kabın batma süreci, zamanlama mekanizmasının temelini oluşturur.

3. adım: Kap, 30 dakika sonunda tamamen batar. Bu koşul sağlandığında fil figürünün baş kısmında bulunan ve kabın batmasıyla etkinleşen mekanik bir tetikleyici harekete geçer.

4. adım: Tetikleyici, bir çekiç mekanizmasını aktive eder. Bu çekiç, fil figürünün baş kısmında bulunan ve ses üretmek için tasarlanmış metal bir çana vurur.

5.adım: Çekiçten gelen darbe belirgin bir ses üretir ve bu ses yarım saatlik periyodun tamamlandığını gösterir. Ses hem uyarı hem de zamanı işaret etme işlevi görür.

6. adım: Sesli uyarıdan sonra sistem yenilenir. Kap, elle işletilen veya otomatik bir mekanizma ile su yüzeyine yeniden yerleştirilir ve 30 dakikalık yeni bir süreç başlar.

Cezeri; insan müdahalesine gerek kalmadan dış dünyanın gereksinimlerine uyum sağlayarak kendini yenileyebilen, verilen görevleri yerine getirebilen, yapay veya biyolojik sistemlerin kontrolü ve iletişimi üzerine odaklanan, günümüzde sibernetik olarak adlandırılan bilim dalının temellerini atmıştır.

Verilen bilgileri inceleyerek aşağıdaki soruları cevaplayınız ve fikirlerinizi arkadaşlarınızla paylaşınız.

1. Cezeri'nin mekanik sistemleri, günümüzün mekanik teknolojileriyle karşılaştırıldığında hangi benzerlik ve farklılıklara sahiptir?
2. Cezeri'nin mekanik sistemlerle ilgili çalışmalarının sibernetik biliminin günümüzdeki gelişimine, yapay zekâ ve otomasyon teknolojilerine etkileri neler olabilir?
3. Cezeri'nin tasarladığı fil saati otomatında sesli uyarıyı tetikleyen mekanik süreci bir döngü yapısı içinde (örneğin hangi adımların tekrarlanabilir olduğunu) açıklayınız.

Algoritmik yapılar, bir problemi çözmek veya belirli bir görevi yerine getirmek için adım adım talimatlar içeren yapılardır. Bilgisayar programlarının temeli olan algoritmik yapılar, Cezeri'nin çalışmalarında olduğu gibi geçmişten günümüze gerçek yaşam durumlarında geniş bir alanda kullanılır.

8. Uygulama



Akademik ve Sosyal Faaliyetlere Katılım Bursu Değerlendirme Algoritması

Verilen bilgileri inceleyerek aşağıdaki soruları cevaplayınız.

Bir lise, akademik ve sosyal faaliyetlerde üstün başarı göstermiş öğrencilere burs vermek için özel bir program başlatmıştır. Bu program; öğrencilerin not ortalamalarını, etkinliklere ve bilimsel projelere katılımlarını dikkate alarak burs alacak öğrencileri belirlemektedir.

Tablo 1'de burs başvurusu yapacak öğrenciler ve bu öğrencilerin not ortalamaları, katıldıkları gönüllü etkinliklerde bulunma süreleri (yıl), bilimsel bir projede veya projelerde yer alıp almadıkları hakkında bilgiler yer almaktadır. Son sütunda öğrencilerin burs almaya hak kazanıp kazanmadıkları belirtilecektir.

Tablo 1

İsim	Not Ortalaması	Gönüllü Etkinliklerde Bulunma Süresi (yıl)	Bilimsel Projede Yer Aldı mı? (Evet/Hayır)	Burs Almaya Hak Kazandı/Kazanamadı
Ali	88	3	Evet	
Banu	90	0	Hayır	
Cem	84	2	Evet	
Derya	92	1	Evet	
Emre	78	4	Hayır	
Fatma	85	1	Evet	
Gökhan	87	0	Hayır	
Hülya	83	5	Evet	
İlker	80	3	Hayır	
Jale	95	2	Evet	
Kerem	86	2	Evet	
Leyla	91	1	Hayır	
Murat	77	3	Evet	
Elif	89	0	Evet	
Oğuz	79	4	Hayır	
Pelin	88	2	Hayır	
Rıza	82	1	Evet	
Seda	93	5	Evet	
Tarık	90	0	Hayır	
Umut	84	3	Evet	



1. Tablo 2'de koşul içeren sözel ifadeleri mantık bağlaçları ve niceleyicilerle ifade ediniz. Koşulu sağlayan öğrencileri bularak Tablo 2'yi doldurunuz.

Tablo 2

Koşulun Sözel İfadesi	Koşulun Mantık Bağlacıyla İfadesi	Koşulu Sağlayan Öğrenciler
Not ortalaması 85'ten fazla olanlar ve en az 2 yıl gönüllü etkinliklerde bulunanlar	(Not ortalaması > 85) ∧ (Gönüllü etkinliklerde bulunma süresi ≥ 2)	Ali, Jale, Kerem, Pelin, Seda
Not ortalaması en az 85 olanlar veya bilimsel projede yer alanlar		
Gönüllü çalışma süresi 3 yıl veya daha fazla olanlar ve bilimsel projede yer almayanlar		
Not ortalaması 90'dan fazla ve gönüllü çalışma süresi 1 yıldan fazla olanlar		
Not ortalaması 80'den az olanlar ya da bilimsel projede yer almayanlar		
Gönüllü etkinliklere hiç katılmayanlar ya da bilimsel projede yer alanlar		
Gönüllü çalışma süresi 3 yıldan fazla olanlar ve bilimsel projede yer almayanlar		

2. Burs başvurusu yapan öğrenci sayısının 20 000 olması durumunda not ortalaması 90'dan fazla olan öğrencilerin bulunması için tablo temsili yeterli olur mu? Alternatif olarak geliştirilebilecek yöntemlerin neler olduğunu açıklayınız.

3. Öğrencilerin bilgilerini alan burs komitesi, her başvuru için aşağıdaki ölçütleri değerlendirmektedir.

- Not ortalaması 85'ten büyük olmalıdır.
- En az 2 yıl gönüllü etkinliklere katılım olmalıdır.
- Bilimsel projede yer almış olmalıdır.

Bu koşulların tamamını sağlayan öğrencileri bulan algoritmanın işleyişini algoritmik doğal dille ifade ediniz.

Algoritmik Doğal Dil

4. Yazdığınız algoritmik doğal dil yardımıyla Tablo 1'de öğrencilerin burs almaya hak kazanıp kazanamadığını belirten sütunu tamamlayınız ve algoritmanızı test ediniz.

5. Tablo 3'te verilen iki koşul için 3. soruda elde ettiğiniz algoritmayı test ediniz ve tabloyu doldurunuz.

Tablo 3

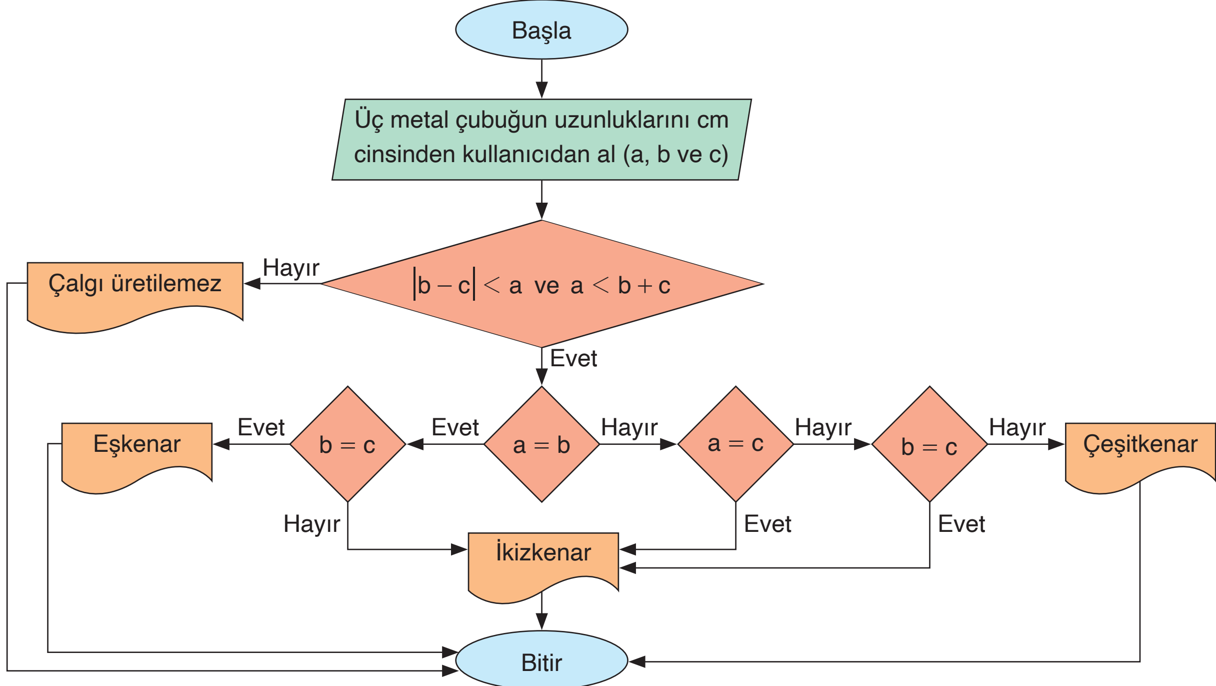
Koşullar	Koşulu Sağlayan Öğrenciler
Not ortalaması 83'ten az olanlar veya bilimsel projede yer almayanlar	
Not ortalaması en az 83 olanlar ve bilimsel projede yer alanlar	

6. Tablo 3'te verilen her iki koşulu da sağlayan öğrenci olup olmadığını belirleyiniz. Bu durumun Tablo 3'teki koşulları sağlayan öğrencileri bulan bir algoritma oluşturma sırasında sağladığı avantajları açıklayınız.

Algoritmaların işleyişinde niceleyiciler, genellikle doğrudan gözlemlenmez ancak algoritmanın doğru ve verimli çalışmasını sağlamak için arka planda etkin bir şekilde işler. Bu yapılar, belirli koşulları sağlayan veri ögelerini belirleme ve işlemede önemlidir.

7. ÖRNEK

Bir müzik aletleri üreticisi, metal çubukları kullanarak üçgen şeklinde çalgılar üretmektedir. Hangi çubukların birleştirilebileceğini ve birleştirildiğinde hangi tür üçgen çalgının oluşacağını belirlemek için üretim sürecinde bir algoritma kullanılmaktadır.



Buna göre akış şemasının hangi adımlarında mantık bağlaçlarının kullanıldığını ve algoritmanın işleyişindeki rollerini açıklayınız.

Çözüm

Akış şemasında "ve" bağlacı iki önermenin aynı anda karşılanmasını gerektirir. Örneğin bir metal parçanın uzunluğu, diğer iki metal parçanın uzunlukları toplamından küçük ve farkının mutlak değerinden büyük olmalıdır.

"Veya" bağlacı, üçgenin çeşidini belirleme sürecinde kullanılır. Örneğin üçgenin ikizkenar olup olmadığının belirlenmesi için "a = b veya b = c veya a = c" şeklindeki önermenin sonucuna göre karar verilir. Verilen eşitliklerden herhangi birinin sağlanması, üçgenin ikizkenar olduğunu doğrular.

"İse" bağlacı, algoritmada koşulların birbirine bağlı olduğu durumlar için kullanılır. "Bir metal parçanın uzunluğu, diğer iki metal parçanın uzunlukları toplamından büyük ise çalgı üretilemez." şeklindeki karar süreçlerinde işler.

4. Sıra Sizde



Vavien (Vaviyen) devre, bir aydınlatma sistemini veya herhangi bir elektrikli cihazı iki farklı yerden kontrol etmeye yarayan bir elektrik devresidir. Bu devre, genellikle evlerde merdiven ışıklarının kontrolü için kullanılır. Böylece bir katın başında ve sonunda bulunan iki farklı anahtarla ışık açılıp kapatılabilir.

Yandaki görselde verilen merdiveni aydınlatması için merdivenin başına ve sonuna birer tane anahtar yerleştirilip vavien devre bağlantısı yapılmıştır. Bir üst kata çıkmak isteyen kişi, A anahtarını kullanarak lambayı açar. Üst kata vardığında ise B anahtarı ile lambayı kapatır.

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Aşağıda vavien devrenin temel çalışma ilkesini anlatan bir algoritmanın işleyişi algoritmik doğal dille verilmektedir.

Boş bırakılan yere uygun mantık bağlacını yazınız.

Algoritmik Doğal Dil

1. adım: Başla.

2. adım: Girdilerin alınması

Kullanıcıdan bir anahtarın durumu (açık veya kapalı) hakkında giriş al. Lamba başlangıçta kapalıdır.

3. adım: Anahtar durumunun kontrol edilmesi

A ve B anahtarının durumunu kontrol et.

4. adım: Kontrol mekanizması

A anahtarı ………….... B anahtarı açıksa lambayı yak.

Değilse lambayı söndür.

5. adım: Sonucun bulunması

Lambanın durumunu güncelle (açık veya kapalı).

6. adım: Bitir.

b) Verilen algoritmanın işleyişini sözde kod ile ifade ediniz.

Sözde Kod



9. Uygulama

Tüketme Yaklaşımı ve Kadane Algoritmasını Karşılaştırma

Verilen bilgileri inceleyerek aşağıdaki soruları cevaplayınız.

1. {5, −3, 2, 7, −4, 1} kümesinde herhangi bir elemandan başlayarak birbiri ardına gelen elemanların toplamlarını örnekteki gibi hesaplayınız. Bu toplamların en büyük olanını bulunuz. Sonucunuzu arkadaşlarınızın bulduğu sonuçlarla karşılaştırınız.
{5, −3} için 5 + (−3) = 2
{5, −3, 2} için 5 + (−3) + 2 = 4

2. Verilen sayı kümesinde herhangi bir elemandan başlanarak birbiri ardına gelen elemanların toplanması ile elde edilen toplamlardan en büyük olanı bulmak için tüketme yaklaşımı kullanılabilir. Tüketme yaklaşımı, elde edilen toplamlardan en büyüğünü bulmak için bir döngü kullanır. Bu döngü, kümenin her elemanını birer birer ele alarak toplamları hesaplar ve karşılaştırır. Tablo 1'de verilen sayı kümesinden alınan ardışık elemanların toplamını bularak tabloyu örnekteki gibi doldurunuz.

Tablo 1

5 = 5					
5 + (−3) = 2	−3 =				
5 + (−3) + 2 =	(−3) + 2 =	2 =			
5 + (−3) + 2 + 7 =	(−3) + 2 + 7 =	2 + 7 =	7 =		
5 + (−3) + 2 + 7 + (−4) =	(−3) + 2 + 7 + (−4) =	2 + 7 + (−4) =	7 + (−4) =	−4 =	
5 + (−3) + 2 + 7 + (−4) + 1 =	(−3) + 2 + 7 + (−4) + 1 =	2 + 7 + (−4)+ 1 =	7 + (−4) + 1 =	(−4) + 1 =	1 =

3. Tablo 1'de elde ettiğiniz değerler ile 1. soruda elde ettiğiniz değeri karşılaştırınız. Verilen sayı kümesinin eleman sayısının artmasının sonuçlarını doğru yanıta ulaşma süresi (hesaplama zamanı) açısından değerlendiriniz.



4. Verilen sayı kümesindeki ardışık elemanların toplanması ile elde edilen toplamlardan değeri en büyük olanı bulmak için Kadane algoritması da kullanılabilir. Tablo 2'de algoritmanın ilk dört adımında elde edilen toplamlardan değeri en büyük olanlar kırmızı renkle gösterilmiştir.

5 ve 6. adımdaki en büyük toplamları önceki adımlara benzer şekilde bularak tabloyu doldurunuz.

Tablo 2

Adımlar	1	2	3	4	5	6
İşlemler	5	5 −3 2	5 + (−3) + 2 = 4 5 −3 2 5 + (−3) = 2 ⁞ −3 + 2 = −1	5 + (−3) + 2 + 7 = 11 4 6 5 −3 2 7 2 −1 9	5 −3 2 7 −4	5 −3 2 7 −4 1

5. Kadane algoritması adımlarının yer aldığı tablodan elde ettiğiniz en büyük toplam değeri tüketme yaklaşımıyla bulduğunuz en büyük toplam değerle karşılaştırınız. Hangisinin daha kısa sürede cevabı verdiğini değerlendiriniz.

6. Kadane algoritmasında dizideki her ardışık elemanın toplamı incelendiğinde hangi koşullarda yeni bir toplama işlemi başlatılır? Bu süreçte neden bazı ardışık elemanların oluşturduğu negatif toplamların dikkate alınmadığını açıklayınız.

Kontrol Noktası



Aşağıdaki bilgi görselinde algoritmik yapılar içinde kullanılan mantık bağlaçları, niceleyiciler ve bunların işlevleri verilmiştir.

Algoritmik Yapılar İçerisindeki Mantık Bağlaçları ve Niceleyiciler

- **Ve Bağlacı**
  İki veya daha fazla önermenin hepsinin doğru olup olmadığını kontrol eder.
- **Veya Bağlacı**
  İki veya daha fazla önermeden en az birinin doğru olup olmadığını kontrol eder.
- **Ya da Bağlacı**
  İki önermeden yalnızca birinin doğru olup olmadığını kontrol eder.
- **İse Bağlacı**
  Bir koşulun sağlanması durumunda belirli bir komutun yerine getirilmesini sağlar.
- **Her Niceleyicisi**
  Bir önermenin herhangi bir öge için doğru olduğunu ifade eder.
- **Bazı Niceleyicisi**
  Bir önermenin en az bir öge için doğru olduğunu ifade eder.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki görselde bir yüzer depolama ve yeniden gazlaştırma ünitesi [FSRU (floating storage regasification unit), (fıloding sıtoriç regesifikeyşın yunit)] verilmiştir. Deniz üzerine konumlandırılan bu tesislerde sıvılaştırılmış doğal gaz depolanır ve gerektiğinde gaz hâline dönüştürülür. Böylelikle karasal altyapıya ihtiyaç duyulmadan esnek ve hızlı bir şekilde enerji tedarik edilebilir. Çeşitli limanlara bağlanan bu üniteler sayesinde doğal gazın enerji şebekesine uyumu sağlanır.



Türkiye sahip olduğu üç FSRU ünitesiyle dünyanın sayılı ülkeleri arasında yer almaktadır. Aşağıdaki tablo A, B, C ve D limanlarının farklı FSRU tesisleriyle olan bağlantı durumunu göstermektedir. Bağlı olma durumu "✓" sembolü, bağlı olmama durumu "X" sembolü ile ifade edilmiştir.

	FSRU Tesisi		
Liman Adı	**Ertuğrul Gazi**	**Dörtyol**	**Saros**
A	✓	✓	✓
B	X	✓	✓
C	✓	X	✓
D	✓	✓	X

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Limanlardan FSRU tesislerine bağlantıları temsil edecek şekilde bir çizge oluşturunuz.

Çizge Çizim Alanı

b) Elde ettiğiniz çizge diyagramında tüm FSRU tesisleri ile bağlantılı olan limanları bulunuz.

c) Elde ettiğiniz çizge diyagramında <u>en az</u> iki farklı FSRU tesisi ile bağlantılı olan limanları belirleyiniz.

ç) FSRU tesislerinin yalnızca bir limana bağlantılı olup olmadığını belirleyen algoritmanın işleyişini algoritmik doğal dille ifade ediniz.

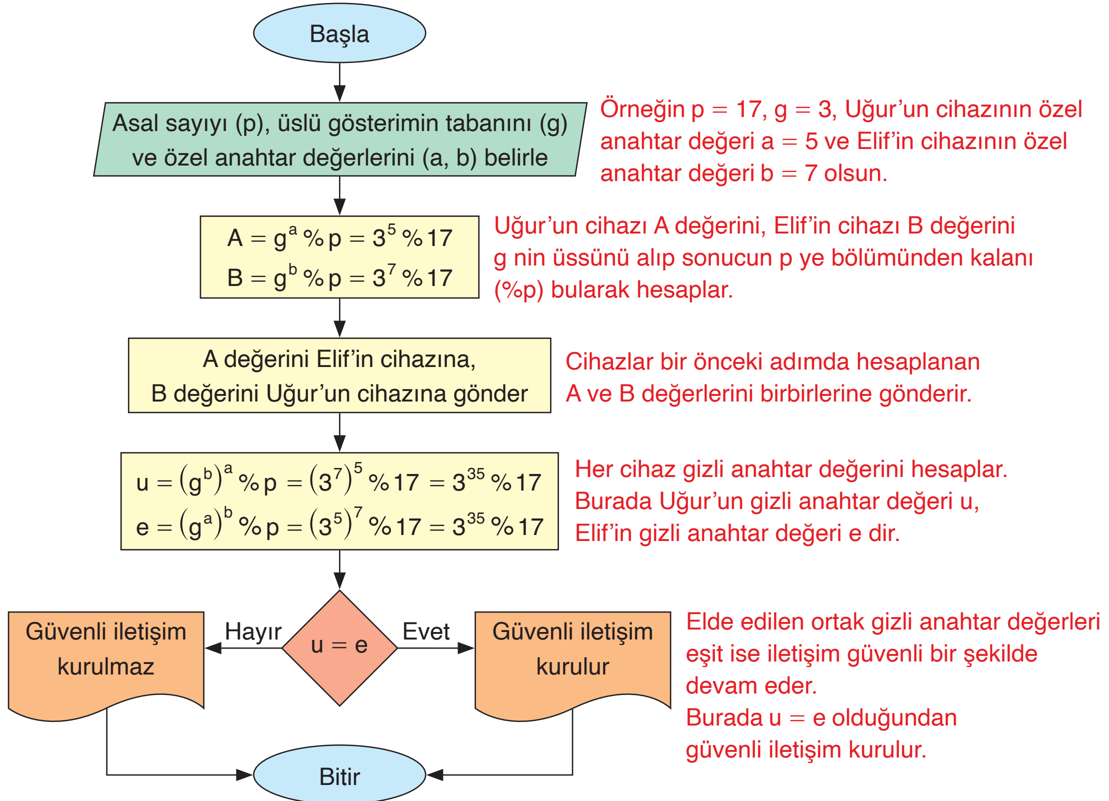
Algoritmik Doğal Dil

5.3. ALGORİTMALARDA VE MATEMATİKSEL İSPATLARDA MANTIK BAĞLAÇLARI VE NİCELEYİCİLER

Konuya Başlarken 

Kriptolojinin temel unsurlarından biri olan anahtar değişimi, iletişim kuran tarafların güvenli bir şekilde şifreleme anahtarları paylaşmalarını sağlar. Bu alanda kullanılan Diffie-Hellman (Difi-Helmın) yöntemi, güvenli olmayan kanallar aracılığıyla bir ortak gizli anahtar oluşturulmasına olanak tanır. Diffie-Hellman anahtar değişimi yöntemi, şifreleme protokollerinin temelini oluşturarak siber saldırılara karşı koruma sağlar ve hassas verilerin korunmasına yardımcı olur. Bu nedenle gelişmiş şifreleme yöntemlerinin anlaşılması ve uygulanması, ülkemizin siber altyapısını güçlendirmek ve ulusal güvenlik seviyesini artırmak için hayati öneme sahiptir.

Diffie-Hellman anahtar değişimi yönteminde asal sayılar, üslü gösterimler ve kalan bulma gibi matematiksel yapılar kullanılır. Bu durum karşılıklı mesajlaşma sırasında Uğur ve Elif'in cihazlarının iletişim güvenliği için kullandığı Diffie-Hellman anahtar değişimi algoritmasının işleyişine ilişkin akış şemasıyla aşağıdaki gibi örneklendirilebilir.



Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız ve fikirlerinizi arkadaşlarınızla paylaşınız.

1. Diffie-Hellman anahtar değişimi yönteminin güvenli iletişim sağlamada üstlendiği rolü açıklayınız.
2. Diffie-Hellman anahtar değişimi yönteminde asal sayı ve taban seçiminin önemini açıklayınız.
3. Uğur ve Elif'in cihazları hangi matematiksel işlemleri gerçekleştirerek ve mantık bağlaçlarını kullanarak iletişim kurmaya devam eder?

Mantık bağlaçları ve niceleyiciler, matematiksel önermelerin yapı taşlarıdır. Bu araçlar, önermeleri birleştirerek ve niceliklerini belirleyerek matematiksel ispat ve algoritmaları şekillendirir.

10. Uygulama



Bir Önermenin Cebirsel İspatı ve Algoritmik Yaklaşım ile Doğrulanması

Aşağıdaki soruları cevaplayınız.

1. Aşağıdaki "Her tek tam sayının karesi de tektir." önermesinin ilk adımı verilen cebirsel ispatını tamamlayınız.

1. adım: $n \in \mathbb{Z}$ için $x = 2n + 1$ olsun.

2. Her tek tam sayının karesinin tek olup olmadığını bulan bir algoritmanın işleyişini algoritmik doğal dil ve akış şemasıyla ifade ediniz.

Algoritmik Doğal Dil	Akış Şeması

3. Elde ettiğiniz algoritmayı −10' dan 10'a kadar olan tam sayılar için test ediniz.

4. Elde ettiğiniz algoritmanın işleyişi ile cebirsel ispat adımları arasındaki benzerlik ve farklılıkları açıklayınız.

5. Cebirsel, sözel ve algoritmik yaklaşım ile ifade edilen ispat sürecinde hangi mantık bağlaçları ve niceleyicilere neden ihtiyaç duyulduğunu açıklayınız.

8. ÖRNEK

"abc üç basamaklı bir doğal sayı ve k, m ve $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere
$a + b + c = 3m \wedge c = 2k \Rightarrow abc = 6n$" önermesi için aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Önermenin doğruluğunu ispatlayınız.

b) Elde ettiğiniz ispat adımları yardımıyla üç basamaklı bir doğal sayının 6'ya tam bölünüp bölünmediğini bulan bir algoritmanın işleyişini algoritmik doğal dille ifade ediniz.

c) Aşağıdaki sözde kodu inceleyerek mantık bağlaçlarının işlevini açıklayınız.

Sözde Kod

Girdi: abc doğal sayısı
Çıktı: abc nin 6'ya tam bölünüp bölünmediğine dair bir çıktı
Başla
$a \leftarrow abc / 100$ (Bölümün tam kısmı alınır.)
$b \leftarrow (abc / 10) \% 10$ (Önce bölümün tam kısmı alınır. Ardından 10 ile bölümünden kalan bulunur.)
$c \leftarrow abc \% 10$
$(a + b + c) \% 3 = 0$ ve $c \% 2 = 0$ ise yazdır "abc, 6'ya tam bölünür."
Değilse yazdır "abc, 6'ya tam bölünmez."
Bitir

Çözüm

a) k, m, n, p ve $r \in \mathbb{Z}^+$ olsun.

$a + b + c = 3m \Rightarrow \underbrace{\underbrace{99a + 9b}_{3(33a+3b)}}_{p} + a + b + c = abc$ (Eşitliğin iki tarafına 3'ün katı olan $99a + 9b$ eklenir.)

$$3p + 3m = abc$$
$$3(p + m) = abc$$
$$3r = abc \text{ elde edilir.}$$

$c = 2k$ ise abc 2'ye tam bölünür. abc hem 2'ye hem de 3'e tam bölündüğünden $abc = 6n$ bulunur.

b) *Algoritmik Doğal Dil*

1. adım: Başla.
2. adım: Girdilerin alınması
Kullanıcıdan üç basamaklı bir doğal sayı alın.
3. adım: Sayının basamaklarının ayrılması
Sayının yüzler basamağı olan a yı elde etmek için sayıyı 100'e bölün ve bölümün tam kısmını alın.
Sayının onlar basamağı olan b yi elde etmek için sayıyı 10'a bölün, bölümün birler basamağını alın.
Sayının birler basamağı olan c yi elde etmek için sayıyı 10'a bölün ve kalanı alın.
4. adım: Sayının 6'ya tam bölünüp bölünmediğinin kontrol edilmesi
c ve $a + b + c$ ifadesini elde edin.
5. adım: Sonucun kontrol edilmesi ve yazdırılması
c 2'nin katı ve $a + b + c$ 3'ün katı ise abc 6'ya tam bölünür,
değilse $a + b + c$ abc 6'ya tam bölünmez.
6. adım: Bitir.



c) Sözde kodda kullanılan "ve" bağlacı "$a+b+c\%3=0$ ve $c\%2=0$" ifadesindeki her iki eşitliğin sağlanması durumunda sayının 6'ya tam bölünebileceğini göstermektedir.

"ise" bağlacı yardımıyla abc sayısının 6'ya tam bölünme durumu $(a+b+c\%3=0$ ve $c\%2=0)$ kontrol edilir. Bu yapı, algoritmanın girdiye göre dinamik çıktılar üretmesini sağlar.

5. Sıra Sizde

Aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) **Üç basamaklı bir doğal sayının 8'e tam bölünüp bölünmediğini gösteren bir önerme yazıp bu önermenin doğruluğunu ispatlayınız.**

b) **Önermeyi ispatlamak için kullandığınız mantık bağlaçları ve niceleyicilere yönelik çıkarımlarınız ne olur? Açıklayınız.**

c) **İspat adımlarından hareketle üç basamaklı bir doğal sayının 8'e tam bölünüp bölünmediğini bulan bir algoritmanın işleyişini akış şeması ile ifade ediniz.**

Akış Şeması

11. Uygulama



Bir Cebirsel İspatın Algoritmik Yaklaşımla İncelenmesi

Aşağıdaki soruları cevaplayınız.

1. Artanlığın tanımından faydalanarak "$\forall a>0$ için $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=ax+b$ şeklinde tanımlı doğrusal fonksiyon artandır." önermesinin doğruluğunu ispatlayınız.

2. Yaptığınız cebirsel ispatın adımlarının her birini sözel olarak ifade ediniz.



3. Elde ettiğiniz sözel ifadelerden faydalanarak ispatın aşamalarını ifade eden bir algoritmanın işleyişini algoritmik doğal dil ve akış şeması yardımıyla ifade ediniz.

Algoritmik Doğal Dil	Akış Şeması

4. Cebirsel, sözel ve algoritmik yaklaşım ile ifade edilen ispat sürecinde mantık bağlaçları ve niceleyicilere neden ihtiyaç duyulduğunu açıklayınız.

Konu ile ilgili çalışma kâğıdına ulaşmak için karekodu okutunuz.



Kontrol Noktası 

Mantık bağlaçları ve niceleyicilerin matematiksel ispat ve algoritmik süreçlerdeki işlevleri aşağıdaki bilgi görselinde verilmiştir.

Mantık Bağlaçları ve Niceleyicilerin Matematiksel İspat ve Algoritmalardaki İşlevleri

- **Koşullara Göre Karar Verme**
  Mantık bağlaçları, ispat süreçlerinde karar noktalarını belirlemek ve farklı durumlar arasında geçişi kontrol etmek için kullanılır.
- **Adımları Birleştirme**
  Mantık bağlaçları, bir ispatın adımlarını birbirine bağlamak ve sonuçların doğruluğunu sağlamak için kullanılır.
- **Genelleme ve Özelleştirme**
  Niceleyiciler, matematiksel ifadelerde genelleme veya özelleştirme yapmak için kullanılır.
- **Sembolik İfadelerin Anlaşılması**
  Niceleyiciler ve mantık bağlaçları, sembolik ifadelerin doğru yorumlanmasını sağlayarak matematiksel dilin anlaşılırlığını ve netliğini artırır.



Alıştırmalar

1. "Çarpımı sıfır olan iki gerçek sayıdan en az biri sıfırdır." önermesi veriliyor.

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Önermenin doğruluğunu ispatlayınız.

b) Yaptığınız cebirsel ispatın her bir adımını sözel olarak ifade ediniz. Önermenin doğruluğunu ispatlamak için kullandığınız mantık bağlaçları ve niceleyicilere yönelik çıkarımlarınız ne olur? Açıklayınız.

c) Elde ettiğiniz sözel ifadelerden faydalanarak ispatın aşamalarını ifade eden bir algoritmanın işleyişini sözde kod, algoritmik doğal dil ve akış şeması yardımıyla ifade ediniz.

Sözde Kod

Algoritmik Doğal Dil

Akış Şeması

Farklı Kaydet

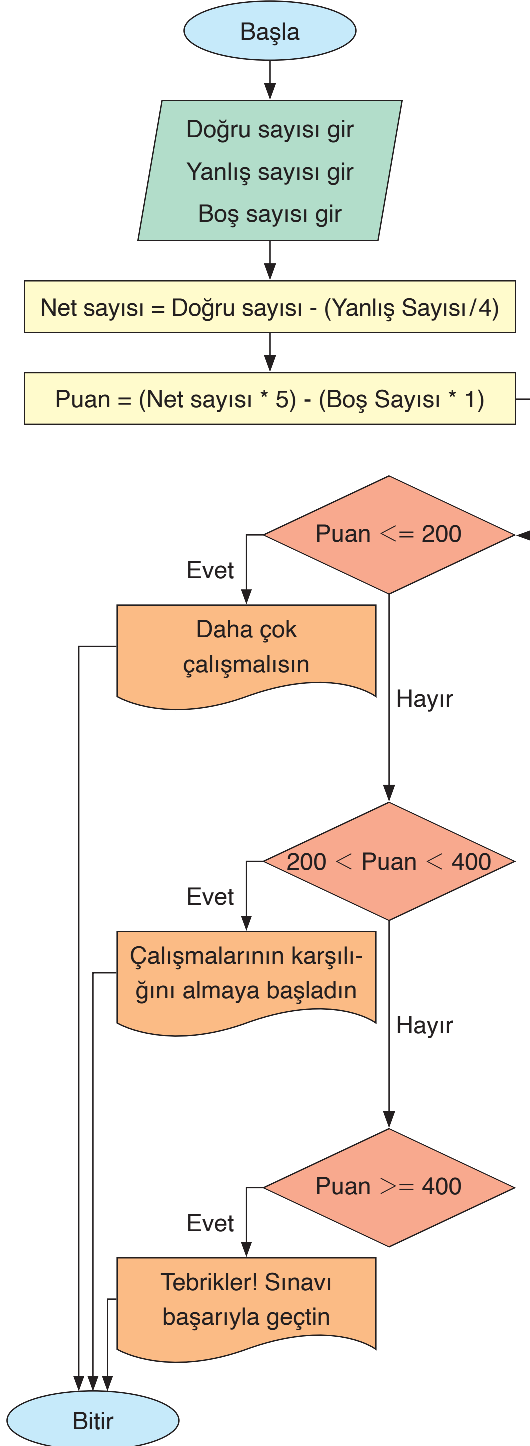


Bu temada öğrendiğiniz bilgileri kendi hatırlayacağınız şekilde bu alana kısaca not edebilirsiniz.

Ölçme ve Değerlendirme

Bu bölümde cevaplamanız için farklı soru tiplerinde 10 adet soru bulunmaktadır.
Ölçme ve değerlendirme bölümünün sonunda verilen karekodu okutarak ek sorulara ulaşabilirsiniz.

1. Aşağıda 100 soruluk bir sınavın sonunda belirli ölçütlere göre alınacak puanı hesaplayan ve elde edilen puana göre dönüt veren algoritmanın işleyişi akış şemasıyla ifade edilmiştir.



Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

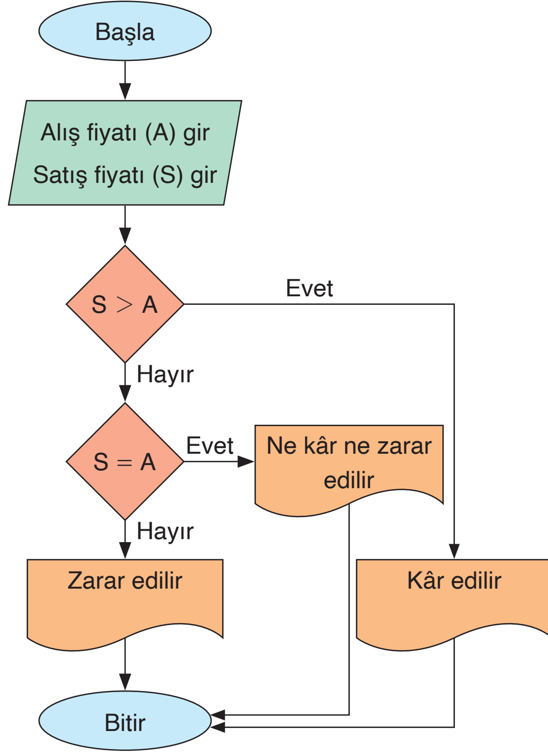
a) **Aşağıdaki tabloda üç öğrencinin sınav verileri paylaşılmıştır. Bu verilere göre öğrencilerin sınavdan aldıkları puanları ve algoritmanın verdiği çıktıları tabloda uygun yerlere yazınız.**

	Sıla	Mesut	Ruhi
Doğru Sayısı	74	48	84
Yanlış Sayısı	15	21	10
Boş Sayısı	11	31	6
Puan			
Çıktı			

b) **Algoritmanın işleyişini sözde kod ile ifade ediniz.**

Sözde Kod

2. Aşağıda bir kırtasiyenin her bir kalem satışı sonrasında kâr mı, zarar mı ettiğini bulan algoritmanın işleyişi akış şemasıyla ifade edilmiştir.



Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Bir kalemin alış fiyatı 75 Türk lirası ve satış fiyatı 119 Türk lirası olduğuna göre kırtasiyenin kâr mı, zarar mı ettiğini akış şeması yardımıyla hesaplayınız.

b) Algoritmanın işleyişini sözde kod ile ifade ediniz.

Sözde Kod

3. Bir markette satılan tereyağının 700 gramlık paketinin fiyatı 280 TL'dir.

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Barkod hazırlama makinesinin yazılımının kullandığı, tereyağının 700 gramlık paket fiyatı girildiğinde 1 kilogramının fiyatını veren algoritmanın işleyişini algoritmik doğal dil, sözde kod ve akış şemasıyla ifade ediniz.

Algoritmik Doğal Dil

Sözde Kod

Akış Şeması

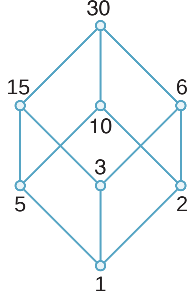
b)

TEREYAĞI 700 gr
280 TL
...... TL/kg

Yukarıda verilen etiket üzerindeki değerleri kullanarak algoritmayı test ediniz ve etiket üzerinde boş bırakılan yeri tamamlayınız.

4. Helmut Hasse [Helmut Hase (1898-1979)], sayı teorisi ve cebir alanlarında önemli katkılarda bulunmuş bir Alman matematikçidir. Hasse diyagramı, adını Helmut Hasse'den alır.

Hasse diyagramı, bir sayının asal çarpanlarını ve bu çarpanların birleşimlerini göstermek için kullanılabilir. Şekil 1'de verilen Hasse diyagramında 30 sayısının asal çarpanları 2, 3 ve 5 düğümleri olarak yer almaktadır. Yukarıya doğru çıkıldıkça bu çarpanların çeşitli kombinasyonları daha büyük çarpanları oluşturmaktadır.



Şekil 1

Şekil 2'de 30'un çarpanlarına eklenen yeni çarpanlarla birlikte 60 sayısının çarpanları Hasse diyagramı yardımıyla gösterilmektedir.

60
30
12
20
15
6
10
4
3
5
2
1

Şekil 2

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) **Şekil 1 ve 2 yardımıyla 30 ve 60'ın pozitif tam sayı bölenlerinin sayısının düğüm sayılarıyla olan ilişkisini açıklayınız.**

b) **42 sayısının çarpanlarına eklenen yeni çarpanlarla 84 sayısının çarpanlarını Hasse diyagramı yardımıyla gösteriniz.**

Çizge Çizim Alanı

c) **42 sayısının çarpanlarını Hasse diyagramıyla gösteriniz.**

Çizge Çizim Alanı

ç) **Deneme bölme algoritması yardımıyla 42 sayısının asal çarpanlarını bulunuz ve Hasse diyagramındaki çarpanlar ile aynı olup olmadığını karşılaştırınız.**

5. Anatoly Alexeevitch Karatsuba (Anatoli Aleksiyeviç Karatsuba) tarafından 1960 yılında keşfedilen Karatsuba yöntemi, iki büyük sayıyı çarpmak için kullanılır. Bu yöntemde geleneksel çarpma yöntemlerine göre daha az çarpma işlemi yapılarak büyük sayılar daha verimli şekilde çarpılır. Bu durum özellikle kriptografi (şifreleme) gibi alanlarda verimliliği artırır.

Geleneksel yaklaşımla 87 ve 91'in çarpımının çözümlemesi aşağıda verilmiştir.

$a = 87$ ve $b = 91$ için $a = 10p + q$ ve $b = 10r + s$ olmak üzere $p = 8, q = 7, r = 9$ ve $s = 1$ elde edilir.

$$\begin{aligned} a \cdot b &= (10p + q) \cdot (10r + s) \\ &= 100pr + 10(ps + qr) + qs \end{aligned}$$

olduğundan

$$\begin{aligned} 87 \cdot 91 &= 100 \cdot 8 \cdot 9 + 10(8 \cdot 1 + 7 \cdot 9) + 7 \cdot 1 \\ &= 7200 + 710 + 7 \\ &= 7917 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Karatsuba, geleneksel yaklaşımdaki çarpma işlemlerinin sayısını v değişkenini türeterek azaltmıştır.

$$\begin{aligned} u &= p \cdot r \\ v &= (q - p) \cdot (s - r) \\ y &= q \cdot s \end{aligned}$$

olmak üzere $a \cdot b = u \cdot 10^2 + (u + y - v) \cdot 10 + y$ olur. Buradan

$$\begin{aligned} u &= 8 \cdot 9 = 72 \\ v &= (7 - 8) \cdot (1 - 9) = 8 \\ y &= 7 \cdot 1 = 7 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Bu durumda

$$\begin{aligned} 87 \cdot 91 &= 72 \cdot 10^2 + (72 + 7 - 8) \cdot 10 + 7 \\ &= 7917 \text{ elde edilir.} \end{aligned}$$

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) $96 \cdot 78$ ifadesinin eşitini Karatsuba yöntemiyle bulunuz.

b) Karatsuba yöntemiyle iki basamaklı iki doğal sayının çarpımını bulan algoritmanın işleyişini akış şemasıyla ifade ediniz.

Akış Şeması

c) Karatsuba yöntemini kullanarak $99 \cdot 87$ işleminin sonucunu akış şeması üzerinde hesaplayınız.

6. Aşağıda katsayıları ekrandan girilen $\forall a, b \in \mathbb{R}$ için $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b$ şeklinde tanımlı doğrusal fonksiyonun sıfırını, grafiğinin y eksenini kestiği noktanın ordinatını, eğimini ve fonksiyonun artan veya azalan olma durumunu ekrana yazdıran bir algoritmanın işleyişi algoritmik doğal dille verilmiştir.

Algoritmik Doğal Dil

1. adım: Başla.

2. adım: Girdilerin alınması

Kullanıcıdan bir fonksiyonun katsayılarını ($a \neq 0$, b) al.

3. adım: Fonksiyonun sıfırının bulunması

Fsıfır'ı bul. Bu işlem için Fsıfır'ı $-\frac{b}{a}$ değerine eşitle.

4. adım: Fonksiyonun grafiğinin y eksenini kestiği noktanın ordinatının bulunması

Fyeksen'i bul. Bu işlem için Fyeksen'i b değerine eşitle.

5. adım: Fonksiyonun eğiminin bulunması

Fegim'i bul. Bu işlem için Fegim'i a değerine eşitle.

6. adım: Fonksiyonun azalanlığının kontrol edilmesi ve ekrana yazılması

Fegim sıfırdan küçükse ekrana

"f azalan fonksiyonunun sıfırı Fsıfır, y eksenini kestiği noktanın ordinatı Fyeksen ve eğimi Fegim olur." yaz ve 7. adıma git.

Fegim sıfırdan büyükse ekrana

"f artan fonksiyonunun sıfırı Fsıfır, y eksenini kestiği noktanın ordinatı Fyeksen ve eğimi Fegim olur." yaz ve 7. adıma git.

Değilse ekrana

"f sabit fonksiyonunun sıfırı yoktur, y eksenini kestiği noktanın ordinatı Fyeksen ve eğimi Fegim olur." yaz.

7. adım: Bitir.

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Algoritmanın işleyişini akış şemasıyla ifade ediniz.

Akış Şeması

b) Elde ettiğiniz akış şeması yardımıyla tabloda verilen a ve b gerçek sayıları için algoritmanın ekran çıktılarını belirleyiniz.

Fonksiyon	a	b	Ekran Çıktısı
$k: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$	1	0	
$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$	2	6	
$h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$	–5	10	

7. Rakamları toplamına kalansız olarak bölünen doğal sayılara Harshad (Harşat) sayıları denir. Aşağıda bir sayının Harshad sayısı olup olmadığını belirleyen bir algoritmanın işleyişi, algoritmik doğal dille ifade edilmiştir.

Algoritmik Doğal Dil

1. adım: Başla.

2. adım: Girdilerin alınması

Kullanıcıdan bir sayı girişi yapmasını iste.

3. adım: Rakamlar toplamının hesaplanması

Sayının rakamlarını topla.

4. adım: Sayının, rakamlarının toplamına bölünmesi

Sayıyı rakamlarının toplamına böl.

5. adım: Sonucun yazdırılması

4. adımda elde edilen kalan sıfıra eşitse ekrana "Sayı Harshad sayısıdır." yazdır.

Değilse ekrana "Sayı Harshad sayısı değildir." yazdır.

6. adım: Bitir.

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Algoritmanın işleyişini akış şemasıyla ifade ediniz.

Akış Şeması

b) 103, 116, 231, 402 ve 514 için algoritmayı akış şeması üzerinde test ediniz.

8. "abcd dört basamaklı bir doğal sayı ve $x, y \in \mathbb{N}$ olmak üzere
$a + b + c + d = 9x \Rightarrow abcd = 9y$" önermesi için aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Önermenin doğruluğunu ispatlayınız. Önermeyi ispatlamak için kullandığınız mantık bağlaçları ve niceleyicilere yönelik çıkarımlarınız ne olur? Açıklayınız.

b) Elde edilen ispat adımları yardımıyla dört basamaklı bir doğal sayının 9'a tam bölünüp bölünmediğini bulan bir algoritmanın işleyişini algoritmik doğal dille ifade ediniz.

Algoritmik Doğal Dil

9. Bir hastanede doktor olarak görev yapan Emre Bey, bağlı bulunduğu birimde yatan hastaları ziyaret edecektir. Bu ziyarette her bir hastasının açlık şekeri, tansiyon ve nabız değerlerine bakacak olan Emre Bey; bu değerlerin üçü de referans değer aralığında ise hastayı taburcu edecektir. Aşağıdaki tabloda Emre Bey'in hastalarına ait söz konusu değerler verilmiştir.

	Hastanın Adı		
	Ayşe	Kemal	Orhan
Açlık Şekeri (mg/dl)	50	70	80
Tansiyon Ölçümü (mmHg) (büyük/küçük)	120/80	110/70	125/75
Nabız Değeri (atım/dk.)	70	50	90

Bu değerlerin referans değer aralıkları ise aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Değer	Referans Değer Aralığı
Açlık Şekeri (mg/dl)	70-100
Büyük Tansiyon (mmHg)	120-130
Küçük Tansiyon (mmHg)	70-90
Nabız Değeri (atım/dk.)	60-100

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Hastaların değerlerini referans değer aralıkları ile karşılaştırarak Emre Bey'in taburcu edeceği hastaları belirleyiniz.

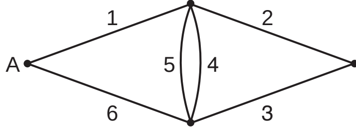
b) Emre Bey'in hastalarını taburcu etmek için kullanacağı algoritmanın işleyişini algoritmik doğal dille ifade ediniz.

Algoritmik Doğal Dil

c) Hasta taburcu etme algoritmasının işleyişini akış şemasıyla ifade ediniz.

Akış Şeması

10. Şekil 1'de verilen çizge; A noktasından başlanarak, kalem hiç kaldırılmadan, her ayrıttan bir kez geçilip başlangıç noktasına dönülmek şartıyla görselde numaralandırılmış ayrıtlar takip edilerek kâğıt üzerine çizilebilir.



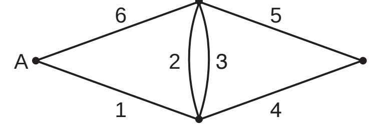
Şekil 1

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Tabloda verilen her bir çizge için bir başlangıç noktası belirleyiniz ve çizgenin ayrıtlarını numaralandırınız. Belirlediğiniz başlangıç noktasından kaleminizi hiç kaldırmadan, verdiğiniz numaraları izleyerek ve her ayrıttan bir kez geçip başlangıç noktasına dönmek şartıyla çizgenin çizilebilme durumunu belirtiniz. Tabloyu örnekteki gibi doldurunuz.

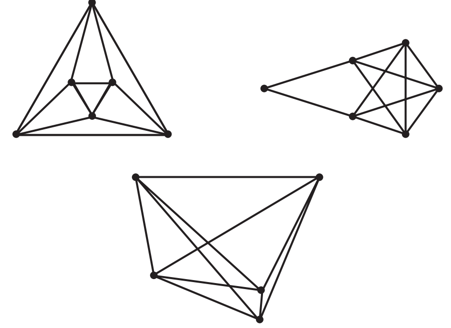
Çizge	Çizilebilir./ Çizilemez.
A, 1, 2, 5, 4, 6, 3	Çizilebilir.

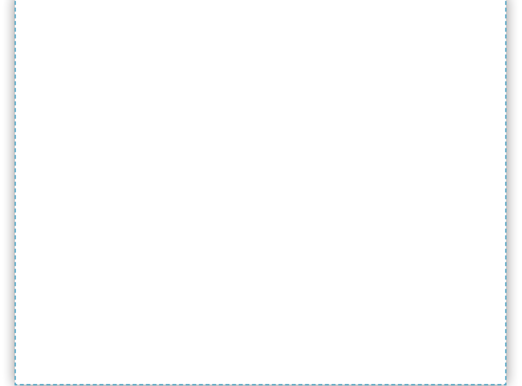
b) Şekil 2'de verilen çizgede başlangıç noktası aynı kalacak şekilde Şekil 1'dekinden farklı bir rota izlenerek, kalem hiç kaldırılmadan ve her ayrıttan bir kez geçilerek başlangıç noktasına dönmek mümkündür.



Şekil 2

Buna göre aşağıda verilen çizgeleri başlangıç noktası aynı kalacak şekilde, kaleminizi hiç kaldırmadan, farklı bir rota izleyerek ve her ayrıttan bir kez geçip başlangıç noktasına dönmek şartıyla aşağıdaki çizge alanına çiziniz.





Tema ile ilgili daha fazla soru çözmek için karekodu okutunuz.



Zenginleştirme bölümüne ulaşmak için karekodu okutunuz.



6. TEMA

İstatistiksel Araştırma Süreci

6.1. Tek Nicel Değişkenli Veri Dağılımları ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verebilme

6.2. Başkaları Tarafından Oluşturulan Tek Nicel Değişkenli Veri Dağılımlarına Dayalı Sonuç veya Yorumları Tartışabilme

Anahtar Kavramlar

- çeyrekler açıklığı
- değişebilirlik
- evren
- histogram
- kutu grafiği
- nicel veri dağılımı
- örneklem
- standart sapma

Bu temada sizden

- tek nicel değişkenli veri dağılımları ile çalışmanız ve veriye dayalı karar verebilmeniz,
- başkaları tarafından oluşturulan tek nicel değişkenli veri dağılımlarına dayalı istatistiksel sonuç veya yorumları tartışabilmeniz

beklenmektedir.

Tema boyunca sizden çalışma kâğıtlarındaki soruları çözmeniz, performans görevlerini yerine getirmeniz, ölçme ve değerlendirme sorularını çözmeniz beklenmektedir.



Tema karekodu



Tema sunusuna ulaşmak için karekodu okutunuz.

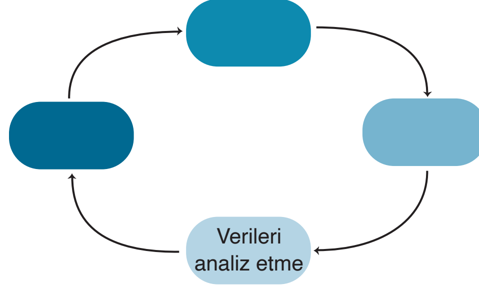
Başlarken 

İstatistiksel araştırmalar; verilerden bilgiye ulaşmak, bu bilgilerden yola çıkarak geleceğe yönelik tahminlerde bulunmak veya bu bilgilere dayalı karar verebilmek amacıyla yapılan araştırmalardır. İstatistiksel araştırmalar sayesinde gerçek yaşamda insanları ilgilendiren birçok soru; verilerin toplanması, analiz edilmesi ve yorumlanmasıyla cevaplanabilmektedir.



Ön Değerlendirme

1. Aşağıda yer alan döngüsel şemada istatistiksel araştırma süreci aşamalarından biri verilmiştir.



Diğer aşamaları istatistiksel araştırma sürecinin döngüsel yapısına uygun şekilde yazınız.

2. Bir grup öğrenci, Dünya Sağlık Haftası'nda (7-13 Nisan) şekerin insan sağlığı üzerindeki olumsuz etkilerine dikkat çekmek amacıyla ambalajlı gıdalardaki şeker miktarlarını gösteren bir poster hazırlamaktadır. Gençlerin özellikle tercih ettiği ve şeker içeren 33 ambalajlı gıdayı belirleyen öğrenciler, bu gıdalarda bulunan şeker miktarlarını kaydederek aşağıdaki nokta grafiğini oluşturmuştur.



Grafikte verilenlere göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Öğrencilerin planladığı araştırmaya kaynaklık eden istatistiksel araştırma sorusu ne olabilir?

b) Öğrenciler verileri nasıl toplamış olabilir? Açıklayınız.

c) Dağılımda yer alan verilerin eğilim gösterdiği merkez neresi olabilir? Merkezi bulabilmek için hangi veri özetleme değerlerine bakmak gerekir?

ç) Dağılımda yer alan verilerin geneline göre daha uzakta kalan veri veya veriler hangileri olabilir? Bu veriler, veri özetleme değerlerini nasıl etkiler? Açıklayınız.

d) Grafikte yer alan verilerden yola çıkılarak hangi veri özetleme değerlerine ulaşılabilir? Bu değerlerin sunduğu bilgileri açıklayınız.

3. Bir grup öğrenci, hayvanlarla ilgili araştırma projeleri için "Dünyanın en uzun hayvanı hangisidir?" sorusunu istatistiksel araştırma sorusu olarak belirliyor.

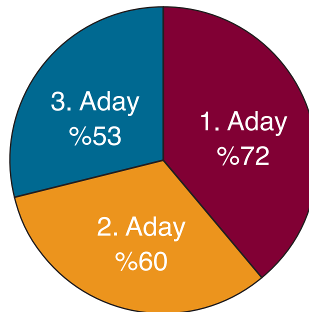
Bu sorunun istatistiksel araştırma sorusu olup olmadığını gerekçeleriyle değerlendiriniz.

4. Her sınıf seviyesinden altı şubenin bulunduğu bir lisede spor kulübündeki öğrenciler, kulüpleri için dört farklı logo tasarlamıştır. Öğrencilerden kulüp logosunu belirlemek üzere dört logodan birini seçmeleri istenmektedir. Spor kulübü öğrencileri, en beğenilen logoyu tespit etmek için aşağıdaki beş farklı yöntemi belirlemiştir.

1. Yöntem	Her sınıfın başkan ve başkan yardımcısına sormak
2. Yöntem	Spor kulübüne üye öğrencilerin tümüne sormak
3. Yöntem	9. sınıfların okula yeni başlaması ve 12. sınıfların okuldan ayrılacak olması nedeniyle 10 ve 11. sınıf öğrencilerinden rastgele belirlenen 200 öğrenciye sormak
4. Yöntem	Her sınıf seviyesindeki tüm şubelerden rastgele belirlenen 10 öğrenciye sormak
5. Yöntem	Her sınıf seviyesinden belirlenen bir şubedeki öğrencilere sormak

Spor kulübünün amacı doğrultusunda kulüp logosunun belirlenmesinde hangi yöntemlerin öğrenci görüşlerini en iyi şekilde temsil edeceğine karar veriniz. Diğer yöntemlerin temsil etme gücünün neden düşük olduğunu düşünüyorsunuz? Açıklayınız.

5. Bir şehirde belediye başkanlığı seçimi için yapılan ankette vatandaşlara hangi adayı tercih ettikleri sorulmuş ve soruya cevap verirken birden fazla adayın ismini söyleyebilecekleri bilgisi verilmiştir. Anket sonuçları, araştırmacılar tarafından aşağıdaki daire grafiğiyle paylaşılmıştır.

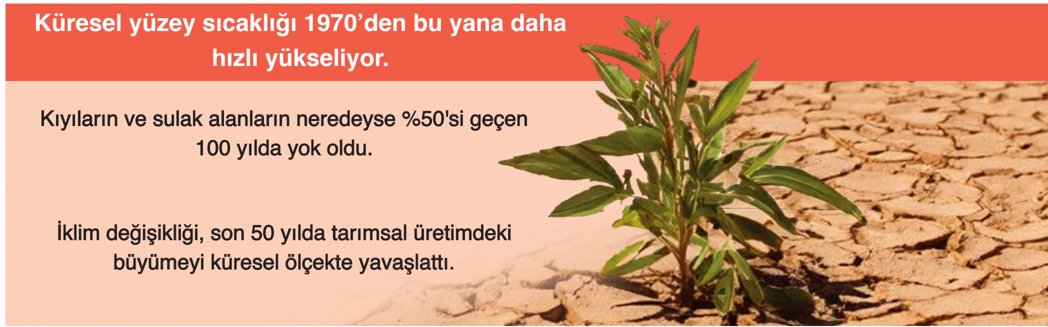


Verilen daire grafiğindeki sonuçları inceleyiniz. Bilgilerde bir hata olup olmadığını açıklayınız. Hata olduğunu düşünüyorsanız bu bilgileri doğru bir şekilde sunmak için ne yapılması gerektiğini açıklayınız.

6.1. TEK NİCEL DEĞİŞKENLİ VERİ DAĞILIMLARI İLE ÇALIŞMA VE VERİYE DAYALI KARAR VERME

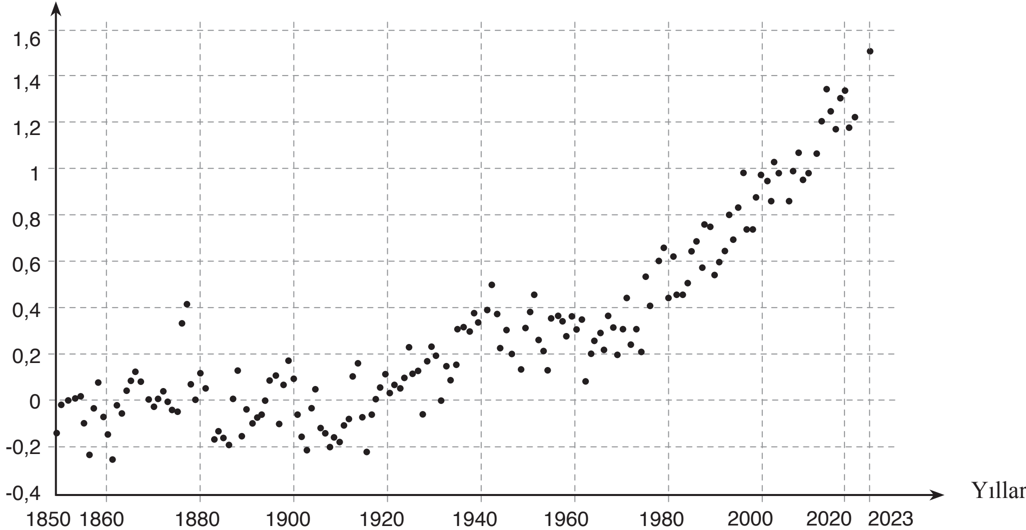
Konuya Başlarken 

Küresel ısınma nedeniyle Dünya'nın ortalama yüzey sıcaklığının arttığı bilinmektedir. Küresel ısınma; buzul miktarının azalmasına, deniz seviyesinin yükselmesine, aşırı hava olaylarının daha sık görülmesine neden olmaktadır. Aşağıdaki görselde küresel ısınmadan kaynaklanan bazı sorunlarla ilgili bilgiler yer almaktadır.



Araştırmacılar, küresel ısınmayla mücadele edebilmek için ısınmanın hangi hızla gerçekleştiğinin tespit edilmesi gerektiğini belirtmektedir. Dünya'nın ortalama yüzey sıcaklığı ile ilgili ölçümlerin uzun yıllardan beri yapıldığı bilinmektedir. Bu ölçümlere göre Dünya'nın ortalama yüzey sıcaklığı 2021 yılında Sanayi Devrimi öncesi ortalamanın 1,1 santigrat derece üzerine çıkmıştır.

Grafik 1'de 1850-2023 yılları arasındaki küresel ortalama sıcaklık değerlerinin 1850-1900 yılları arası küresel ortalama sıcaklık değerlerinden ne kadar saptığına dair veriler yer almaktadır. Örneğin 2020 yılı küresel sıcaklık değerinin 1850-1900 yılları arası küresel ortalama sıcaklık değerinden yaklaşık 1,4 °C fazla olduğu görülmektedir.

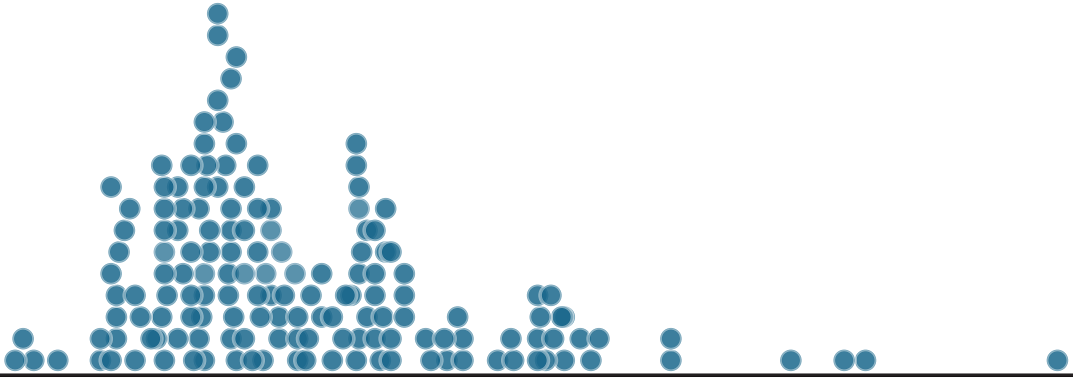


Grafikteki verileri göz önünde bulundurarak aşağıdaki soruları sınıf içinde tartışınız.

1. Küresel ortalama sıcaklık değerlerindeki sapmaların hangi değerlerde yoğunlaştığını görebilmek için hangi veri özetleme araçlarına ihtiyaç duyulur?
2. 1850 ile 2023 yılında gözlemlenen sıcaklık sapma değerleri arasındaki fark belirlendiğinde sıcaklık farkının neden olacağı olumsuz etkileri anlamlandırabilmek için hangi veri özetleme değerine bakılması gerekir?
3. Dağılımın merkezine yığılan küresel ortalama sıcaklık değerlerindeki sapmaların hangi aralıklarda yoğunlaştığını görebilmek için hangi veri görselleştirme aracı kullanılabilir?
4. Küresel ortalama sıcaklık değerlerindeki sapmaların dağılımına göre çok düşük ya da çok yüksek sıcaklık sapma değerleri olup olmadığını görebilmek için hangi veri görselleştirme aracı kullanılabilir?
5. Belli zaman aralıklarında sıcaklık değerlerinin sapmalarındaki değişimi görebilmek için hangi veri görselleştirme aracı kullanılabilir?

Nicel veri dağılımları ile yürütülecek istatistiksel araştırma süreci tek nicel değişkene odaklanılarak gerçekleştirilebilir. Bu durumda istatistiksel araştırma soruları tek nicel değişkene uygun olarak hazırlanır. Hazırlanan sorular doğrultusunda veri toplama planı yapılır ve verilere ulaşılır. Ulaşılan veriler analiz edilerek yorumlanır.

Tek Nicel Değişkenli Veriye Dayalı İstatistiksel Araştırmalarda Bağlam



Grafik 6.1: *Tek nicel değişkenli bir veri dağılımına yönelik nokta grafiği*

Grafik 6.1'de verilen tek nicel değişkenli veri dağılımına yönelik nokta grafiğini inceleyiniz. Bu verilerden anlamlı bir bilgi elde edebilmek mümkün müdür? Mümkün olmadığını düşünüyorsanız hangi bilgilere ihtiyaç olduğunu sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.

Nicel Veri
Nicel veriler, bir grubun özelliklerinin sayılması veya ölçülmesiyle elde edilen verilerdir.

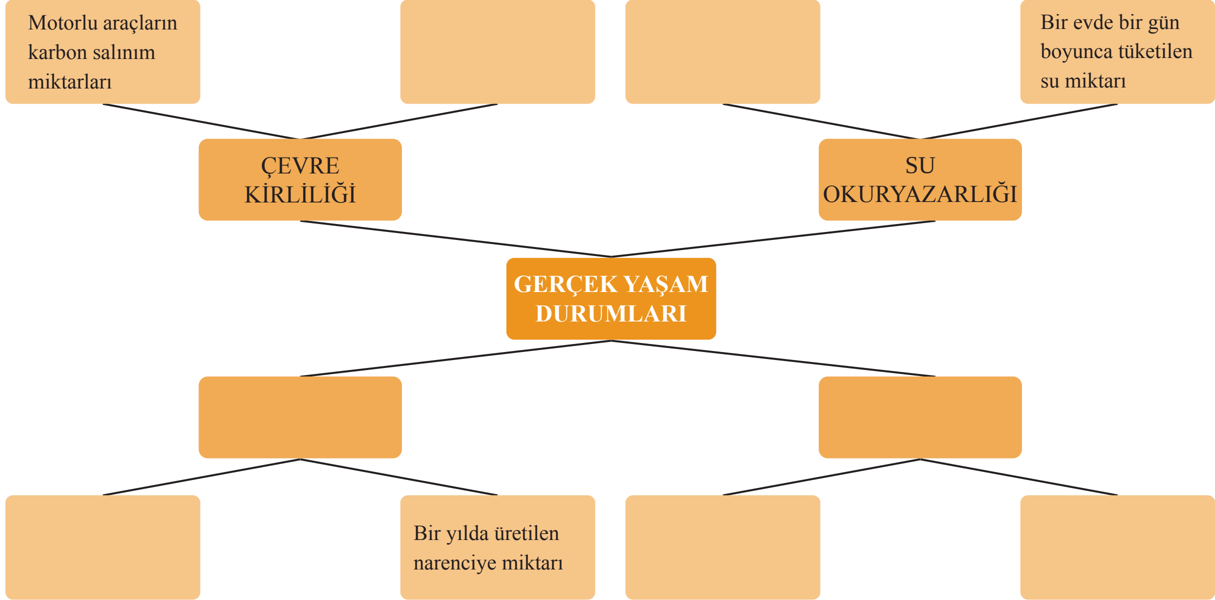
İstatistiksel araştırmalarda bağlam, verilere dayalı bilgi üretme ihtiyacı duyulan gerçek yaşam durumlarıdır. İstatistiksel araştırma süreci, bağlama yönelik istatistiksel araştırma soruları oluşturmayla başlar ve bağlam sürecin tamamında önemli bir rol oynar. Bu nedenle gerçek yaşam durumlarından yola çıkılarak istatistiksel araştırmanın bağlamının belirlenmesi ve istatistiksel araştırma sürecinin bağlam doğrultusunda oluşturulması gerekmektedir.

1. Uygulama



İstatistiksel Bağlam Oluşturma

Aşağıdaki diyagramın kollarında gerçek yaşam durumlarına ve bu durumlardan yola çıkılarak oluşturulan tek nicel değişkenli veriye dayalı bilgi üretmeye yönelik istatistiksel bağlamlara örnekler verilmiştir. Verilen bilgilere göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.



1. Dörder kişilik gruplara ayrılınız.
2. Diyagramda yer alan gerçek yaşam durumlarından yola çıkılarak elde edilen istatistiksel bağlam örneklerini grupça inceleyiniz. Bu bağlamların tek nicel değişkenli veri toplamayı gerektiren bağlamlar olmasının nedeni üzerine tartışınız.
3. "Bir yılda üretilen narenciye miktarı" şeklinde verilen istatistiksel bağlam hangi gerçek yaşam durumundan yola çıkılarak oluşturulmuştur? Fikrinizi yazınız ve sınıf arkadaşlarınızla paylaşınız.
4. Yakın çevrenizde veya dünyada ilginizi çeken, merak ettiğiniz, veri toplamayı gerektiren gerçek yaşam durumlarını belirleyiniz. Belirlediğiniz gerçek yaşam durumlarından birini boş bırakılan gerçek yaşam durumları kutucuğuna yazınız.
5. Diyagramda yer alan gerçek yaşam durumlarına ait kutucukları doldurduktan sonra bu durumlara yönelik belirleyeceğiniz tek nicel değişkenli veri toplamayı gerektiren istatistiksel bağlamları ilgili kutucuklara yazınız. Yazdığınız istatistiksel bağlamları sınıf arkadaşlarınızla paylaşınız.

1. ÖRNEK

Aşağıdaki gerçek yaşam durumları için tek nicel değişkenli veri toplamayı gerektiren bağlamlar oluşturarak tabloya yazınız.

İklim Sorunu	
Sağlık	
Spor	



Çözüm

Yukarıda verilen durumlar için araştırmacılar araştırmak istediği, merak ettiği, ilgi duyduğu konularda tek nicel değişkenli veri toplamayı gerektiren bağlamlar oluşturabilir. Aşağıda tek nicel değişkenli veri toplamayı gerektiren örnek bağlamlar yer almaktadır. Bu bağlamlar istendiği kadar çoğaltılabilir.

İklim Sorunu	• Lise öğrencilerinin iklim değişikliğine ilişkin farkındalık düzeyleri • İklim değişikliği sebebiyle buzulların erime miktarındaki değişim
Sağlık	• Aile hekimliği uygulamasından faydalanan bireylerin aile hekimleriyle görüşme süreleri • Bireylerin aldığı günlük kalori miktarı
Spor	• 100 metre koşu dalında kırılan rekorların yıllara göre değişimi • Voleybol oyuncularının sıçrama yükseklikleri

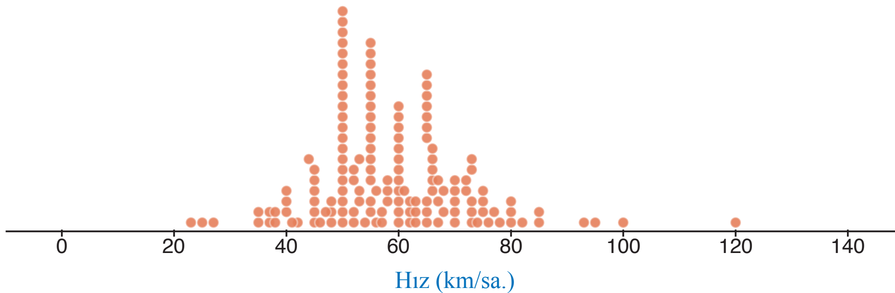
1. Sıra Sizde

Aşağıdaki tabloda verilen gerçek yaşam durumlarına yönelik tek nicel değişkenli veri toplamayı gerektiren bağlamlar oluşturarak ilgili sütuna yazınız. Oluşturduğunuz bağlamların tek nicel değişkenli veri toplamayı gerektiren bağlamlar olup olmadığını sınıf arkadaşlarınızla paylaşınız. Boş bırakılan gerçek yaşam durumu kutucuğuna merak ettiğiniz, ilgi duyduğunuz bir gerçek yaşam durumu ve bu gerçek yaşam durumuna yönelik tek nicel değişkenli veri toplamayı gerektiren bir bağlam yazınız.

Gerçek Yaşam Durumları	Tek Nicel Değişkenli Veri Toplamayı Gerektiren Bağlam
Ekonomi	
Doğa	
Uzay	

Tek Nicel Değişkenli Veriye Dayalı İstatistiksel Araştırma Sorusu Oluşturma

Grafik 6.2'de yer alan nokta grafiği, bir ülkenin lunaparklarında bulunan hız trenlerinin maksimum hızlarının dağılımını göstermektedir.



Grafik 6.2: *Bir ülkenin lunaparklarında bulunan hız trenlerinin maksimum hızları*

Bu grafiği oluşturmayı gerektiren istatistiksel araştırma sorusu ne olabilir? İstatistiksel araştırma sorusu oluşturulurken nelere dikkat edilmesi gerektiğini sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.

2. Uygulama



Tek Nicel Değişkenli Veri Toplamayı Gerektiren Araştırma Sorusu Oluşturma

Dörder kişilik gruplara ayrılarak aşağıda verilen bilgileri okuyunuz ve soruları cevaplayınız.

Küresel iklim değişikliği tüm dünya ülkelerini ve toplumları ilgilendiren bir sorundur. Araştırmacılar, farklı toplumların iklim değişikliği problemine yönelik farkındalıklarının aynı olmadığını söylemektedir. Türkiye Yüzyılı kapsamında yürütülen projelerden biri olan Türkiye'nin ilk dijital ve engelsiz "Çevre ve Çocuk Akademisi" platformu gençlerin çevre, şehir ve iklim konularında bilinçlenmesini ve gençlerde bu konularda farkındalık oluşturulmasını hedeflemektedir. Bu proje kapsamında gençlerin 2053 Net Sıfır Emisyon ve Yeşil Kalkınma Devrimi hedeflerine ulaşılması için bugünden hazırlanması amaçlanmaktadır. Gençler platformda yer alan "çevre", "şehircilik", "iklim değişikliği", "sıfır atık", "doğa ve sanat", "çevre ve iletişim" konularında istedikleri akademiye giriş yapabilmekte; videoları seyrederek topladıkları puanlarla "çevre market" bölümünden bisiklet, scooter (sıkutır), kaykay gibi hediyeler kazanabilmektedir.

Bu bağlamda bir araştırmacı grubu, öğrencilerin iklim sorununa yönelik farkındalıklarını belirlemek için bir araştırma yapmak istemektedir.

1. Grup çalışması yaparak bu araştırma grubunun araştırmasına yön verecek nicel veri toplamayı gerektiren birer adet betimleyen ve karşılaştıran araştırma sorusu oluşturunuz. Oluşturduğunuz soruları yazınız.

Betimleyen Araştırma Sorunuz:

Karşılaştıran Araştırma Sorunuz:

2. Araştırma sorularınızı istatistiksel araştırma sorusu ölçütlerine göre grup çalışmasıyla değerlendiriniz. Değerlendirmelerinizi diğer gruplarla tartışınız.

Araştırma sorusunun amacı net midir?

Araştırmaya değer midir?

İlgilenilen grup (evren) açıkça görülmekte midir?

Değişken açıkça görülmekte midir?

Veri toplanarak cevaplanabilir mi?

Değişebilirliği yansıtmakta mıdır?

Odaklanılan grup araştırma yapılmasına imkân vermekte midir?

Nicel veri toplamayı gerektirir mi?

Evren
Araştırmanın kapsamında ele alınan araştırma sonuçlarının genellendiği topluluktur.

Değişken
Gözlemlenen elemanların birinden diğerine değişen veya farklılaşan özelliklerdir.

Değişebilirlik
Bir dağılımdaki değerlerin değişkenlerden kaynaklı olarak birbirinden farklılaşmasıdır.

İstatistiksel araştırmalara yön verecek istatistiksel araştırma sorularını oluşturmak için dikkat edilmesi gereken ölçütler bulunmaktadır. Tek nicel değişkenli veri toplamayı gerektiren istatistiksel araştırma sorularında bulunması gereken ölçütler Bilgi Görseli 6.1'de yer almaktadır. Tek nicel değişkenli veri toplamayı gerektiren istatistiksel araştırma sorularında bu ölçütlerin görülmesi, istatistiksel araştırma sürecinin sonraki aşamalarının amaca uygun şekilde yürütülmesine katkıda bulunmaktadır.

1 **Amacı net olmalıdır.**

İstatistiksel araştırma sorularında amaç, net olarak görülmelidir. Araştırma sorusunun amacı sorunun "betimleyen" veya "karşılaştıran" türde olmasıyla ilgilidir.

2 **Araştırmaya değer olmalıdır.**

Araştırma sorusunun bir amacı vardır ve araştırmaya değerdir.
Örneğin bir sınıftaki kızların ve erkeklerin boylarının karşılaştırıldığı bir araştırma sorusu bağlama göre anlamlı bilgiler verebilir. Ancak bir grup öğrencinin göz rengi ile saç teli uzunluklarını karşılaştırmak anlamlı bir araştırma olmayabilir.

3 **İlgilenilen grup (evren) açık olmalıdır.**

"Soru kimin hakkında?" sorusunun cevabı, istatistiksel araştırma sorusunda görülmelidir.

4 **Değişken açık bir şekilde görülmelidir.**

"Soru hangi veriler hakkında?" sorusunun cevabı, istatistiksel araştırma sorusunda görülmelidir.

5 **Veri toplanarak cevaplanabilmelidir.**

Araştırma sorusu birincil veya ikincil verilerle cevaplanabilmelidir. Ayrıca ölçümün nasıl yapılacağı görülmelidir. Birincil veriler, araştırma sorusunu cevaplamaya yönelik verilerin araştırmacılar tarafından toplanmasıdır. İkincil veriler, başkaları tarafından önceden toplanmış mevcut verilerdir.

6 **Değişebilirliği yansıtmalıdır.**

Değişebilirlik dört farklı durumdan kaynaklanmaktadır.

- Doğal ortamdan kaynaklı değişebilirlik
- Ölçümden kaynaklı değişebilirlik
- Müdahaleden kaynaklı değişebilirlik
- Örneklemden kaynaklı değişebilirlik

7 **Odaklanılan grup araştırma yapılmasına imkân vermelidir.**

Soru, verileri tek tek ya da veri dağılımını bütüncül olarak incelemeye yönelik analize imkân vermelidir.
Örneğin bir grupta kimin en uzun olduğu şeklinde bir soru uygun değildir. Uygun olansa gruptaki öğrencilerin boylarının merkezinin nasıl eğilim gösterdiğine odaklanmaktır.

8 **Nicel veri toplamaya uygun olmalıdır.**

Tek nicel değişkenli veri toplamayı gerektiren araştırmalarda veriler, bir grubun belli bir özelliğinin sayılması veya ölçülmesiyle elde edilen veriler olmalıdır.

Bilgi Görseli 6.1: *İstatistiksel araştırma sorularında bulunması gereken ölçütler*

Değişebilirlik kavramı, istatistiksel araştırma sürecinin merkezinde yer alır. İstatistiksel araştırmalarda toplanan verilerden yola çıkarak sonuçlara ulaşmak, değişebilirliği anlamak ve anlamlandırmakla ilgilidir. Değişebilirliğin dört farklı türü bulunmaktadır.

2. ÖRNEK

Aşağıda verilenleri inceleyerek soruları cevaplayınız.

1. Bir deniz bilimcinin araştırmasında bulunduğu bölgedeki deniz suyu sıcaklığına (°C) dair aynı ay içinde farklı günlerde elde ettiği veriler, Tablo 1'de yer almaktadır.

Tablo 1

Ölçümler	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Deniz Suyu Sıcaklığı (°C)	12,7	12,5	14,1	14,5	14,4	14,5	13,6	14,7	14,8	14,7
Ölçümler	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
Deniz Suyu Sıcaklığı (°C)	14,8	14,9	14,4	13,6	13,9	14,3	14,2	14,5	13,9	14,1

Deniz bilimci her ölçümde deniz suyu sıcaklığını neden farklı bulmuştur? Sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.

2. Bir öğretmen, öğrencisinden 20 cm'lik bir cetvelle öğretmen masasının uzun kenarının ölçüsünü belirlemesi için 10 kez ölçüm yapmasını istemiştir. Öğrencinin ölçümlerden elde ettiği veriler Tablo 2'de verilmiştir. Masanın uzun kenarının ölçüsü 72,5 cm'dir ve öğrenci bu değeri bilmemektedir.

Tablo 2

Ölçümler	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ölçüm Sonuçları (cm)	72,2	72,4	72,3	72,7	72,6	72,5	72,8	72,6	72,7	72,4

Öğrenci her ölçümde masanın uzun kenarının ölçüsünü neden farklı bulmuştur? Sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.

3. Bir lise öğrencisi, bitkilerin büyümesinde kompost gübrenin etkisini araştırdığı bir proje hazırlamıştır. Öğrenci, projesi için aynı türde 10 cm uzunluğundaki iki bitki fidesinden birinin toprağına kompost gübre eklerken diğerinin toprağına herhangi bir şey eklememiştir. Bunun dışında her iki bitkiye verilen su miktarı, her iki bitkinin maruz kaldığı ışık miktarı gibi bitkilerin büyümesini etkileyecek her şeyi sabit tutmuştur. Her iki bitkinin boylarını beşer gün arayla toplamda 10 kez ölçerek elde ettiği verilerle Tablo 3'ü oluşturmuştur.

Tablo 3

Ölçümler	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Normal Toprakta Yetişen Bitkiden Alınan Boy Ölçümleri (cm)	12,5	13,2	14,0	14,8	15,9	17,0	18,5	19,9	21,8	23,4
Kompostlu Toprakta Yetişen Bitkiden Alınan Boy Ölçümleri (cm)	12,5	13,6	14,8	15,7	16,8	17,9	19,8	21,4	23,9	26,2

Öğrenci her ölçümde bitki boylarını neden farklı bulmuştur? Sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.



4. Bir okulun rehberlik servisi matematik başarısı ile matematiğe yönelik tutumları arasındaki ilişkiyi incelemek için ayrı ayrı, rastgele yüz ellişer öğrenci belirlemiştir. Belirledikleri öğrenci gruplarının matematik dersi yıl sonu ortalamalarını hesaplamıştır. Rehberlik servisi rastgele belirlediği 150 öğrencinin matematik dersi yıl sonu ortalamasını 72,6 olarak hesaplarken farklı 150 öğrencinin matematik dersi yıl sonu ortalamasını 71,2 olarak hesaplamıştır.

Rehberlik servisi öğrencilerin matematik dersi yıl sonu ortalamalarını neden farklı bulmuştur? Sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.

Çözüm

1. Araştırmacının her ölçümde deniz suyu sıcaklığına ilişkin farklı değerler elde ettiği görülmektedir. Bu farklı değerler, doğada var olan bir değişkenin ölçümü sonucu elde edilmektedir. Değerlerdeki farklılıklar doğal ortamdan kaynaklı değişebilirliği ortaya çıkarmaktadır. Doğal ortamdan kaynaklı değişebilirlik, doğada var olan değişebilirliktir. Ölçülen değişken, doğada var olduğu biçimiyle ölçülür ve toplanan verilerde görülen değişebilirlik anlamlandırılarak sonuçlar elde edilir.
2. Öğrencinin masanın uzun kenarını ölçerken her seferinde farklı bir sonuç elde ettiği görülmektedir. Öğrencinin 20 cm'lik cetvelle her seferinde farklı bir sonuç elde etme durumu beklenebilir. Bu durum, ölçümden kaynaklanan değişebilirliğe örnek gösterilebilir. Bu veriler kullanılarak masanın uzun kenarının gerçek uzunluğuna en yakın değerin elde edilmesi istatistiksel olarak mümkündür. Ölçümden kaynaklı değişebilirlik, ölçüm için kullanılan araçlardan veya ölçüm yapan kişilerin ölçümlerinden kaynaklanan değişebilirliktir.
3. Öğrencinin aynı türden iki bitkinin boylarını ölçtüğü deneyde bitki boylarının 10. ölçüm sonunda aynı değerde olmadığı görülmektedir. Buradaki değişebilirlik, müdahaleden kaynaklı değişebilirliğe örnektir. Öğrenci, deneyinde tüm değişkenleri sabit tutarak bir değişkene müdahalede bulunmuştur. Bu müdahale ise bitkilerin boylarının farklılaşmasına, dolayısıyla değişebilirliğin oluşmasına neden olmuştur. Müdahaleden kaynaklı değişebilirlik, doğal ortama müdahale sonucu görülen değişebilirliktir.
4. Rehberlik servisinin matematik dersi yıl sonu ortalamalarını farklı bulması örneklemden kaynaklı değişebilirliğe örnektir. Farklılığın nedeni, rehberlik servisinin rastgele belirlediği 150 öğrencinin farklı öğrenciler olmasıdır. Örneklemden kaynaklı değişebilirlik, aynı evrenden farklı örneklemler alındığında görülen değişebilirliktir.

2. Sıra Sizde

Aşağıdaki durumlarda ortaya çıkabilecek değişebilirlik türünü belirleyerek tabloyu doldurunuz. Belirlediğiniz değişebilirlik türünü ve gerekçesini sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.

Durum	Değişebilirlik Türü ve Gerekçesi
Bir kişinin kronometre ile aynı yükseklikten 30 kez bırakılan bir topun düşme süresini belirlemesi	
Voleybol takımına seçilecek öğrencilerin kol uzunluklarının ölçülmesi	
İki gruba ayrılan aynı türden 40 balığın tuzluluk oranları farklı iki akvaryumda gelişimlerinin gözlemlenmesi	
500 kişilik bir gruptan rastgele belirlenen ellişer kişilik iki gruba aynı ölçeğin uygulanması	
Bir şehirdeki doğal su kaynaklarının kirlilik derecesini belirlemek için 70 farklı doğal su kaynağından alınan su numunelerindeki kirlilik derecesinin belirlenmesi	
Lise öğrencilerinin haftalık genel ağ kullanım sürelerinin belirlenmesi	

3. ÖRNEK

T.C. Gençlik ve Spor Bakanlığı, T.C. Millî Eğitim Bakanlığıyla iş birliği yaparak Türkiye Sportif Yetenek Taraması ve Spora Yönlendirme Programı'nı başlatmıştır. Programın amacı; toplumda spor yapma kültürünü geliştirmek, sporun geniş kitleler arasında yaygınlaşmasını sağlamak, spora başlama yaşındaki yetenekli çocukları tespit ederek uygun spor branşlarına yönlendirmektir. Program kapsamında her yıl ilkokul 3. sınıf öğrencilerine yönelik test ve ölçümler yapılmaktadır.

Bu program doğrultusunda A ilkokulunun 3. sınıf öğrencilerinin yeteneklerini belirlemek amacıyla yapılan ölçümlerden biri de öğrencilerin boylarıdır. Buna yönelik belirlenen araştırma soruları aşağıdaki gibidir.

a) Öğrencilerin boyları ne kadardır?

b) Erkek öğrencilerin boyu, kız öğrencilerin boyundan daha mı uzundur?

Buna göre oluşturulan soruları istatistiksel araştırma sorusunda olması gereken ölçütlere göre inceleyiniz. Sorularda ilgili ölçütlerde uygun olmayan ifadeler bulunduğunu düşünüyorsanız soruları yeniden oluşturunuz.

Çözüm

a) Bağlamda verilen amaç doğrultusunda "Öğrencilerin boyları ne kadardır?" şeklinde oluşturulan istatistiksel araştırma sorusunun ilgili ölçütlere göre incelenmesi aşağıdaki gibidir.

Araştırma Sorusu Ölçütleri	Sorunun İlgili Ölçütü Karşılayıp Karşılamadığına Dair Fikirleriniz
Amaç açık mıdır?	Amaç açıktır. Soru, öğrencilerin boylarını betimlemeye yönelik hazırlanan betimleyen istatistiksel araştırma sorusudur.
Araştırmaya değer midir?	Soru, boyları belirlenen öğrencilerin ilgili spor dallarına yönlendirilebilmesi bakımından düşünülürse araştırmaya değerdir.
İlgilenilen grup (evren) açıkça görülmekte midir?	İlgilenilen grup öğrencilerdir ancak soruda bu öğrencilerin tek bir okuldan mı belirleneceği, farklı sınıf seviyelerinden mi olacağı belli değildir. Bağlam doğrultusunda öğrencilerin okulu ve sınıf seviyeleri soruda belirtilmelidir. ("A ilkokulunda okuyan 3. sınıf öğrencileri" gibi)
Değişken açıkça görülmekte midir?	Değişken açıkça görülmektedir. Araştırma sorusundaki değişken, öğrencilerin boyudur.
Veri toplanarak cevaplanabilir mi?	Soru, birincil verilerle cevaplanabilecek yapıdadır. Öğrencilerin boyları ölçülerek verilerin toplanması durumu söz konusudur.
Değişebilirliği yansıtmakta mıdır?	Araştırma sorusundaki değişebilirlik, doğal ortamdan kaynaklı değişebilirlik türündedir.
Odaklanılan grup araştırma yapılmasına imkân vermekte midir?	Soru, öğrencilerin boylarının ölçülmesi ile elde edilen verilerin tamamını analiz etmeye yöneliktir.
Nicel veri toplamayı gerektirir mi?	Araştırma sorusunda toplanması beklenen veriler, öğrencilerin boy ölçüm verileridir. Boy, bir ölçüm sonucu elde edilen veri olduğundan nicel veridir.

“Öğrencilerin boyları ne kadardır?” sorusunun istatistiksel araştırma sorusu ölçütlerinin tamamını yansıtmadığı görülmektedir. Soru bu ölçütlere uygun olarak aşağıdaki gibi yeniden oluşturulabilir.

“A ilkokulunda öğrenim gören 3. sınıf öğrencilerinin santimetre cinsinden boyları nasıl bir eğilim göstermektedir?”

b) Bağlamda verilen amaç doğrultusunda “erkek öğrencilerin boyu, kız öğrencilerin boyundan daha mı uzundur?” şeklinde oluşturulan istatistiksel araştırma sorusunun ilgili ölçütlere göre incelenmesi aşağıdaki gibidir.

Araştırma Sorusu Ölçütleri	Sorunun İlgili Ölçütü Karşılayıp Karşılamadığına Dair Fikirleriniz
Amaç açık mıdır?	Amaç açıktır. Soru, kız ve erkek öğrencilerin boylarını karşılaştırmaya yönelik bir istatistiksel araştırma sorusudur ancak soru, erkek öğrencilerin boyunun kız öğrencilerin boyundan daha uzun olduğunu öne süren bir yapıdadır. Soru, eğilim kavramı kullanılarak daha uygun şekilde ifade edilebilir.
Araştırmaya değer midir?	Soru, boyları belirlenen kız ve erkek öğrencilerin ilgili spor dallarına yönlendirilebilmesi bakımından düşünülürse araştırmaya değerdir.
İlgilenilen grup (evren) açıkça görülmekte midir?	İlgilenilen grup öğrencilerdir ancak soruda bu öğrencilerin tek bir okuldan mı belirleneceği, farklı sınıf seviyelerinden mi olacağı belli değildir. Bağlam doğrultusunda öğrencilerin okulu ve sınıf seviyeleri soruda belirtilmelidir. Ayrıca hangi gruplarla çalışılacağı açık olmalıdır. Burada kızların ve erkeklerin boylarına odaklanıldığı için gruplar bellidir. (“A ilkokulunda okuyan 3. sınıf öğrencileri” gibi)
Değişken açıkça görülmekte midir?	Değişken açıkça görülmektedir. Araştırma sorusundaki değişken öğrencilerin boyudur.
Veri toplanarak cevaplanabilir mi?	Soru birincil verilerle cevaplanabilecek yapıdadır. Öğrencilerin boyları ölçülerek verilerin toplanması durumu söz konusudur. Ölçümün nasıl yapılacağı görülmemektedir. Örneğin soruya eklenecek “... kaç cm’dir?” ifadesi ölçümle ilgili fikir verecektir.
Değişebilirliği yansıtmakta mıdır?	Araştırma sorusundaki değişebilirlik, doğal ortamdan kaynaklı değişebilirlik türündedir.
Odaklanılan grup araştırma yapılmasına imkân vermekte midir?	Soru, kız ve erkek öğrencilerin boylarının karşılaştırılması için boy ölçümü ile elde edilen verilerin tamamını analiz etmeye yöneliktir.
Nicel veri toplamayı gerektirir mi?	Araştırma sorusunda toplanması beklenen veriler, öğrencilerin boy ölçüm verileridir. Boy, bir ölçüm sonucu elde edilen veri olduğundan nicel veridir.

“Erkek öğrencilerin boyu, kız öğrencilerin boyundan daha mı uzundur?” sorusunun istatistiksel araştırma sorusu ölçütlerinin tamamını yansıtmadığı görülmektedir. Soru, bu ölçütlere uygun olarak aşağıdaki gibi yeniden oluşturulabilir.

“A ilkokulunda öğrenim gören 3. sınıf öğrencilerinin boyları, cinsiyete göre santimetre cinsinden nasıl farklılık göstermektedir?”

3. Sıra Sizde

- Dörder kişilik gruplara ayrılarak tabloda verilen örneği inceleyiniz.
- Tabloda yer alan diğer araştırma sorularını istatistiksel araştırma sorularında bulunması gereken ölçütlere göre inceleyiniz ve fikirlerinizi yazınız.
- Fikirlerinizi sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.
- Sınıf içi tartışma sonrası uzlaşarak düzenlediğiniz istatistiksel araştırma sorularını yeniden yazınız.

Araştırma Sorusu	Araştırma Sorusunun İstatistiksel Araştırma Sorusunda Bulunması Gereken Ölçütleri Karşılayıp Karşılamadığına Dair Fikirleriniz	Ölçütler Doğrultusunda Düzenlenmiş Araştırma Sorusu
Lise öğrencileri okul kantininde ne kadar harcama yapmaktadır?	• Amaç açıktır. Soru, lise öğrencilerinin harcama miktarlarını belirlemeye yönelik betimleyen bir araştırma sorusudur. Ancak lise öğrencilerinin ne kadarlık zaman diliminde harcama yaptıklarının incelendiği belirtilmelidir. • Soru araştırmaya değerdir. Örneğin öğrencilerin harcadıkları para miktarı belirlenerek finansal okuryazarlık becerilerini geliştirmeye yönelik bir çalışma yapılabilir. • İlgilenilen grup lise öğrencileridir ancak ilgilenilen grubun bir okulda, bir ilçede veya bir ilde öğrenim gören öğrenciler olup olmadığı belli değildir. • Değişken, harcanan para miktarıdır. • Soru, birincil verilerle cevaplanabilecek yapıdadır. • Araştırma sorusundaki değişebilirlik, doğal ortamdan kaynaklı değişebilirlik türündedir. • Soru, lise öğrencilerinin harcadığı para miktarını belirlemek amacıyla elde edilen verilerin tamamını analiz etmeye yöneliktir. • Öğrencilerin harcadığı para miktarı, sayılarak elde edilen bir veri olduğundan nicel veridir.	Altındağ ilçesinde öğrenim gören lise öğrencilerinin okul kantininde bir hafta boyunca yaptıkları harcamalar nasıl eğilim göstermektedir?
Maraton koşularında ilk üç dereceyi elde eden atletlerin koşuyu tamamlama süreleri yaklaşık kaç dakikadır?		
Dizel motorlu araçların karbon salınımı ile benzinli motorlu araçların karbon salınımı arasında ne kadar fark vardır?		
Kız öğrencilerin matematik dersi notları, erkek öğrencilerin matematik dersi notlarından daha yüksek midir?		

4. Sıra Sizde

Dörder kişilik gruplara ayrılınız ve aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Elektrik enerjisi üretiminde dengeli bir yapı sağlamak amacıyla yenilenebilir enerji kaynakları payının ve kaynak çeşitliliğinin artırılması büyük önem taşımaktadır. Bu kapsamda Türkiye Yüzyılı projelerinden biri olan "Yenilenebilir Enerji Kaynak Alanları (YEKA)" yatırım modeliyle Türkiye hem kaynak bakımından hem de teknolojinin yerlileştirilmesi konusunda önemli bir adım atmıştır. Yapılan yatırımlar sayesinde Türkiye; 2021 yıl sonu verilerine göre yenilenebilir enerjide kurulu güç bakımından Avrupa'da 5, dünyada 12. sıraya yükselmiştir.

Grupça yenilenebilir enerji kaynakları bağlamı doğrultusunda tek nicel değişkenli veri toplamayı gerektiren birer adet betimleyen ve karşılaştıran istatistiksel araştırma sorusu yazınız.

Betimleyen istatistiksel araştırma sorunuz:

Karşılaştıran istatistiksel araştırma sorunuz:

Yazdığınız istatistiksel araştırma sorularını diğer gruplara sununuz. Gruplar tarafından sunulan her iki istatistiksel araştırma sorusunu, karekoddaki kontrol formunda yer alan istatistiksel araştırma sorularında bulunması gereken ölçütler açısından ayrı ayrı inceleyiniz. İnceleme sonunda fikirlerinizi sınıf arkadaşlarınızla paylaşınız ve uzlaştığınız istatistiksel araştırma sorularını yazınız.

İstatistiksel araştırma sorusu ölçütleri kontrol formuna ulaşmak için karekodu okutunuz.



Sınıfça uzlaştığınız betimleyen istatistiksel araştırma sorunuz:

Sınıfça uzlaştığınız karşılaştıran istatistiksel araştırma sorunuz:

b) Grupça ilgi duyduğunuz, merak ettiğiniz nicel veri toplamayı gerektiren bir gerçek yaşam durumu belirleyiniz. Belirlediğiniz bağlamda tek nicel değişkenli veri toplamayı gerektiren birer adet betimleyen ve karşılaştıran istatistiksel araştırma sorusu yazınız.

Betimleyen istatistiksel araştırma sorunuz:

Karşılaştıran istatistiksel araştırma sorunuz:

Yazdığınız istatistiksel araştırma sorularını diğer gruplara sununuz. Gruplar tarafından sunulan her iki istatistiksel araştırma sorusunu, karekoddaki kontrol formunda yer alan istatistiksel araştırma sorularında bulunması gereken ölçütler açısından ayrı ayrı inceleyiniz. İnceleme sonunda fikirlerinizi sınıf arkadaşlarınızla paylaşınız ve uzlaştığınız istatistiksel araştırma sorularını yazınız.

Sınıfça uzlaştığınız betimleyen istatistiksel araştırma sorunuz:

Sınıfça uzlaştığınız karşılaştıran istatistiksel araştırma sorunuz:

Nicel Veri Toplama Planı Yapma, Verileri Toplama ve Analize Hazır Hâle Getirme

PISA [Programme for International Student Assessment (Pırogrem for İntırneyşinıl Sıtudınt Essısmınt)] adıyla bilinen Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı; üç yılda bir yapılan, 15 yaş grubundaki öğrencilerin kazandığı bilgi ve becerileri değerlendiren bir araştırmadır. PISA'nın temel amacı, öğrencilerin okulda öğrendikleri bilgi ve becerileri günlük yaşamlarında kullanma becerilerini ölçmektir. PISA araştırmasında okuma becerileri, matematik ve fen bilimlerine yönelik başarı testlerinin yanı sıra anketler de uygulanmaktadır. Başarı testinden elde edilen sonuçlarla anket sonuçları birlikte değerlendirilerek ülke raporları hazırlanmaktadır.



Görsel 6.1: *Ödev yapan öğrenciler*

2022 PISA Türkiye Raporu'na ulaşmak için karekodu okutabilirsiniz.



Bir lisenin rehberlik servisi, 2022 PISA Türkiye Raporu'nda ev ödevi yapmak için harcanan süreye ilişkin sonuçları incelemiştir. PISA Türkiye Raporu'ndan yola çıkan rehberlik servisi, kendi okulunda öğrencilerin ev ödevi yapmak için ayırdıkları günlük süreleri belirlemek için bir araştırma yapmaya karar vermiştir. Bu doğrultuda rehberlik servisinin oluşturduğu araştırma soruları aşağıdaki gibidir.

A lisesindeki öğrencilerin ev ödevi yapmak için ayırdığı günlük süre, dakika cinsinden nasıl bir eğilim göstermektedir?

A lisesindeki öğrencilerin ev ödevi yapmak için ayırdığı süre, cinsiyetlerine göre dakika cinsinden nasıl farklılaşmaktadır?

A lisesinde toplam 1670 öğrenci öğrenim görmektedir. A lisesi rehberlik servisi, öğrencilerin ev ödevi yapmak için ayırdığı günlük süreyi belirlemeye yönelik yapacağı araştırmada veri toplamaya başlamadan önce veri toplama planı oluşturmak için nelere dikkat etmelidir?

İstatistiksel araştırma sürecinde ikinci aşama, oluşturulan istatistiksel araştırma sorusu veya soruları doğrultusunda veri toplama planı yapma ve verileri analize hazır hâle getirme aşamasıdır. Veri toplama planı yapma ve verileri analize hazır hâle getirme süreci, oluşturulan istatistiksel araştırma sorularına göre yapılmalıdır.

Veri toplama planı hazırlanırken dikkat edilmesi gereken bazı özellikler Bilgi Görseli 6.2'de yer almaktadır.

1 **Araştırma sorularına cevap bulmayı sağlayacak veri toplama araçları belirlenmelidir.**

İstatistiksel araştırma sürecinde istatistiksel araştırma soruları oluşturulduktan sonra araştırmacıların araştırma sorularını cevaplamaya yönelik veri toplama araçlarını belirlemesi gerekmektedir. Bu doğrultuda araştırmacılar, birincil verilerle çalışacaksa araştırma soruları doğrultusunda anket oluşturabilir veya görüşmeler yapabilir. Ayrıca başka araştırmacılar tarafından geliştirilen anket, ölçek veya görüşme formlarını kullanabilir. İkincil verilerle çalışılacaksa başka araştırmacılar tarafından elde edilen veri setlerine ulaşabilir.

2 **Evren ve örneklem belirlenmelidir.**

Evren ve evreni yansıtacak örneklemin belirlenmesi, veri toplama planında dikkat edilmesi gereken bir durumdur.
Bir ilçedeki öğrencilerin boylarının araştırıldığı bir çalışmada ilçedeki tüm öğrenciler evreni oluşturur. Bu çalışmada zaman, maliyet, iş gücü gibi nedenlerden dolayı evrenin tamamına ulaşmak zor olacağından ilçedeki öğrenciler arasından belli ölçütlere göre belirlenen öğrenciler örneklemi oluşturur. Örneklem belirlenerek ilçedeki tüm öğrencilerin boylarının nasıl bir eğilim gösterdiğini görebilmek için örneklemin örneklem belirleme ölçütlerine göre seçilmesi önemlidir.

Örneklem
Evren içinden belirlenen ve evreni temsil etmesi için verilerin toplandığı kümedir.

3 **Rastgelelik sağlanmalıdır.**

Bir evrenden örneklem seçerken evrendeki her elemanın seçilme olasılığının eşit olmasını sağlamak önemlidir. Bu şekilde oluşturulmuş örneklemin evreni temsil etme gücü daha yüksektir.

Rastgelelik
Bir evrenden eleman seçimi yapılırken her elemanın eşit olasılıkla seçilmesi durumudur.

4 **Değişkenler belirlenmelidir.**

İstatistiksel bir araştırmada araştırılmak istenen değişkeni etkileyecek farklı değişkenlerin neler olduğunu belirlemek gerekir. Genellikle deney yoluyla veri toplanan çalışmalarda bu duruma dikkat edilir.

5 **Verilerin nerede, ne zaman, nasıl ve kimler tarafından toplanacağı belirlenmelidir.**

Verilerin nerede, hangi zaman diliminde, ne kadar sürede, kimler tarafından ve ne şekilde (yüz yüze, çevrim içi) toplanacağı belirlenmelidir.

6 **Verilerin nasıl kaydedileceği belirlenmelidir.**

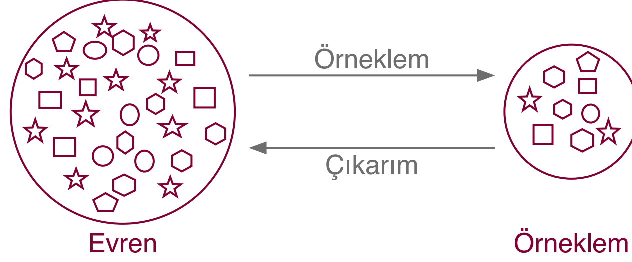
Verilerin hangi araçlarla, ne şekilde kayıt altına alınacağı belirlenmelidir.

7 **Verilerin gizliliğine dikkat edilmeli, dürüst ve nesnel olunmalıdır.**

Veri toplama aracında kişisel verilerin korunmasına dikkat edilmeli, kişilerin haklarını ihlal edecek veriler toplanmamalıdır. İnsanların ve diğer canlıların sağlığını tehlikeye sokacak çalışmalar yapılmamalıdır. Araştırma için gerekliyse ilgili makamlardan resmî izin alınmalıdır. Ayrıca araştırmaya katılacak reşit olmayan katılımcının yasal vasisinden onay alınmalıdır. Araştırmacı veriler üzerinde oynama yapmamalı ve beklentisi doğrultusunda verileri değiştirmemelidir.

Bilgi Görseli 6.2: *Veri toplama planında bulunması gereken özellikler*

İstatistiksel araştırmalarda örneklemin evreni temsil etmesi gerekmektedir. Evrenin tamamına ulaşmak zaman, maliyet ve iş gücü bakımından zor olabilir. Ancak evren içinden örneklem belirlenirken rastgeleliğin sağlanması önemlidir çünkü belirlenecek örneklemden elde edilecek sonuçların evreni temsil etmesi gerekmektedir. Şekil 6.1'de rastgele örnekleme temsil edilmektedir.



Şekil 6.1: *Rastgele örnekleme*

Rastgeleliği sağlamanın en kolay yollarından biri basit rastgele örneklemedir. Basit rastgele örnekleme, bir evrenden evreni temsil edecek bir örneklem grubu belirleme yöntemidir. Basit rastgele örneklemede örneklem için seçilen her birimin seçilme olasılığı eşittir. Rastgeleliği sağlamak için izlenebilecek yöntemler bulunmaktadır. Örneğin evrende yer alan elemanların isimlerinin yazılı olduğu kâğıtlar veya elemanlara numara verilerek bu numaraların yazılı olduğu kâğıtlar bir torbaya konur. Örneklem için belirlenen sayı kadar kâğıt çekilerek örneklem belirlenebilir.

4. ÖRNEK

Okulda ve iş yerinde gün boyu fiziksel ve bilişsel olarak zinde kalabilmenin verimlilik açısından önemi araştırmacılar tarafından ifade edilmektedir. Araştırmalar; bir önceki gün uykuda geçirilen sürenin, sabah tüketilen besinlerin ve bir önceki gün yapılan fiziksel etkinliklerin kişilerin gün içerisinde zinde olma durumlarını etkilediğini göstermektedir.

Bir ilçenin gençlik ve spor ilçe müdürlüğü, gençlere yönelik fiziksel etkinlik çalışmaları başlatmayı amaçlamaktadır. Bu doğrultuda ilçedeki bir lisenin beden eğitimi öğretmenleriyle iş birliği yaparak okuldaki 9. sınıf öğrencilerinin fiziksel etkinlik yapma durumlarını incelemek istemektedir. Bunun için öncelikle öğrencilerin günlük fiziksel etkinlik sürelerini belirlemeyi planlamaktadır. A lisesinde öğrenim gören 9. sınıf öğrenci sayısı 620'dir. Gençlik ve spor ilçe müdürlüğünce kurulan ekip, gerçekleştirilecek araştırma doğrultusunda araştırma sorularını aşağıdaki şekilde belirlemiştir.

"A lisesinde öğrenim gören 9. sınıf öğrencilerinin haftalık fiziksel etkinlik süreleri, dakika cinsinden nasıl bir eğilim göstermektedir?"

"A lisesinde öğrenim gören 9. sınıf öğrencilerinin yaklaşık haftalık fiziksel etkinlik süreleri, cinsiyete göre dakika cinsinden nasıl farklılık göstermektedir?"

Gençlik ve spor ilçe müdürlüğü toplam 100 öğrenciye ulaşarak veri toplamak istemektedir.

Buna göre veri toplama planında bulunması gereken özellikleri dikkate alarak araştırmaya yönelik bir veri toplama planı hazırlayınız.

Çözüm

Araştırmanın amacı ve veri toplama planında bulunması gereken özellikler dikkate alınarak veri toplama planı aşağıdaki gibi oluşturulabilir.



1. Adım: Araştırma sorularına cevap bulmayı sağlayacak veri toplama aracının belirlenmesi

Araştırmada biri betimleyen, diğeri karşılaştıran iki adet istatistiksel araştırma sorusu bulunmaktadır. Araştırma, birincil veriler kullanılarak gerçekleştirilebilir. Bu amaçla araştırma sorularına cevap almaya yönelik bir anket, veri toplama aracı olarak kullanılabilir. Araştırma soruları doğrultusunda öğrencilerin cinsiyetlerinin ve haftalık fiziksel etkinlik sürelerinin öğrenilmesi gerekmektedir. Bu doğrultuda anket aşağıdaki gibi oluşturulabilir.

Cinsiyetiniz: Kız (   )   Erkek (   )

Rutin hareketleriniz dışında haftada kaç dakika fiziksel etkinlik (düzenli spor, dans, egzersiz vb.) yapıyorsunuz?

Cevabınız:

2. Adım: Evren ve örneklemin belirlenmesi

Araştırma, A lisesinde öğrenim gören 9. sınıf öğrencilerine yönelik olarak gerçekleştirilecektir. Bu nedenle araştırmanın evreni bu okulda 9. sınıf seviyesinde öğrenim gören öğrencilerin tamamıdır. Örneklemi ise bu öğrenciler arasından belirlenen 100 öğrencidir.

3. Adım: Rastgeleliğin sağlanması

İstatistiksel araştırmalarda örneklemin evreni temsil etmesi gerekmektedir. Okulda bulunan tüm öğrencilere anketi uygulamak zaman, maliyet ve iş gücü bakımından mümkün olmayabilir ancak 620 öğrenci içinden örneklem olarak 100 öğrencinin belirlenmesinde rastgeleliğin sağlanması önemlidir. Zira seçilecek öğrencilerden elde edilecek sonuçların tüm okuldaki öğrencileri temsil etmesi gerekmektedir. Öğrencilerin isimlerinin veya numaralarının yazılı olduğu kâğıtların bir torbaya konulması ve bu kâğıtlardan 100 tanesinin çekilmesiyle örneklem belirlenebilir.

4. Adım: Değişkenlerin belirlenmesi

Bu araştırmada değişken, fiziksel etkinlik süresidir. Veriler toplanırken bu değişkeni etkileyecek farklı değişkenler bulunmamaktadır.

5. Adım: Verilerin nerede, ne zaman, nasıl ve kimler tarafından toplanacağının belirlenmesi

Veriler, yüz yüze uygulama ile anket formlarının öğrencilere dağıtılması ve doldurulması yoluyla toplanabileceği gibi dijital anket araçları ile de toplanabilir. Veriler yüz yüze toplanacaksa bir araştırmacı tarafından öğrencilere araştırmanın amacı ve uygulama süreci ile ilgili bilgi verilir. Dijital araçlarla veri toplanacaksa bir yönergeyle araştırmanın amacı ve süreç hakkında bilgi verilir. Örneklemdeki öğrenci sayısı göz önünde bulundurularak verilerin toplanması planlanabilir.

6. Adım: Verilerin kaydedilmesi

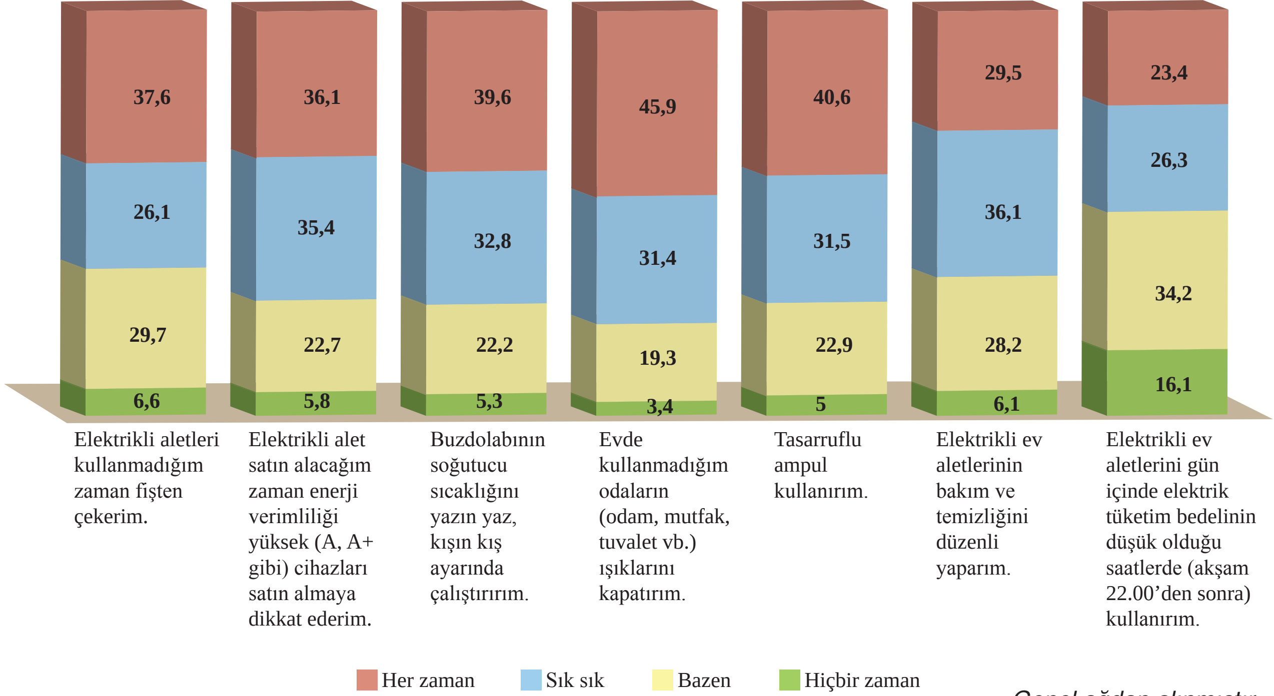
Veriler elektronik tablolama programına, istatistik yazılımlarına kaydedilebilir.

7. Adım: Verilerin gizliliğinin sağlanması, nesnel ve dürüst olunması

Veri toplama aşamasında kişisel verilerin korunmasına dikkat edilmeli, kişilerin haklarını ihlal edecek verilerin toplanmasından kaçınılmalıdır. Ayrıca toplanan veriler araştırmacının beklentileri doğrultusunda değiştirilmemeli, veriler üzerinde değişiklik yapılmamalıdır.

5. Sıra Sizde

T.C Ticaret Bakanlığı Tüketicinin Korunması ve Piyasa Gözetimi Genel Müdürlüğünün hazırladığı Türkiye İsraf Raporu'nun "Enerji Tüketimi ve İsrafı" bölümünde bireylerin evde elektrik tasarrufu sağlamaya yönelik davranışları ele alınmıştır. Bu doğrultuda elde edilen sonuçlar (%) aşağıdaki grafikte yer almaktadır.



Genel ağdan alınmıştır.

Grafikte elektrik tasarrufuna ilişkin tüm davranışları her zaman gerçekleştirme oranının %50'nin oldukça altında olduğu görülmektedir.

TÜİK verilerine göre 2021 yılında Türkiye'de kişi başı elektrik tüketimi yıllık 3386 kilovatsaattir. Bu bilgiden yola çıkarak okulunuzdaki öğrencilerin evlerindeki yıllık elektrik tüketim miktarını belirlemeye yönelik bir araştırma tasarladığınızı varsayınız. Araştırma sorunuz "........................ Lisesinde öğrenim gören öğrencilerin evlerindeki yıllık elektrik tüketim miktarı kilovatsaat cinsinden nasıl bir eğilim göstermektedir?" olsun (Boşluğa okulunuzun adını yazınız.).

Bu araştırma sorusu doğrultusunda nasıl bir veri toplama planı hazırlarsınız? Dörder kişilik gruplara ayrılınız. Aşağıda adımları verilen veri toplama planında bulunması gereken özellikleri dikkate alarak bir veri toplama planı yazınız.

Veri Toplama Planınız

1. Adım: Araştırma sorularına cevap bulmayı sağlayacak veri toplama aracının belirlenmesi veya oluşturulması

2. Adım: Evren ve örneklemin belirlenmesi

3. Adım: Rastgeleliğin sağlanması

4. Adım: Değişkenlerin belirlenmesi

5. Adım: Verilerin nerede, ne zaman, nasıl ve kimler tarafından toplanacağının belirlenmesi

6. Adım: Verilerin kaydedilmesi

7. Adım: Verilerin gizliliğinin sağlanması, nesnel ve dürüst olunması

Oluşturduğunuz veri toplama planını diğer gruplarla paylaşarak tartışınız. Üzerinde uzlaştığınız veri toplama planının son hâlini tekrar yazınız.

Üzerinde Uzlaştığınız Veri Toplama Planınız

1. Adım: Araştırma sorularına cevap bulmayı sağlayacak veri toplama aracının belirlenmesi veya oluşturulması

2. Adım: Evren ve örneklemin belirlenmesi

3. Adım: Rastgeleliğin sağlanması

4. Adım: Değişkenlerin belirlenmesi

5. Adım: Verilerin nerede, ne zaman, nasıl ve kimler tarafından toplanacağının belirlenmesi

6. Adım: Verilerin kaydedilmesi

7. Adım: Verilerin gizliliğinin sağlanması, nesnel ve dürüst olunması

3. Uygulama



İstatistiksel Araştırma Sorusu Oluşturma ve Veri Toplama Planı Hazırlama

Dörder kişilik gruplara ayrılınız ve aşağıdaki soruları cevaplayınız.

1. Grup olarak ilgi duyduğunuz, merak ettiğiniz nicel veri toplamayı gerektiren bir gerçek yaşam durumu belirleyiniz.
Belirlediğiniz nicel veri toplamayı gerektiren gerçek yaşam durumu:

2. Grup olarak belirlediğiniz nicel veri toplamayı gerektiren gerçek yaşam durumunu diğer gruplarla paylaşınız (Her grubun belirlediği gerçek yaşam durumu, liste hâlinde öğretmen tarafından tahtaya yazılacaktır.).

3. Tahtada yazılı olan nicel veri toplamayı gerektiren gerçek yaşam durumlarından birini sınıfça oylama yoluyla belirleyiniz.
Sınıfça belirlenen nicel veri toplamayı gerektiren gerçek yaşam durumu:

4. Grubunuzla sınıfça belirlenen nicel veri toplamayı gerektiren gerçek yaşam durumuna yönelik tek nicel değişkenli veri toplamayı gerektiren birer adet betimleyen ve karşılaştıran istatistiksel araştırma sorusu yazınız. Sorularınızı yazarken istatistiksel araştırma sorusu ölçütlerini dikkate alınız.
Betimleyen istatistiksel araştırma sorunuz:

Karşılaştıran istatistiksel araştırma sorunuz:

5. Grupça oluşturduğunuz soruları diğer gruplara sununuz. Diğer grupların araştırma sorularının istatistiksel araştırma sorusu kriterlerini taşıyıp taşımadığını karekodda verilen kontrol listesi yardımıyla inceleyiniz ve gruplarla tartışınız.

İstatistiksel araştırma sorusu ölçütleri kontrol formuna ulaşmak için karekodu okutunuz.



6. Sınıfça üzerinde tartışıp uzlaştığınız araştırma sorularını yazınız. İlk yazdığınız sorularla sınıfça uzlaşarak yazdığınız sorular arasındaki benzerlik ve farklılıkları değerlendiriniz.
Sınıfça uzlaştığınız betimleyen istatistiksel araştırma sorusu:

Sınıfça uzlaştığınız karşılaştıran istatistiksel araştırma sorusu:

7. Araştırma sorularınız doğrultusunda grubunuzla veri toplama planınızı hazırlayınız.

Veri Toplama Planı



8. Hazırladığınız veri toplama planını diğer gruplarla paylaşınız. Diğer grupların paylaştığı planları ise karekoddaki kontrol formunda yer alan veri toplama planında bulunması gereken özellikler açısından inceleyiniz. İnceleme sonunda fikirlerinizi diğer gruplarla paylaşarak tartışınız. Tartışma sonunda sınıfça uzlaştığınız tek bir veri toplama planı oluşturunuz.
Sınıfça uzlaştığınız veri toplama planı:

Veri toplama planı kontrol formuna ulaşmak için karekodu okutunuz.



9. Oluşturduğunuz veya hazır edindiğiniz veri toplama aracı ile verilerinizi toplayınız.

10. Elektronik tablolama programına veya istatistik yazılımına topladığınız verilerin girişini yapınız ve bu verileri 7. Uygulama bölümünde kullanmak için saklayınız.

Kontrol Noktası

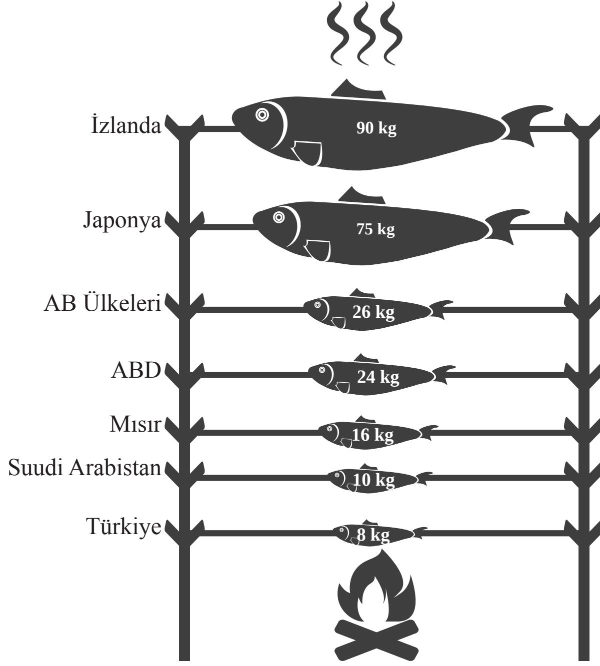


İstatistiksel araştırma sürecinde veri toplama planında bulunması gereken özellikler şunlardır:

- Araştırma sorularına cevap bulmayı sağlayacak veri toplama aracı belirlenmelidir. Veri toplama aracı araştırmacı tarafından oluşturulabilir veya araştırma sorusuna hizmet ediyorsa başkaları tarafından hazırlanan veri toplama araçları kullanılabilir.
- Evren ve örneklem belirlenmelidir.
- Rastgelelik sağlanmalıdır.
- Değişkenler belirlenmelidir.
- Verilerin nerede, ne zaman, nasıl ve kimler tarafından toplanacağı belirlenmelidir.
- Verilerin nereye kaydedileceği belirlenmelidir.
- Verilerin gizliliği sağlanmalıdır. Verilere nesnel yaklaşılmalı, müdahale edilmemelidir.

Nicel Veriye Dayalı İstatistiksel Araştırmalarda Veri Analizi Yapma ve Sonuçları Yorumlama

Lise öğrencisi Meltem, protein ve protein kaynakları konulu bir araştırma ödevi hazırlamaktadır. Araştırma raporunda aşağıdaki ifadeler yer almaktadır.



Görsel 6.2: *Bazı ülkelerde kişi başı tüketilen yıllık ortalama balık miktarı (ton)*

Proteinler insan vücudu için oldukça önemlidir. Dengeli bir şekilde tüketilen proteinin kaslar için olduğu kadar sinir sistemi için de önemi büyüktür. Protein kaynakları, bitkisel ve hayvansal protein kaynakları şeklinde ikiye ayrılmaktadır.

Hayvansal kaynaklı proteinlerden biri de balıktır. Özellikle Omega-3 yağı bakımından zengin olan balıklar başta cilt, kalp ve sinir sistemi olmak üzere vücut için oldukça faydalıdır.

Bu bilgilerden yola çıkan Meltem, bazı ülkelerde kişi başı tüketilen yıllık ortalama balık miktarını merak etmiş ve araştırması doğrultusunda Görsel 6.2'de yer alan bilgilere ulaşmıştır.

Meltem görseldeki bilgilere nasıl ulaşıldığını merak etmektedir. Sizce görselde yer alan bilgiler nasıl elde edilmiş olabilir? Sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.

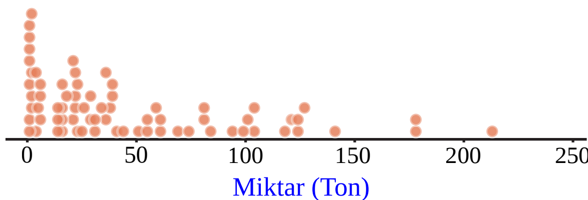
4. Uygulama

Veri Analizi Yapma

Aşağıdaki soruları verilen bilgilere göre cevaplayınız.

Türkiye'de iç su balıkları üretim çalışmaları "Türkiye İç Sularını Balıklandırma Projesi" kapsamında 1981 yılında T.C. Tarım ve Orman Bakanlığı Akdeniz Su Ürünleri Araştırma, Üretme ve Eğitim Enstitüsü Müdürlüğünce başlatılmıştır. Sazan balığı üretimiyle başlatılan çalışmalar, tatlı su kaynaklarına özgü farklı tür balıkların üretimiyle devam etmiştir. Enstitüde üretilen sazanların yaklaşık %90'ı yaklaşık 50 il, 500 göl ve göletin balıklandırılmasında kullanılmaktadır.

İç sularda yapılan balıklandırma çalışmaları için üretilen balık miktarı ile avlanan balık miktarını incelemeye yönelik araştırma yapan bir su ürünleri mühendisinin araştırmasında ulaştığı verilerden biri de 2022 yılında avlanan sazan balığı miktarıdır.

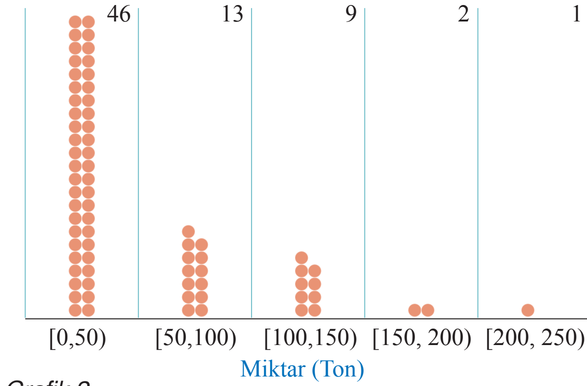


Grafik 1

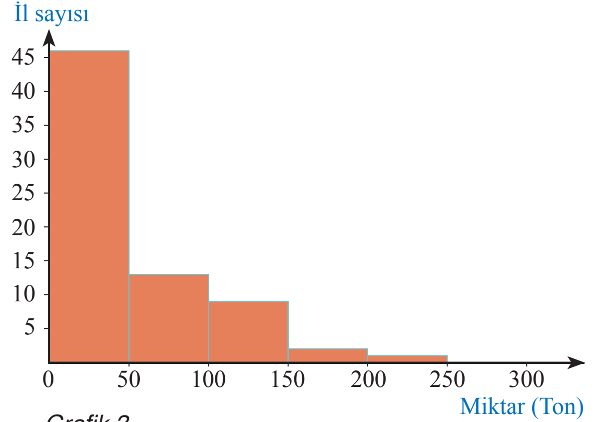
1. Su ürünleri mühendisi Türkiye'de 2022 yılında 71 ilde avlanan sazan balığı miktarlarına TÜİK verilerinden ulaşmış ve bu verileri analiz etmek için istatistik yazılımına verilerin girişini yapmıştır. Girişini yaptığı verilerle Grafik 1'de yer alan nokta grafiğini oluşturmuştur.

Grafik 1'deki dağılımı inceleyen su ürünleri mühendisi, bu dağılıma bakarak 2022 yılında Türkiye'nin 71 ilinde avlanan sazan balığı miktarı ile ilgili ne gibi bilgilere ulaşmış olabilir? Sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.

2. Su ürünleri mühendisi istatistik yazılımıyla Grafik 1'deki dağılımdan yola çıkarak Grafik 2 ve Grafik 3'ü oluşturmuştur.



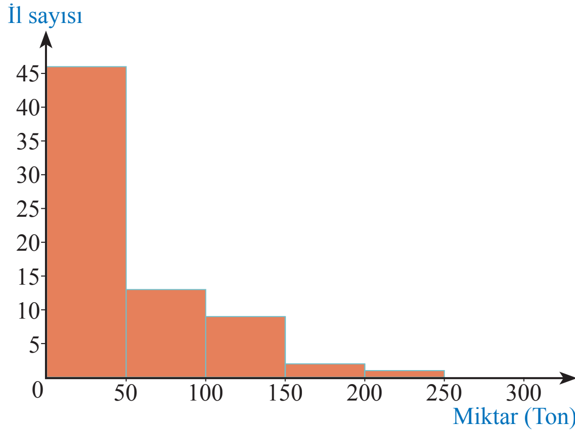
Grafik 2



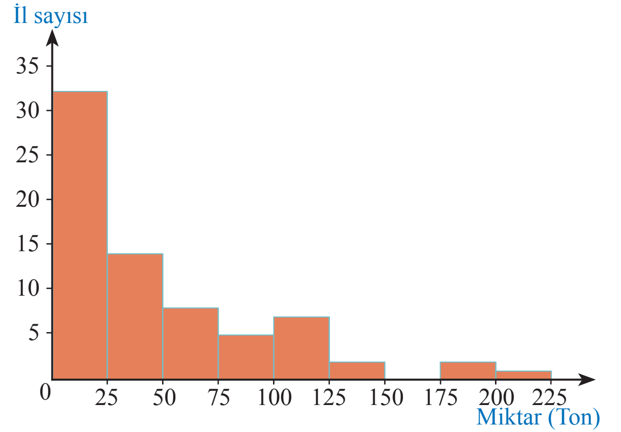
Grafik 3

Su ürünleri mühendisi, Grafik 2 ve Grafik 3'te yer alan verilerden hareketle 2022 yılında Türkiye'nin 71 ilinde avlanan sazan balığı miktarı ile ilgili ne tür bilgilere ulaşmış olabilir? Bu grafikleri Grafik 1 ile karşılaştırdığınızda iki grafik arasında ne gibi farklılıklar gördüğünüzü sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.

3. Grafik 4 ve Grafik 5'i inceleyiniz.



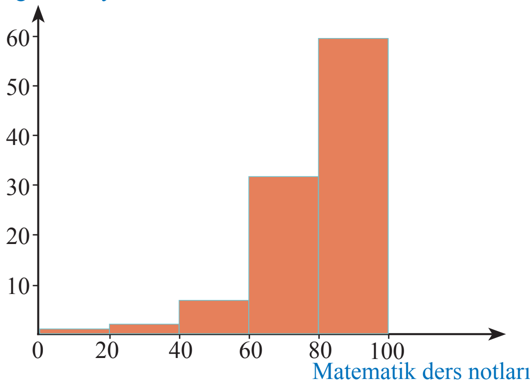
Grafik 4



Grafik 5

Grafik 4 ve Grafik 5'te Türkiye'nin 71 ilinde avlanan sazan balığı miktarının iki farklı şekilde gösterimi yer almaktadır. İki grafiği karşılaştırarak nelerin farklı göründüğünü belirleyiniz. Bu farklılıklar, grafiklerin sunduğu bilgileri nasıl farklılaştırmaktadır? Sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.

4. Grafik 4 ve Grafik 5'teki bilgilerle sütun grafiğindeki bilgiler arasında ne gibi benzerlik ve farklılıklar bulunmaktadır? Sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.



Grafik 6.3: *Bir grup öğrencinin matematik dersi notlarına ait histogram grafiği*

Veri görselleştirmede kullanılan araçlardan biri histogramdır. Histogram, verilerin belli aralıklardaki sıklığını sütunlarla gösteren bir grafiktir.

Grafik 6.3'te örnek bir histogram grafiği yer almaktadır.

Grafik 6.3'te histogram grafiğinin yatay ekseninde yer alan matematik dersi notlarının hangi sıklıkla yirmişer puanlık aralıklarda gözlendiği görülmektedir. Dikey eksen, her bir aralıkta gözlenen veri sayısını (frekans) göstermektedir.

5. Uygulama

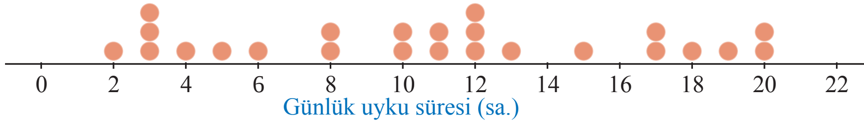


Veri Analizi Yapma

Aşağıdaki soruları verilen bilgilere göre cevaplayınız.

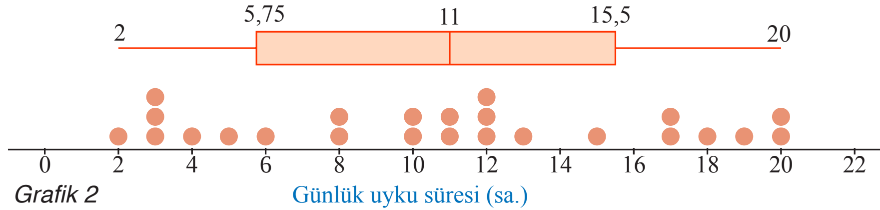
Araştırmacılar hayat döngüsünü anlayabilmek için canlıları gözlemleyerek sınıflandırmakta ve canlıların özelliklerini belirlemek için çalışmalar yapmaktadır. Bu çalışmalar, canlıların davranışları ve gelişimleri hakkında insanlara bilgiler sunmaktadır.

Bir grup araştırmacı, memeli türlerinin günlük uyku sürelerinin nasıl eğilim gösterdiğini görebilmek için 24 memeli türünün günlük uyku sürelerini belirlemiştir. Araştırmacıların elde ettiği verilerle oluşturduğu nokta grafiği, Grafik 1'de yer almaktadır.



Grafik 1

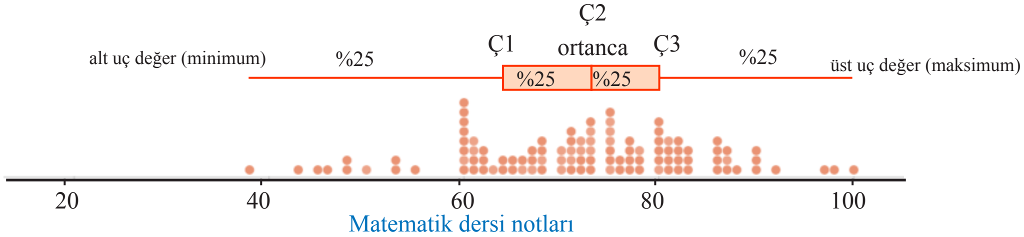
Araştırmacılar Grafik 1'deki verileri analiz etmek için Grafik 2'de görülen veri görselleştirme aracını kullanmıştır.



Grafik 2

Grafik 2'de yer alan veri görselleştirme aracındaki değerler, nokta grafiği ile verilen dağılımın hangi değerlerini temsil ediyor olabilir? Sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.

Dağılımları karşılaştırmak için kullanılan farklı bir görselleştirme aracı da kutu grafiğidir. Kutu grafiği; bir dağılımın en küçük (minimum) değer, alt çeyrek değer (Ç1 veya %25'lik dilim), ortanca (Ç2 veya %50'lik dilim), üst çeyrek değer (Ç3 veya %75'lik dilim) ve en büyük (maksimum) değerden oluşan beş sayılı özetinin görselleştirilmesidir. Başka bir deyişle beş sayılı özet verileri ile çeyrekler oluşturulur (Her grup verilerin yaklaşık %25'ini içerir.) ve ardından bu değerler kutu grafiği çizmek için kullanır. Beş sayılı özetle oluşturulan bir kutu grafiği örneği Grafik 6.4'te yer almaktadır.



Grafik 6.4: *Kutu grafiği üzerinde beş sayılı özet değerlerinin gösterilmesi*

Çeyreklikleri bulmak için veriler sıralanır ve sıralanan veriler her grupta yaklaşık aynı sayıda veri noktası olacak şekilde dört parçaya bölünür. Verilerin yaklaşık %25'i alt çeyreklik (Ç1) değerinin, yaklaşık %50'si ikinci çeyreklik (Ç2 aynı zamanda ortanca) değerinin ve yaklaşık %75'i üst çeyreklik (Ç3) değerinin altındadır. Kutu grafiğinde üst uç değer (maksimum) ile alt uç değer (minimum) arasındaki fark, açıklığı vermektedir. Açıklık, verilerin yayılımı hakkında fikir veren ve yaygın olarak kullanılan bir yayılım ölçüsü olsa da aykırı değerlerden etkilenmektedir. Bu nedenle aykırı değerlerden daha az etkilenen çeyrekler açıklığının kullanılması açıklığa göre daha güvenilir bilgi sunmaktadır. Çeyrekler açıklığı, sıralanmış bir veri dizisinin ortanca etrafında toplanmış %50'sini diğer bir deyişle Ç3 ile Ç1 aralığını (Ç3-Ç1) gösteren bir yayılım ölçüsüdür.

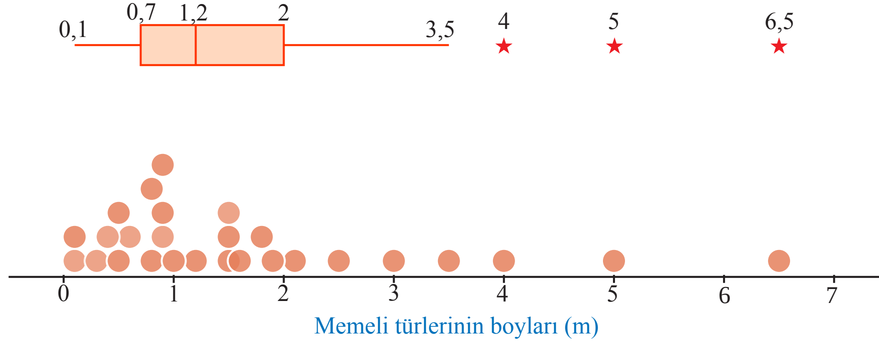
6. Uygulama



Veri Analizi Yapma

Memeli türlerinin gelişim özelliklerinin incelendiği araştırmada araştırmacılar, 27 memeli türünün boyunu da kaydetmiştir. Araştırmacıların elde ettiği verilerle oluşturduğu aşağıdaki grafiklere göre soruları cevaplayınız.

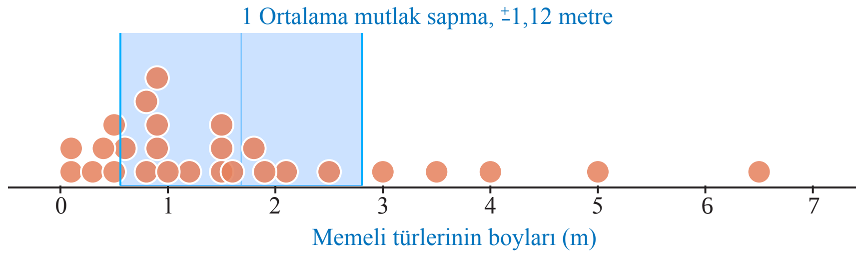
1. Araştırmacıların verileri analiz etmek için kullandığı veri görselleştirme araçlarından biri Grafik 1'de görülmektedir.



Grafik 1

Grafik 1'deki veri görselleştirme aracında verilen değerler, dağılımın hangi değerlerini temsil ediyor olabilir? Sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.

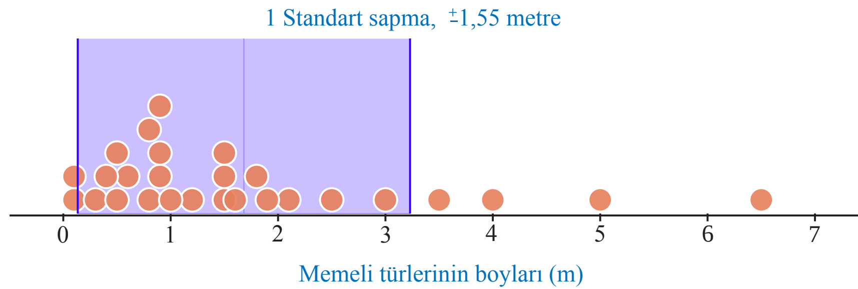
2. Araştırmacıların dağılımın ortalama mutlak sapma değerini ve bu değerden yola çıkarak dağılımın nasıl yayıldığını görebilmek için kullandığı veri özetleme aracı Grafik 2'de verilmiştir.



Grafik 2

Grafik 2'deki veri özetleme aracında verilen ortalama mutlak sapma değeri, nokta grafiği ile verilen dağılımın hangi değerlerini temsil ediyor olabilir? Sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.

3. Araştırmacıların dağılımın nasıl yayıldığını görebilmek için kullandığı bir diğer veri özetleme aracı Grafik 3'te görülmektedir.



Grafik 3

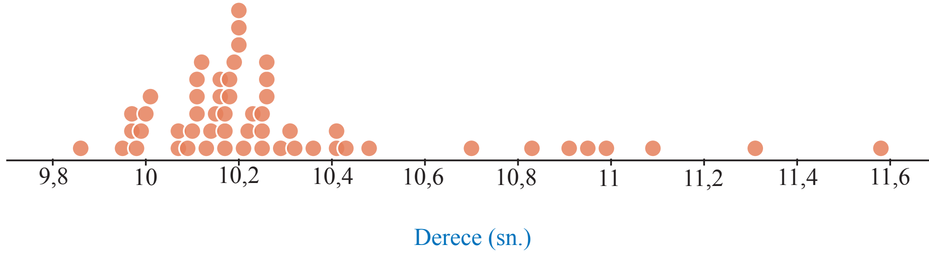
Grafik 2 ve Grafik 3'ü karşılaştırarak iki veri özetleme aracının sunduğu bilgileri düşününüz. Her iki veri görselleştirme aracında oluşan boyalı alanların sınırlarının yaklaşık olarak hangi değerler arasında olduğunu inceleyiniz. Sınırlar arasında kalan alanların hangi bilgileri sunduğunu ve bölge sınırları arasındaki farkın nedenlerini sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.

Ortalama mutlak sapma ve standart sapma ölçüleri, verilerin yayılımına ilişkin bilgi verir ve verileri ortalama ile karşılaştırır. Ortalama mutlak sapma, bir dağılımdaki her bir verinin ortalamadan ne kadar saptığına odaklanır. Bu sapmaların mutlak değerlerinin ortalaması ortalama mutlak sapma değerini verir. Ortalama mutlak sapma, dağılımdaki verilerin nasıl yayıldığına ilişkin bilgi verse de dağılımın bütününü temsil etmekte yetersiz kalabilir. Bu noktada verilerin nasıl yayıldığını belirleyebilmek için dağılımdaki tüm verileri dikkate alarak daha hassas bir özetleme aracı olan standart sapma kullanılabilir. Standart sapma, verilerin ortalamaya göre yayılımını gösteren istatistiksel bir ölçüdür. Standart sapma aralığı, ortalama mutlak sapma aralığına göre daha fazla değeri kapsar ve ortalama sapma aralığından daha güvenilirdir.

5. ÖRNEK

Atletizm sporu için Olimpiyat Oyunları'ndan sonraki en önemli organizasyon olarak görülen ve iki yılda bir düzenlenen Dünya Atletizm Şampiyonası'na 200'ün üzerinde ülke katılmaktadır.

Dünya Atletizm Şampiyonası'nın erkekler 100 metre koşusuna katılmak isteyen bir ülkenin atletizm federasyonu, 100 metre koşusuna hazırlanacak erkek atletlerin koşu performanslarını değerlendirebilmek için 2023 yılındaki şampiyonada 100 metre koşusunda yarışan atletlerin performanslarına bakmak istemektedir. Bu amaçla 2023 yılında yapılan Dünya Atletizm Şampiyonası'nda 100 metre koşusunda yarışan 55 atletin birinci tur elemelerinde elde ettiği dereceleri kaydetmiştir. Şampiyonada birinci olan atletin derecesi 9,86 saniye, sonuncu olan atletin derecesi 11,58 saniyedir. Elde edilen verilere ait nokta grafiği aşağıda yer almaktadır.



Atletizm federasyonu, 2023 Dünya Atletizm Şampiyonası erkekler 100 metre koşusuna katılan 55 atletin derecelerinden yola çıkarak aşağıdaki soruları hazırlamıştır. Hazırlanan soruları uygun görselleştirme ve/veya özetleme araçlarını seçerek cevaplayınız.

a) 2023 Dünya Atletizm Şampiyonası erkekler 100 metre yarışmasına katılan atletlerin koşu dereceleri arasında en yüksek performans ile en düşük performans arasındaki fark kaç saniyedir?

b) 2023 Dünya Atletizm Şampiyonası erkekler 100 metre yarışmasına katılan atletlerin koşu dereceleri saniye cinsinden nasıl bir eğilim göstermektedir?

c) 2023 Dünya Atletizm Şampiyonası erkekler 100 metre yarışmasına katılan atletlerin koşu derecelerine ait veri dağılımının merkezine yığılan performans dereceleri hangi aralıklarda yoğunlaşmaktadır?

ç) 2023 Dünya Atletizm Şampiyonası erkekler 100 metre yarışmasına katılan atletlerin dereceleri 0,2 santisaniye zaman aralıklarında nasıl yoğunlaşmaktadır?

d) 2023 Dünya Atletizm Şampiyonası erkekler 100 metre yarışmasına katılan atletlerin elde ettiği dereceler, tüm atletlerin derecelerinin ortalama değerine göre nasıl yayılım göstermektedir?

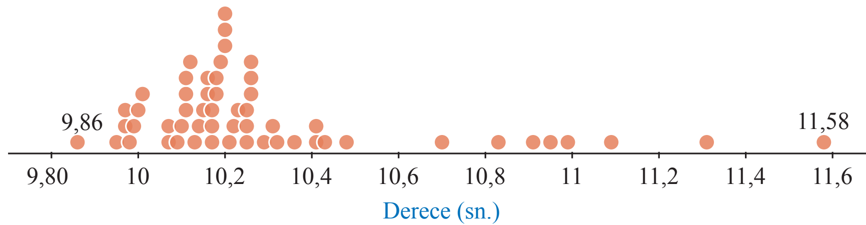
e) Bulgularınızdan hareketle farklı bir organizasyon olan Olimpiyat Oyunları 100 Metre Atletizm Müsabakaları'na katılan erkek atletlerin koşu derecelerinin eğilimi hakkında ne söyleyebilirsiniz? 2023 Dünya Atletizm Şampiyonası'na katılan erkek atletlerin derecelerinin eğilimiyle benzerlik ve farklılıklarına yönelik ne gibi çıkarımlarda bulunabilirsiniz?

İstatistik yazılımı ile ilgili videoya ulaşmak için karekodu okutunuz.



Çözüm

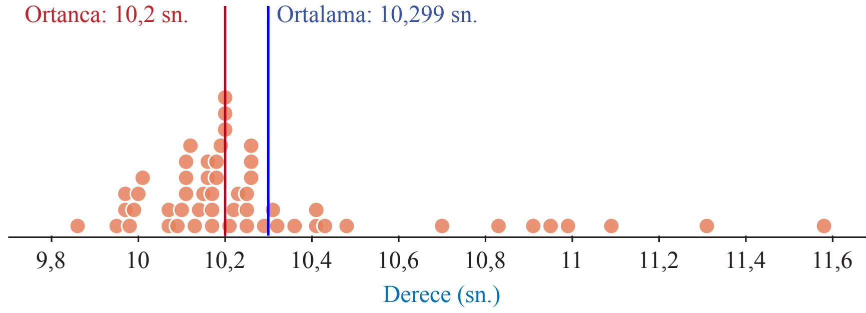
a) 2023 Dünya Atletizm Şampiyonası erkekler 100 metre yarışmasına katılan atletlerin koşu dereceleri değerlendirilirken üst uç değer olan en yüksek performans ile alt uç değer olan en düşük performans arasındaki farkı belirlemek için yayılım ölçülerinden açıklık değerine bakılması gerekmektedir. Grafik 1'de atletlerin en düşük ve en yüksek performans değeri görülmektedir.



Grafik 1

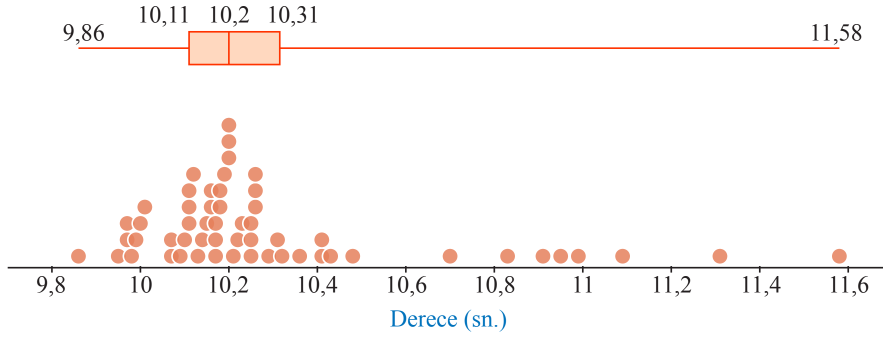
Grafik 1'de görüldüğü üzere atletler içinde en yüksek performansı göstererek birinci olan atletin derecesi 9,86 saniye iken en düşük performansı göstererek sonuncu olan atletin derecesi 11,58 saniyedir. Bu verilerden yola çıkılarak dağılımın açıklığının 11,58 - 9,86 = 1,72 saniye olduğu görülmektedir. Bu değer, en yüksek performansa sahip atletle en düşük performansa sahip atlet arasındaki derece farkını ve atletlerin performans derecelerinin 1,72 saniyelik bir aralıkta yer aldığını göstermektedir.

b) 2023 Dünya Atletizm Şampiyonası erkekler 100 metre yarışmasına katılan atletlerin koşu derecelerini yaklaşık olarak belirleyebilmek için merkezî eğilim ölçülerinden aritmetik ortalama ve ortanca değerine bakılmalıdır. Atletlerin aritmetik ortalama ve ortanca değerleri Grafik 2'de yer almaktadır.



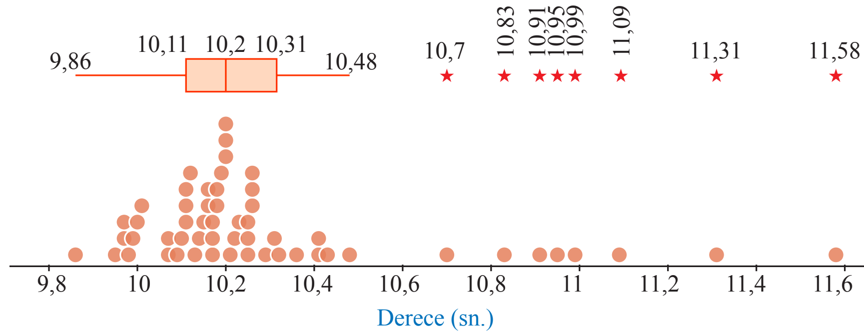
Grafik 2

Değerler incelendiğinde aritmetik ortalama değerinin 10,299 saniye ve ortanca değerinin 10,2 saniye olduğu görülmektedir. Her ne kadar değerler birbirine yakın görünüyor olsa da 100 metre koşularında santisaniyelik farkların oldukça önemli ve belirleyici olduğu bilinmektedir. Bunun için dağılımdaki aykırı değerlerin belirlenmesi, aritmetik ortalama ve ortanca değerlerinin buna göre yorumlanması gerekmektedir. Çünkü aritmetik ortalama değeri, aykırı değerlerden etkilenmektedir. Bir dağılımda aykırı değerlerin görüldüğü veri görselleştirme araçlarından biri kutu grafiğidir. Grafik 3'te dağılıma ait kutu grafiği yer almaktadır.



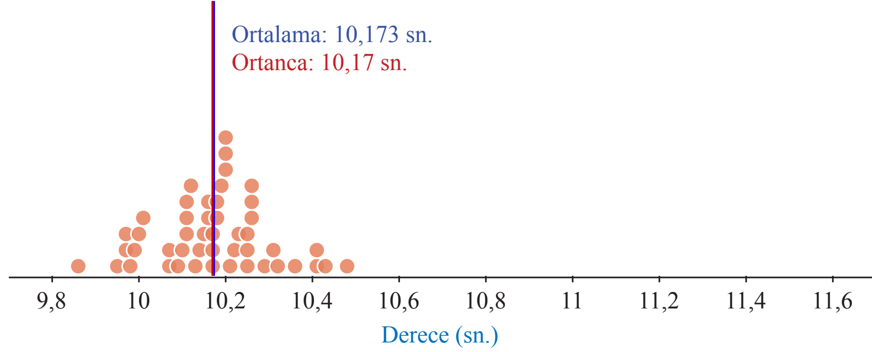
Grafik 3

Nicel veri dağılımı, kutu grafiği ile incelendiğinde verilerin yoğunlaştığı bölgenin sağında ve görece uzağında kalan verilerin aykırı veriler olduğu söylenebilir ancak teknoloji desteğiyle kutu grafiği üzerinden aykırı değerleri görmek mümkündür. Grafik 4'te kutu grafiğinin aykırı değerlerinin görüldüğü hâli yer almaktadır.



Grafik 4

Kutu grafiğinin bu formunda aykırı değerler + ile işaretlenen değerlerdir. Bu değerler, dağılımın aritmetik ortalama değerini etkilemektedir. Aykırı değerler ihmal edildiğinde dağılıma ait aritmetik ortalama ve ortanca değerleri Grafik 5'te yer almaktadır.



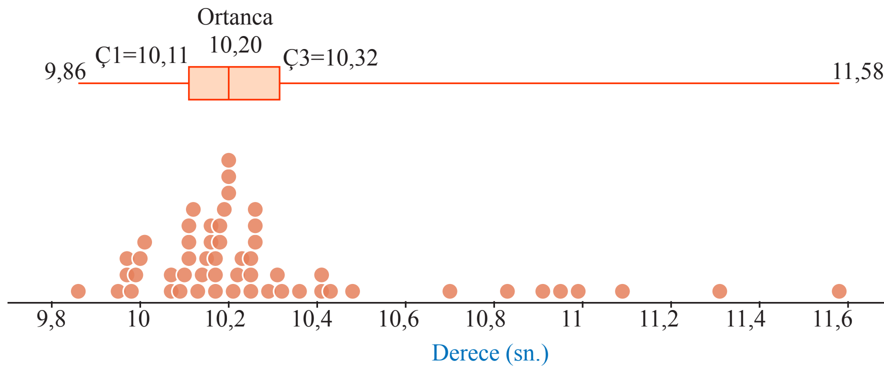
Grafik 5

Grafik 5'te görüldüğü üzere aykırı değerler dikkate alındığında dağılımın aritmetik ortalaması 10,299 saniyeyken aykırı değerler dikkate alınmadığında bu değerin 10,173 saniye olduğu, aykırı değerler dikkate alındığında dağılımın ortancası 10,2 saniyeyken aykırı değerler dikkate alınmadığında bu değerin 10,17 saniye olduğu görülmektedir. Diğer bir deyişle aritmetik ortalamanın aykırı değerlerden aritmetik ortalamaya göre daha az etkilendiği ancak ortancanın etkilenmediği söylenebilir.

Elde edilen sonuçlar doğrultusunda "2023 Dünya Atletizm Şampiyonası erkekler 100 metre yarışmasına katılan atletlerin koşu dereceleri saniye cinsinden nasıl bir eğilim göstermektedir?" sorusunu dağılımdaki aykırı değerleri göz önünde bulundurarak Grafik 3'te yer alan ortanca değeri ile cevaplamak daha doğru olacaktır. Bu durumda araştırma sorusunun cevabı aşağıdaki gibidir.

"2023 Dünya Atletizm Şampiyonası erkekler 100 metre yarışmasına katılan atletlerin koşu dereceleri yaklaşık 10,2 saniyedir."

c) 2023 Dünya Atletizm Şampiyonası erkekler 100 metre yarışmasına katılan atletlerin koşu derecelerine ait veri dağılımının merkezine yığılan performans derecelerinin hangi aralıklarda yoğunlaştığını görebilmek için kutu grafiği incelenmelidir. Grafik 6'da dağılıma ait kutu grafiği yer almaktadır.

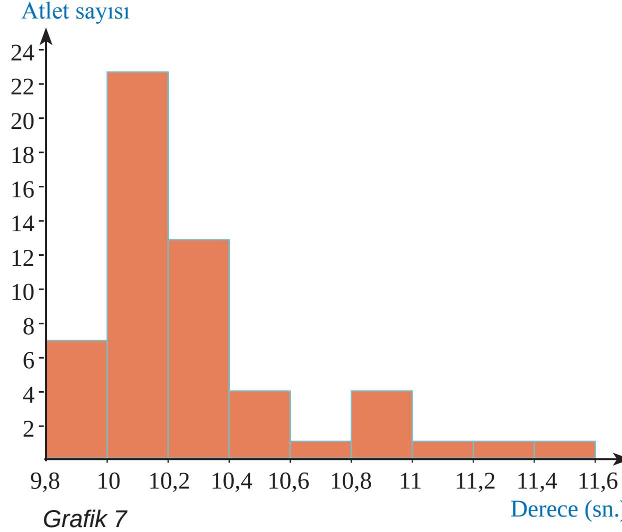


Grafik 6

Kutu grafiğindeki bilgilerden yola çıkılarak 2023 Dünya Atletizm Şampiyonası erkekler 100 metre yarışmasına katılan atletlerin koşu derecelerine ait veri dağılımının merkezine yığılan performans derecelerinin hangi aralıklarda yoğunlaştığını görebilmek için kutu grafiğinde yer alan beş sayılı özetlerden alt çeyrek ve üst çeyrek arasındaki değerlere bakılabilir. Bu değerler, dağılımdaki verilerin %50'sinin bu aralıkta yoğunlaştığını göstermektedir. Bu durumda araştırma sorusunun cevabı aşağıdaki gibidir.

2023 Dünya Atletizm Şampiyonası erkekler 100 metre yarışmasına katılan atletlerin %50'sinin elde ettiği dereceler 10,11 saniye ile 10,32 saniye arasındadır.

ç) 2023 Dünya Atletizm Şampiyonası erkekler 100 metre yarışmasına katılan atletlerin 0,2 santisaniyelik zaman aralıklarında derece elde etme durumlarını görebilmek için incelenmesi gereken veri görselleştirme aracı histogram grafiğidir. Histogram grafiği; verilerin seçilen hangi aralıklarda, hangi sıklıklarda gözlemlendiğini gösteren bir veri görselleştirme aracıdır. Grafik 7'de 2023 Dünya Atletizm Şampiyonası erkekler 100 metre yarışmasına katılan atletlerin 0,2 santisaniyelik zaman aralıklarında derece elde etme durumlarını gösteren histogram grafiği yer almaktadır.

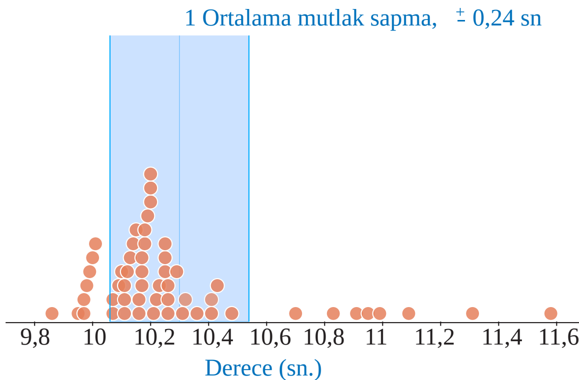


Grafik 7

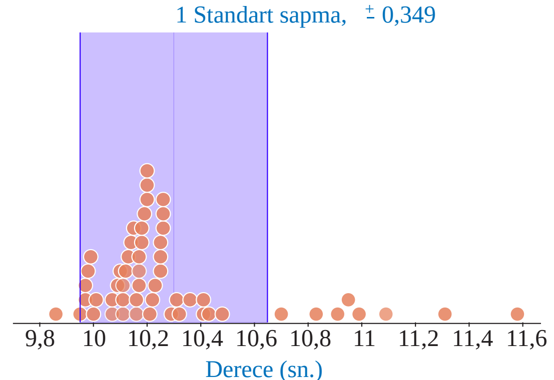
Grafik 7'deki bilgilerden yararlanılarak atletlerin derecelerinin 0,2 santisaniyelik aralıklara nasıl dağıldığı görülebilir. Örneğin 23 atletin dereceleri 10 saniye ile 10,2 saniye arasında, 4 atletin dereceleri 10,4 saniye ile 10,6 saniye arasındadır.

Araştırma sorusuyla elde edilmek istenen bilgi doğrultusunda histogram grafiğinde aralıklar değiştirilebilir. Örnekte 0,2 santisaniye olarak belirlenen aralık örneğin 0,1 santisaniye veya 1 saniye olarak değiştirilerek dağılıma ait yeni histogram grafikleri oluşturulabilir.

d) 2023 Dünya Atletizm Şampiyonası erkekler 100 metre yarışmasına katılan atletlerin elde ettiği derecelerin tüm atletlerin derecelerinin ortalama değerine göre nasıl yayılım gösterdiğini görebilmek için bakılabilecek yayılım ölçüleri, ortalama mutlak sapma ve standart sapma ölçüleridir. Grafik 8'de dağılımın ortalama mutlak sapması ve Grafik 9'da standart sapması yer almaktadır.



Grafik 8



Grafik 9

Grafik 8'de yer alan verilerin ortalama mutlak sapma değerinin 0,24 sn. olduğu görülmektedir. Bu değer, ortalama mutlak sapma aralığının dağılımın aritmetik ortalaması olan 10,299 sn. değerinin 0,24 sn. eksiği ve 0,24 sn. fazlası ile oluşan aralıkta olduğunu göstermektedir. Bu durumda ortalama mutlak sapma aralığı, 10,299 ± 0,24 sn. aralığındadır. Yani atletlerin çoğunluğu 10,059 sn. ile 10,539 sn. arasında dereceler elde etmiştir ancak bu aralık, standart sapma değerine göre farklılaşmaktadır. Grafik 9'da görülen standart sapma aralığı ise 10,299 ± 0,349 sn. aralığındadır. Yani atletlerin çoğunluğu, 9,95 sn. ile 10,648 sn. aralığında dereceler elde etmiştir. Her ne kadar ortalama mutlak sapma ile standart sapma aralıkları birbirine çok yakın görünse de Grafik 8 *ve* Grafik 9'a bakıldığında standart sapma aralığındaki atlet sayısının daha fazla olduğu görülmektedir.

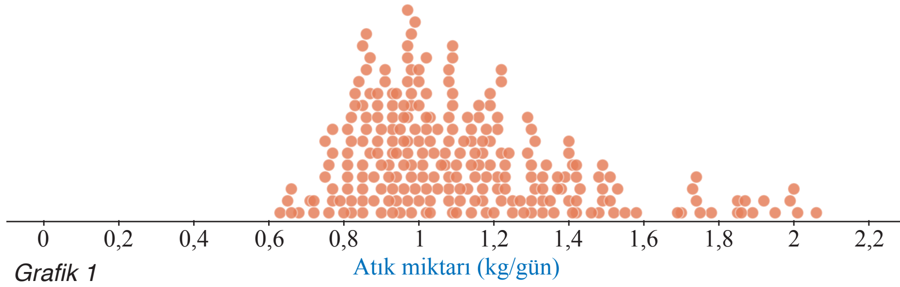
e) 2023 Dünya Atletizm Şampiyonası'na katılan erkek atletlerin 100 metre koşu derecelerine yönelik histogram grafiği incelendiğinde atletlerin çoğunluğunun 10-10,4 saniye aralığında yoğunlaştığı görülmektedir. Bu bulgudan hareketle Olimpiyat Oyunları 100 metre atletizm yarışmasına katılan erkek atletlerin koşu derecelerinin de benzer bir dağılım göstermesi beklenir.

6. ÖRNEK

Dünya Bankası, dünya genelinde evsel katı atık miktarının yıllık yaklaşık 2 milyar ton olduğunu belirtmektedir. Kişi başına günlük katı atık miktarı yaklaşık 0,75 kilogramdır. Ülkelerin gelişmişlik seviyelerine göre kişi başı günlük katı atık miktarı 0,1 kg ile 4,5 kg arasında değişmektedir.

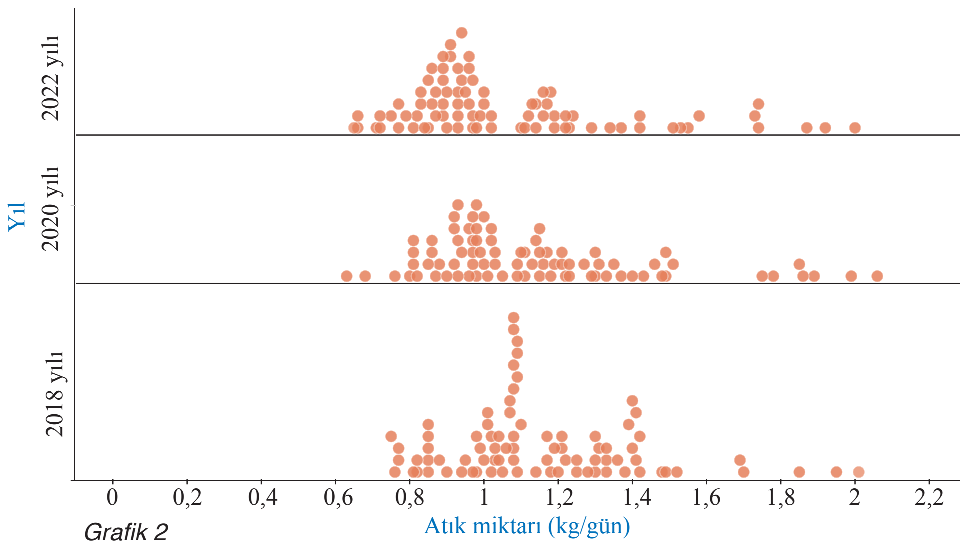
Bu bilgilerden hareketle aşağıda 2018, 2020 ve 2022 yıllarında Türkiye'nin 81 ilinde kişi başı günlük katı atık miktarlarına ait TÜİK verileri yer almaktadır. Verilen bilgiler doğrultusunda uygun görselleştirme ve/veya özetleme araçlarını seçerek soruları cevaplayınız.

a) Aşağıdaki grafikte 2018, 2020 ve 2022 yıllarında Türkiye'nin 81 ilinde kişi başı günlük katı atık miktarları yıl ayrımı yapılmadan verilmiştir. Üç yıllık verilerin tamamı incelendiğinde Türkiye'deki kişi başı günlük katı atık miktarı kilogram cinsinden nasıl eğilim göstermektedir?



Grafik 1

b) Aşağıdaki grafikte 2018, 2020 ve 2022 yıllarında Türkiye'nin 81 ilinde kişi başı günlük katı atık miktarları yıllar bazında yer almaktadır. Türkiye'deki kişi başı günlük katı atık miktarı yıllara göre kilogram cinsinden nasıl eğilim göstermektedir?

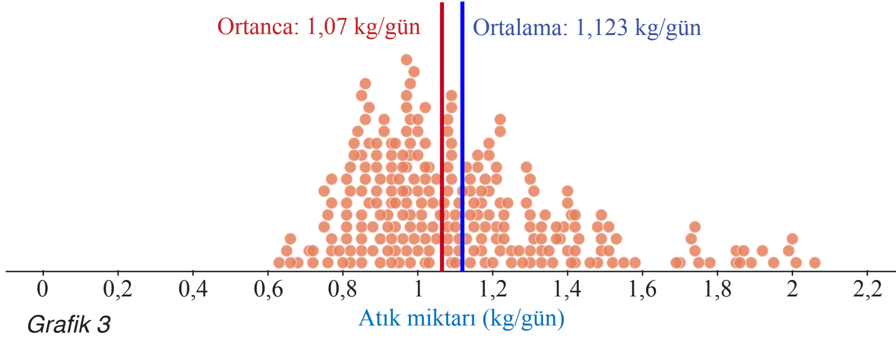


Grafik 2

c) Elde ettiğiniz bulgulardan hareketle 2024 yılında Türkiye'nin 81 ilindeki kişi başı günlük katı atık miktarının kg cinsinden nasıl bir eğilim göstermesi beklenir?

Çözüm

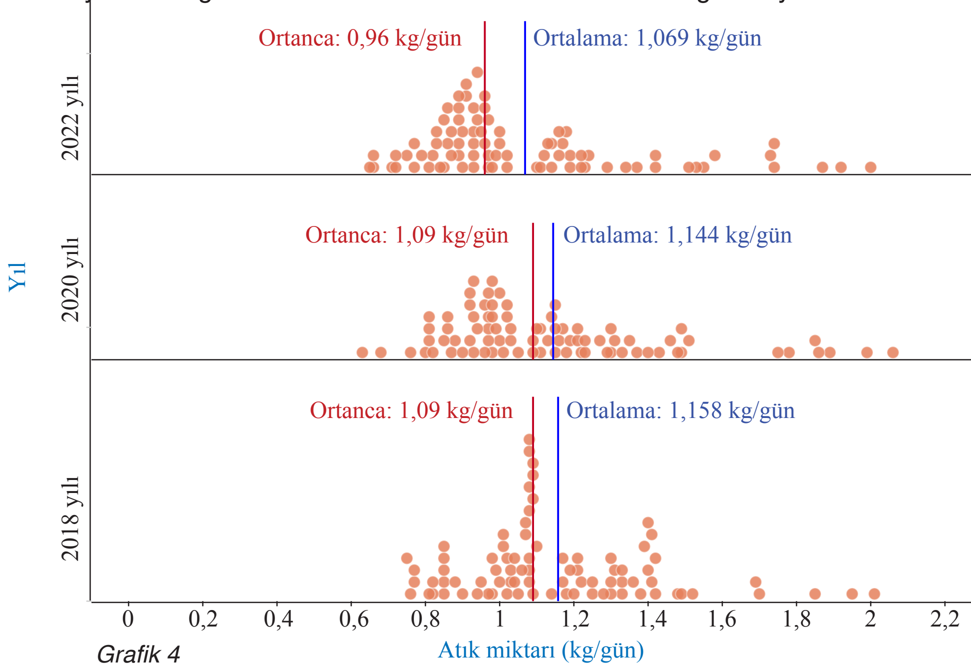
a) Verilerin merkezinin nereye eğilim gösterdiğini görebilmek için grafik üzerinde merkezî eğilim değerlerinden aritmetik ortalama ve ortancaya bakmak gerekmektedir. Aşağıdaki grafikte dağılımın aritmetik ortalama ve ortanca değerleri yer almaktadır.



Grafik 3

Grafikteki değerler incelendiğinde aritmetik ortalamanın 1,123 kg ve ortancanın 1,07 kg olduğu görülmektedir. Dağılımda 2 kg civarında yığılan verilerin ortalamayı etkilediği öngörülebilir. Bu durumda dağılımın eğilim gösterdiği merkezin 1,07 kg olduğu söylenebilir. Dolayısıyla 2018, 2020 ve 2022 yıllarında Türkiye'nin kişi başı günlük katı atık miktarının yaklaşık olarak 1,07 kg olduğu söylenebilir.

b) Verilerin merkezinin nereye eğilim gösterdiğini görebilmek için grafik üzerinde merkezî eğilim değerlerinden aritmetik ortalama ve ortancaya bakmak gerekmektedir. Aşağıdaki grafikte her üç yıla ait dağılımların aritmetik ortalama ve ortanca değerleri yer almaktadır.

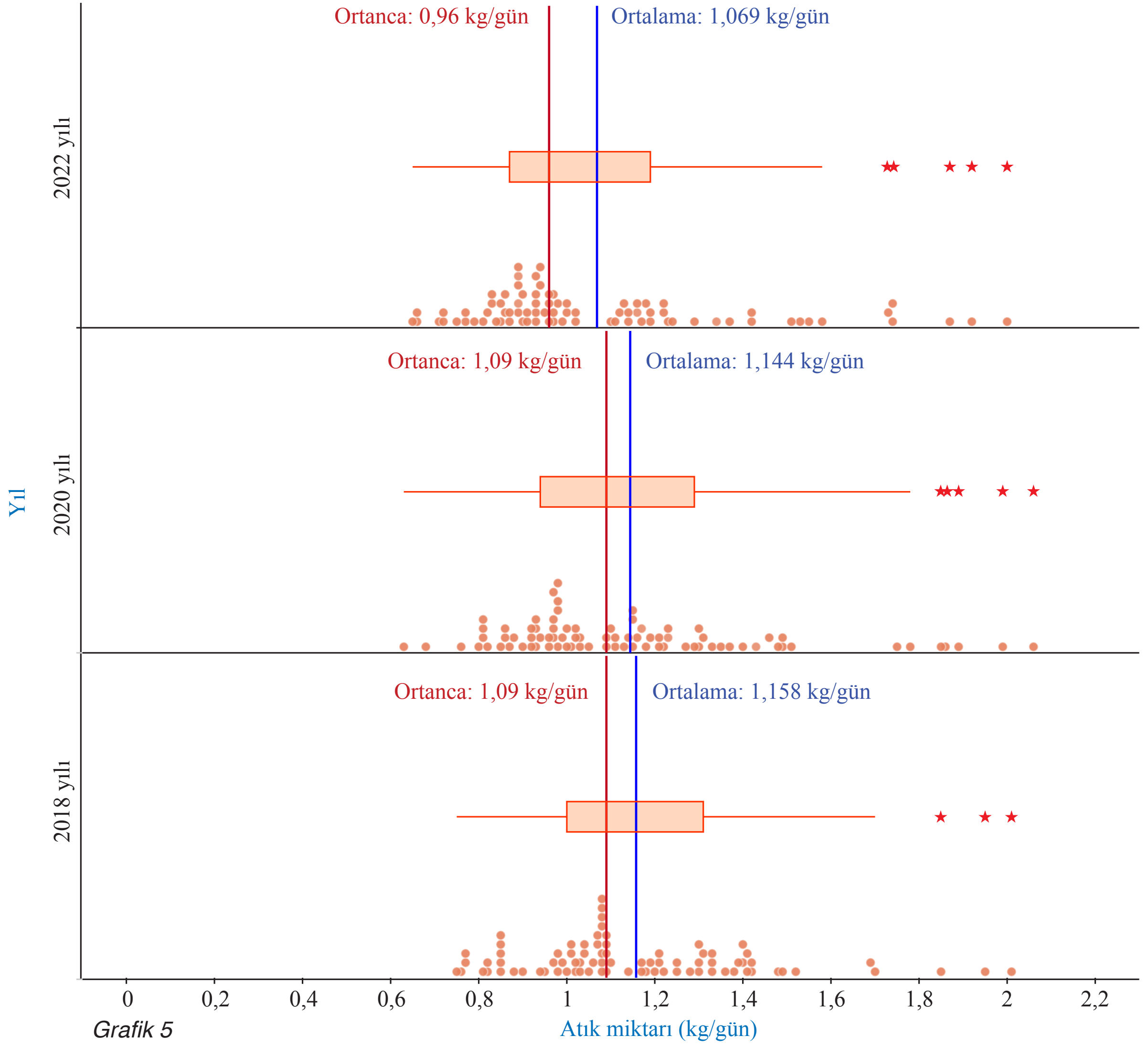


Grafik 4

Grafikteki değerler incelendiğinde 2018 yılına ait verilerin aritmetik ortalamasının 1,158 kg ve ortancanın 1,09 kg, 2020 yılına ait verilerin aritmetik ortalamasının 1,144 kg ve ortancanın 1,09 kg, 2022 yılına ait verilerin aritmetik ortalamasının 1,069 kg ve ortancanın 0,96 kg olduğu görülmektedir. Her üç yıla ait verilerin dağılımında 1,8 kg civarında yığılan verilerin ortalamayı etkilediği öngörülebilir. Dolayısıyla 2018 ve 2020 yıllarında Türkiye'nin kişi başı günlük katı atık miktarının

yaklaşık olarak 1,09 kg, 2022 yılında Türkiye'nin kişi başı günlük katı atık miktarının yaklaşık olarak 0,96 kg olduğu söylenebilir.

c) 2024 yılında Türkiye'nin 81 ilindeki kişi başı günlük katı atık miktarının kg cinsinden nasıl bir eğilim gösterdiğini görebilmek için dağılımların aritmetik ortalama ve ortanca değerleri ile birlikte kutu grafiklerine de bakmak gerekmektedir.



Grafik 5

Türkiye'nin kişi başı günlük katı atık miktarının 2018, 2020 ve 2022 yıllarına ait kutu grafikleri üzerinden yayılımları incelendiğinde dağılımların yayılımlarının benzerlik gösterdiği görülmektedir. Buna dayanarak 2024 yılına ait dağılımın da benzer bir yayılım göstermesi muhtemeldir.

6. Sıra Sizde

Turizm sektörü, ülkelerin ekonomik kalkınmasında önemli bir yere sahiptir. Türkiye, sahip olduğu tarihî ve doğal alanlar sayesinde turizm bakımından önemli bir potansiyele sahiptir. Bu potansiyel, Türkiye Yüzyılı projeleri kapsamında "Doğa Turizmi" programının geliştirilmesine katkıda bulunmuştur. Program; korunan alanlarda (millî park, tabiat parkı, sulak alanlar gibi) yapılacak altyapı ve üstyapı düzenlemeleri ile Türkiye'nin tanınırlığının artırılmasını, yöre halkının doğa turizminden elde ettiği gelirlerin artırılarak ekonomik yönden desteklenmesini amaçlamaktadır.

Bu doğrultuda Türkiye Cumhuriyeti Tarım ve Orman Bakanlığı yönetimindeki millî park, tabiat parkı gibi korunan alanların bulunduğu 81 ilde Doğa Turizmi Stratejisi Eylem Planı hazırlanmıştır. Bu plana bağlı olarak hazırlanan Doğa Turizmi Uygulama Eylem Planları ile her alanda uygulanabilir doğa turizmi faaliyetleri, rotaları ve etkinliklerinin planlaması sağlanmıştır.

Türkiye'de doğa turizmi ile ilgili araştırma projesi yapan bir grup lise öğrencisi, 2020-2023 yılları arasında Türkiye'nin turizm gelirlerini belirlemek istemektedir. TÜİK verilerine ulaşan öğrenciler, Türkiye'nin 2020-2023 yılları arasındaki turizm gelirlerinin aylara göre dağılımını içeren aşağıdaki tabloyu oluşturmuştur.

Aylar	2020 Yılı Turizm Gelirleri (x1000 Dolar)	2021 Yılı Turizm Gelirleri (x1000 Dolar)	2022 Yılı Turizm Gelirleri (x1000 Dolar)	2023 Yılı Turizm Gelirleri (x1000 Dolar)
Ocak	2 085 858	854 475	2 255 632	3 314 265
Şubat	1 682 608	722 424	1 875 432	2 513 934
Mart	895 926	1 059 071	2 439 132	2 930 860
Nisan	175 638	1 198 135	2 460 332	3 181 209
Mayıs	196 363	1 035 086	3 596 132	4 294 508
Haziran	275 473	1 870 861	4 480 917	5 539 501
Temmuz	711 042	3 844 761	5 485 658	6 321 338
Ağustos	2 054 698	5 641 288	6 742 144	7 616 302
Eylül	2 356 564	4 640 682	5 647 309	6 330 953
Ekim	2 301 315	4 678 158	5 844 119	6 241 932
Kasım	1 178 102	2 511 421	3 255 279	3 398 887
Aralık	903 685	2 117 226	2 395 784	2 631 854

Türkiye turizm gelirleri veri dosyasına ulaşmak için karekodu okutunuz.



Karekodda yer alan veri dosyasını istatistik yazılımına aktarınız. Araştırmayı gerçekleştiren öğrencilerin hazırladığı istatistiksel araştırma soruları doğrultusunda uygun görselleştirme ve/veya özetleme araçlarını seçerek analizlerinizi yapınız. Aşağıdaki soruları cevaplayınız. Cevaplarınızı sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.

a) Türkiye'nin dört yıllık turizm gelirleri incelendiğinde turizm gelirinin en düşük ve en yüksek olduğu aylar arasındaki fark kaç dolardır?

b) Türkiye'nin 2020-2023 yılları arası dört yıllık turizm geliri nasıl bir eğilim göstermektedir?

c) Türkiye'nin 2020-2023 yılları arası dört yıllık turizm gelirinin merkezine yığılan turizm gelirleri hangi aralıklarda yoğunlaşmaktadır?

ç) Türkiye'nin 2020-2023 yılları arası dört yıllık turizm gelirinin 500 000 dolarlık aralıklarda değişimi nasıldır?

d) Türkiye'nin 2020-2023 yılları arası dört yıllık turizm geliri, ortalama turizm gelir değerine göre nasıl yayılım göstermektedir?

e) Türkiye'nin 2025 yılı turizm geliri ne kadar olabilir?

7. Uygulama

Veri Analizi Yapma ve Sonuçları Yorumlama

Üçüncü uygulamada grupça topladığınız ve kaydettiğiniz verileri istatistik programı yardımıyla açınız.

Belirlediğiniz istatistiksel araştırma sorularına cevap bulabilmek için uygun görselleştirme ve/veya özetleme araçlarını seçerek verilerinizi analiz ediniz.

Analizleriniz doğrultusunda sorularınıza cevap veriniz. Cevaplarınızı sınıf arkadaşlarınızla paylaşınız.

Kontrol Noktası 

Histogram: Verilerin belli aralıklardaki sıklığını sütunlarla gösteren bir veri görselleştirme aracıdır.

Kutu Grafiği: Bir dağılımın alt uç (minimum) değer, alt çeyrek değer (Ç1 veya %25'lik dilim), ortanca (Ç2 veya %50'lik dilim), üst çeyrek değer (Ç3 veya %75'lik dilim) ve üst uç (maksimum) değerden oluşan beş sayılı özetinin görselleştirilmesi için kullanılan grafik türüdür.

Çeyrekler Açıklığı: Sıralanmış bir veri dizisinin ortanca etrafında toplanmış %50'sini diğer bir deyişle Ç3 ile Ç1 aralığını (Ç3-Ç1) gösteren bir yayılım ölçüsüdür.

Standart Sapma: Verilerin ortalamaya göre yayılımını gösteren istatistiksel bir ölçüdür.

Performans Görevi

Bilimsel araştırmalar, araştırmacıların ilgi duyduğu alanlarda merak ettiği sorularla başlar. Araştırmacıların merak ettikleri sorulara cevap bulabilmeleri için bir araştırma süreci yürütmeleri gerekmektedir.

Bu görevde sizden ilgi duyduğunuz bir gerçek yaşam durumuna yönelik istatistiksel araştırma süreci yürütmeniz, süreci ilgili ölçütlere uygun şekilde tamamlamanız ve süreç sonunda hazırladığınız raporu sınıf arkadaşlarınıza sunmanız beklenmektedir.

Göreve başlamadan önce aşağıdaki hususlara dikkat ediniz.

- Dört kişilik bir çalışma grubu oluşturunuz.
- Grup çalışmasında kimlerin hangi görevleri alacağına dair planınızı yapınız.

Görev esnasında aşağıdaki hususlara dikkat ediniz.

- Grupça ilgi duyduğunuz bir gerçek yaşam durumuna yönelik nicel veri toplamayı gerektiren istatistiksel bir bağlam belirleyiniz.
- Belirlediğiniz bağlama yönelik tek nicel değişkenli veri dağılımlarını betimleyen ve karşılaştıran birer adet istatistiksel araştırma sorusu yazınız.
- Veri toplama planınızı hazırlayınız.
- Verileri toplayınız ve analize hazır hâle getiriniz.
- Araştırma sorularınız doğrultusunda topladığınız verileri analiz etmek için uygun görselleştirme veya özetleme araçlarını seçiniz.
- Seçtiğiniz araçlarla verilerinizi analiz ediniz.
- Analizler sonunda verilerin arasını ve ötesini yorumlayarak sonuçlar çıkarınız.
- Elde ettiğiniz sonuçları araştırma sorularınız doğrultusunda yorumlayınız.
- İstatistiksel araştırma sürecinizin tamamını rapor hâline getirerek sınıfınızdaki diğer gruplara sununuz.
- Karekodlarda verilen akran değerlendirme formu ile sınıf arkadaşlarınızı, grup değerlendirme formu ile de grup arkadaşlarınızı değerlendiriniz.

Görev bitiminde aşağıdaki hususa dikkat ediniz.

- Raporunuzu öğretmeninize teslim ediniz.

Performans göreviniz, aşağıdaki karekodda yer alan analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilecektir.

Akran değerlendirme formuna ulaşmak için karekodu okutunuz.





Analitik dereceli puanlama anahtarına ulaşmak için karekodu okutunuz.

Grup değerlendirme formuna ulaşmak için karekodu okutunuz.





Alıştırmalar

1. Bir araştırma grubu, 27 memeli türünün bazı özelliklerini belirleyerek bunları aşağıdaki tabloya işlemiştir.

Verilen özellikleri inceleyiniz ve aşağıdaki soruları cevaplayınız.

Sıra	Memeli Türü	Yaşam Süresi (Yıl)	Kütle (kg)	Maksimum Hız (km/sa.)
1.	Afrika fili	70	6400	40
2.	Asya fili	70	5000	40
3.	Büyük kahverengi yarasa	19	0,02	40
4.	Şişe burunlu yunus	25	635	37
5.	Çita	14	50	110
6.	Şempanze	40	68	-
7.	Ev kedisi	16	4,5	50
8.	Eşek	40	187	50
9.	Zürafa	25	1100	50
10.	Gri kurt	16	80	64
11.	Gri fok balığı	30	275	19
12.	Yer sincabı	9	0,1	19
13.	At	25	521	69
14.	Ev faresi	3	0,03	13
15.	İnsan	80	80	45
16.	Jaguar	20	115	60
17.	Katil balina	50	4000	48
18.	Aslan	15	250	80
19.	Amerikan keseli sıçanı	5	5	-
20.	Dokuz kemerli armadillo	10	7	1
21.	Baykuş maymunu	12	1	-
22.	Patas maymunu	20	13	55
23.	Domuz	10	192	18
24.	Çatal boynuzlu antilop	10	70	98
25.	Tavşan	5	3	56
26.	Kızıl tilki	7	5	48
27.	Benekli sırtlan	25	70	64

a) **Her bir memeli türüne ait özellikler nasıl belirlenmiş olabilir? Fikirlerinizi yazınız ve sınıf arkadaşlarınızla paylaşınız.**

b) **Tablodaki verilerden yola çıkarak tek nicel değişken içeren veri toplamayı gerektiren birer adet betimleyen ve karşılaştıran istatistiksel araştırma sorusu yazınız. Sorularınızı yazarken istatistiksel araştırma sorusu ölçütlerini dikkate alınız.**

Betimleyen istatistiksel araştırma sorunuz:

Karşılaştıran istatistiksel araştırma sorunuz:

c) **İstatistiksel araştırma sorularını sınıf arkadaşlarınıza sununuz. Sınıf arkadaşlarınızın sunduğu soruların istatistiksel araştırma soruları ölçütlerine uygun olup olmadığını karekodda yer alan kontrol formu ile değerlendiriniz. Değerlendirmelerinizi sınıfça tartışınız.**

İstatistiksel araştırma sorusu ölçütleri kontrol formuna ulaşmak için karekodu okutunuz.



ç) **Sınıf içi tartışma sonrası istatistiksel araştırma sorularınızın değişmesi gerektiğini düşünüyorsanız sorunuzun son hâlini yazınız.**

Betimleyen istatistiksel araştırma sorunuz:

Karşılaştıran istatistiksel araştırma sorunuz:

d) **Verilerin toplanmasından önce araştırmacılar nasıl bir veri toplama planı oluşturmuştur? Araştırmacıların oluşturduğunu varsaydığınız planı aşağıya yazınız.**

Plan:

e) Planı sınıf arkadaşlarınızla paylaşınız. Arkadaşlarınızın oluşturduğu planları dinleyiniz ve sundukları planların veri toplama planında bulunması gereken özelliklere uygunluğunu karekodda verilen kontrol formu ile değerlendiriniz. Değerlendirmelerinizi sınıfça tartışınız. Üzerinde uzlaştığınız planı yeniden yazınız.

Plan:

Veri toplama planı kontrol formuna ulaşmak için karekodu okutunuz.



f) Karekodda verilen veri setini istatistik yazılımına yükleyiniz. Veri setinin analizini yapınız ve araştırma sorularınızı cevaplayınız. Cevabınızı sınıf arkadaşlarınızla paylaşınız.

Memeli türü veri dosyasına ulaşmak için karekodu okutunuz.



2. Dünya için en önemli ve stratejik kaynaklardan biri sudur. Suyun sınırsız bir kaynak olmadığı gerçeği, su tüketimi konusunda gerek bireylerin gerekse toplumların bilinçli olmasını gerekli kılmaktadır. Bu gereklilik son yıllarda su okuryazarlığı kavramını ortaya çıkarmıştır. Su okuryazarlığı; suyun tüm canlılar için önemi, çevresel etkenler nedeniyle su kaynaklarının kirlenmesi, su tüketimi gibi konularda bireysel veya toplumsal düzeyde bilinç oluşması olarak tanımlanabilir.

Türkiye'de içme ve kullanma amaçlı su; akarsu, baraj, göl, gölet, kaynak veya kuyulardan temin edilmektedir. Dünya Su Günü (27 Mart) etkinliği kapsamında bir lisedeki bir grup öğrenci, Türkiye'de içme ve kullanma suyu için su kaynaklarından çekilen su miktarlarını belirlemek ve bilinçli su tüketimi konusunda farkındalık oluşturmak amacıyla araştırma yapmaya karar vermiştir. Bu doğrultuda ulaştığı TÜİK verilerinden 2020 ve 2022 yıllarında akarsu, baraj, göl, gölet, kaynak veya kuyulardan temin edilerek illere dağıtılan su miktarlarını (ton) tespit etmiş ve aşağıdaki karekodda yer alan tabloyu oluşturmuştur.

Su kaynaklarından çekilen su miktarı veri dosyasına ulaşmak için karekodu okutunuz.



Tablodaki verilerden yola çıkarak

a) Tek nicel değişken içeren veri toplamayı gerektiren birer adet betimleyen ve karşılaştıran istatistiksel araştırma sorusu oluşturunuz. Sorularınızı yazarken istatistiksel araştırma sorusu ölçütlerini dikkate alınız.

Betimleyen istatistiksel araştırma sorunuz:

Karşılaştıran istatistiksel araştırma sorunuz:

b) **Sorularınızı sınıf arkadaşlarınızla paylaşınız. Karekodda yer alan kontrol formu ile sınıf arkadaşlarınızın sorularının istatistiksel araştırma soruları ölçütlerine uygun olup olmadığını değerlendiriniz. Değerlendirmelerinizi sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.**

İstatistiksel araştırma sorusu ölçütleri kontrol formuna ulaşmak için karekodu okutunuz.



c) **Sınıfça üzerinde tartıştığınız ve uzlaştığınız araştırma sorularını yazınız. İlk yazdığınız sorularla sınıfça uzlaşarak yazdığınız sorular arasındaki benzerlik ve farklılıkları değerlendiriniz.**

Sınıfça uzlaştığınız betimleyen istatistiksel araştırma sorusu:

Sınıfça uzlaştığınız karşılaştıran istatistiksel araştırma sorusu:

ç) **Tablodaki verileri elde edebilmek için nasıl bir veri toplama planı hazırlanmıştır? Fikrinizi yazınız.**

Plan:

d) **Planınızı sınıf arkadaşlarınızla paylaşınız. Sınıf arkadaşlarınızın sunduğu planları karekoddaki kontrol formunda verilen veri toplama planında bulunması gereken özellikler açısından değerlendiriniz. Değerlendirmelerinizi sınıf arkadaşlarınızla paylaşınız. Sınıfça üzerinde uzlaştığınız veri toplama planını yazınız.**

Plan:

Veri toplama planı kontrol formuna ulaşmak için karekodu okutunuz.



e) **Karekodda verilen dosyayı istatistik yazılımına yükleyiniz ve analiz için hazır hâle getiriniz.**

Su kaynaklarından çekilen su miktarı veri dosyasına ulaşmak için karekodu okutunuz.



f) **Sınıfça uzlaştığınız istatistiksel araştırma sorularına cevap bulabilmek için uygun görselleştirme ve/veya özetleme araçlarını seçerek veri analizlerini yapınız.**

g) **Analiz sonuçlarını yorumlayarak araştırma sorularınıza cevap veriniz.**

6.2. BAŞKALARI TARAFINDAN OLUŞTURULAN TEK NİCEL DEĞİŞKENLİ VERİ DAĞILIMLARINA DAYALI SONUÇ VEYA YORUMLARI TARTIŞABİLME

Konuya Başlarken



Bir lise öğrencisi, suyun sağlık açısından faydaları üzerine bir araştırma yapmıştır. Gündelik bilgi sunan genel ağ sitelerinden elde ettiği bilgilerden yola çıkarak su tüketiminin insan sağlığına faydası üzerine oluşturduğu aşağıdaki paragrafı araştırma raporuna eklemiştir.

"Su tüketimi sağlık açısından oldukça faydalıdır. Düzenli olarak yeterli miktarda su içmek, cilt sağlığını ve sindirimi destekler. Bununla birlikte kilo kontrolüne yardımcı olur, vücudun enerji seviyesini artırır. Sağlıklı bir yetişkinin **kilo başına** her gün yaklaşık **40 mililitre su** tüketmesi gerekmektedir. Sağlık açısından günde yaklaşık **3,5-4 litre su** içilmesi uzmanlar tarafından tavsiye edilmektedir."

İstatistiksel araştırma süreci aşamalarını dikkate alarak öğrencinin raporda yer alan bu ifadeleri elde etme yöntemine ve raporda yer alan çıkarımlara eleştirel gözle bakınız. Sizce öğrenci raporda yer alan bu bilgilere ulaşırken nelere dikkat etmelidir? Raporda yer alan ifadelerde hangi bilgilerin ayrıntılı bir şekilde verilmesi gerekir?

Günlük hayatta gazete, dergi gibi basılı yayın organlarında ve genel ağ siteleri, sosyal medya gibi dijital ortamlarda başkaları tarafından oluşturulan birçok istatistiksel bilgi ile karşılaşılmaktadır. Günlük hayatta karşılaşılan istatistiksel bilgileri eleştirel gözle incelemeden olduğu gibi doğru kabul etmek gerek bireyleri gerekse toplumları yanlış yönlendirebilmektedir.

8. Uygulama

1. Aşağıda Erdem ve Sevinç arasında geçen bir konuşma verilmiştir.

Erdem: Duydun mu Sevinç? Bizim mahallenin muhtarlık seçimlerini gözde olan aday kazanıyormuş. Az önce kendisini gördüm. Oy oranının çok yüksek olduğunu söyledi.

Sevinç: Öyle mi? Nasıl böyle bir kanıya varmış?

Erdem: Pazarda yaklaşık 30 kişiyle sohbet etmiş. Bu kişilerin neredeyse tamamı oy ona vereceğini söylemiş. Büyük ihtimalle kazanır.

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) İstatistiksel araştırma süreci aşamalarını göz önünde bulundurarak Erdem ve Sevinç arasında geçen konuşmayı inceleyiniz. Erdem'in muhtar adayı tahmininin dayanağı sizce nedir?

b) Tahmine yönelik tespit ettiğiniz bir hata varsa tartışınız ve hatayı yazınız.

c) Tespit ettiğiniz bir hata varsa hatayı çürütmek için Sevinç, Erdem'e ne söylemelidir?

Konu ile ilgili çalışma kâğıdına ulaşmak için karekodu okutunuz.



Konu ile ilgili etkileşimli içeriğe ulaşmak için karekodu okutunuz.



Farklı Kaydet



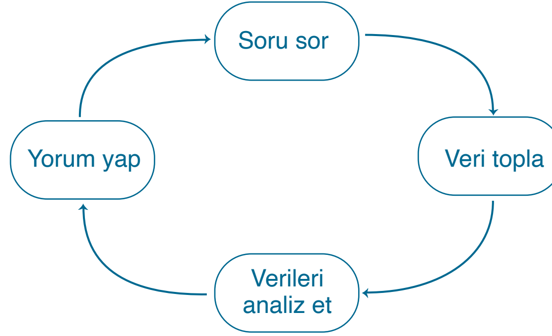
Bu temada öğrendiğiniz bilgileri kendi hatırlayacağınız şekilde bu alana kısaca not edebilirsiniz.



Ölçme ve Değerlendirme

Bu bölümde cevaplamanız için farklı soru tiplerinde 6 adet soru bulunmaktadır.
Ölçme ve değerlendirme bölümünün sonunda verilen karekodu okutarak ek sorulara ulaşabilirsiniz.

1. Aşağıda istatistiksel araştırma süreci aşamalarının yer aldığı döngüsel şema yer almaktadır.



Bir öğrenci grubunun gerçekleştirdiği istatistiksel araştırma sürecinin adımları karışık şekilde aşağıdaki tabloda yer almaktadır.

Tablodaki adımları inceleyiniz. Her bir adımın istatistiksel araştırma sürecinde hangi aşamaya karşılık geldiğini yazınız.

İstatistiksel Araştırma Adımları	İstatistiksel Araştırma Süreci Aşaması
İstatistik yazılımına verilerin girişini yaptılar.	
Öğrenciler, lise öğrencilerinin stres düzeylerinin cinsiyetlerine göre farklılaşıp farklılaşmadığına cevap aramaya karar verdiler.	
Analizlerini tamamladılar.	
Sonuca ulaştılar.	
Araştırma grubundaki öğrencilerin psikoloji bilimine duydukları merak, öğrencileri lise öğrencilerinin stres düzeyleri ile ilgili bir çalışma yapmaya götürdü.	
Elde ettikleri sonucu araştırma sorusu bağlamında yorumladılar.	
Veri toplama aracı olarak araştırmacılar tarafından hazırlanmış bir ölçeği araştırmaya karar verdiler. Basit rastgele örneklemeyle evren içinden örneklemlerini belirlediler.	
Verilerden bir sonuç çıkarabilmek için kullanacakları veri görselleştirme aracını belirlediler.	

2. Bir grup lise öğrencisi ilçelerindeki ortaokul, lise ve üniversite öğrencilerinin kitap ve kırtasiye giderlerini araştırmak için 737 öğrenciye anket uygulamıştır. Anket uygulaması sonucunda elde edilen verilerin bir kısmı aşağıdaki tabloda, tamamı ise yandaki karekodda verilmiştir.

Kitap ve kırtasiye giderleri veri dosyasına ulaşmak için karekodu okutunuz.



Cinsiyet	Aylık Kitap ve Kırtasiye Gideri (TL)	Okul
Erkek	660	Ortaokul
Kız	915	Üniversite
Erkek	894	Ortaokul
Kız	834	Ortaokul
Erkek	814	Lise
Erkek	762	Ortaokul
Kız	453	Lise

Karekodda yer alan veri setini dinamik istatistik programına yükleyiniz ve aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) A ilçesindeki öğrencilerin aylık kitap ve kırtasiye giderleri nasıl bir eğilim göstermektedir?

b) A ilçesindeki öğrencilerin aylık kitap ve kırtasiye giderleri cinsiyetlerine göre nasıl farklılık göstermektedir?

c) A ilçesindeki öğrencilerin aylık kitap ve kırtasiye giderleri okul türlerine göre nasıl farklılık göstermektedir?

3. Aşağıda verilen durumlarda dağılımları oluşturan değerlerin değişkenden kaynaklı değişebilmesi söz konusudur.

I. 100 metrelik bir parkurda 10 tur atan bir atletin parkuru tamamlama süresinin kronometre ile belirlenmesi

II. Kivinin Türkiye'nin farklı bölgelerindeki gelişiminin izlenmesi

III. Aynı bakteri türünün oksijenli ve oksijensiz ortamda üremesinin incelenmesi

IV. Bir okuldan belirli sayıda seçilen bir grup öğrencinin yıl sonu not ortalamalarının incelenmesi

Buna göre verilen durumlara uygun değişebilirlik türleri aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

	I. Durum	II. Durum	III. Durum	IV. Durum
A)	Örneklemden kaynaklı	Doğal ortamdan kaynaklı	Örneklemden kaynaklı	Müdahaleden kaynaklı
B)	Ölçümden kaynaklı	Müdahaleden kaynaklı	Örneklemden kaynaklı	Doğal ortamdan kaynaklı
C)	Müdahaleden kaynaklı	Doğal ortamdan kaynaklı	Ölçümden kaynaklı	Doğal ortamdan kaynaklı
D)	Örneklemden kaynaklı	Müdahaleden kaynaklı	Doğal ortamdan kaynaklı	Ölçümden kaynaklı
E)	Ölçümden kaynaklı	Doğal ortamdan kaynaklı	Müdahaleden kaynaklı	Örneklemden kaynaklı

4. Bilim insanları, önceki gece normal uyku süresinden daha uzun uyuyan kişilerin sonraki gün belirgin bir şekilde daha uyanık hissettiği sonucuna varmıştır. Bu durumun trafikte yaşanan kazaları azaltmasına, iş ve okuldaki verimliliği artırmasına, tehlikeli işlerde çalışan kişilerin iş kazasıyla karşılaşma riskini azaltmasına katkı sunacağı belirtilmiştir.

Bu bağlamda bir okulun rehberlik servisi, öğrencilerin uykuya ayırdıkları süreleri öğrenmek için bir araştırma tasarımı yapmaya karar vermiştir. Rehberlik servisi belirlediği bağlam doğrultusunda "Öğrencilerin uyku süreleri ortalama kaç saattir?" şeklinde bir istatistiksel araştırma sorusu oluşturmuştur.

Buna göre aşağıda verilen soruları cevaplayınız.

a) Rehberlik servisinin hazırladığı araştırma sorusunu aşağıda verilen istatistiksel araştırma sorusunda bulunması gereken ölçütlere göre inceleyiniz ve tablodaki boşlukları doldurunuz.

İstatistiksel Araştırma Sorusu Ölçütleri	Sorunun İlgili Ölçütü Karşılayıp Karşılamadığına Dair Fikirleriniz
Amaç açık mıdır?	
Araştırmaya değer midir?	
İlgilenilen grup (evren) açıkça görülmekte midir?	
Değişken açıkça görülmekte midir?	
Veri toplanarak cevaplanabilir mi?	
Değişebilirliği yansıtmakta mıdır?	
Odaklanılan grup araştırma yapılmasına imkân vermekte midir?	
Nicel veri toplamayı gerektirir mi?	

b) Rehberlik servisi tarafından yazılan araştırma sorusunda istatistiksel araştırma sorusu ölçütlerine göre eksiklikler olduğunu düşünüyorsanız soruyu yeniden yazınız.

5. Bir lisenin 9. sınıf öğrencileri okullarında üniversite sınavına giren 12. sınıf öğrencilerinin sınav puanlarını belirlemeye yönelik bir araştırma yapmak istemektedir. Bu doğrultuda araştırma sorusunu "Üniversite sınavına giren öğrencilerin sınav puanları nasıl bir eğilim göstermektedir?" şeklinde oluşturmuştur.

Buna göre öğrencilerin oluşturduğu istatistiksel araştırma sorusu, aşağıda verilen istatistiksel araştırma sorusunda bulunması gereken ölçütlerden hangisini karşılamaz?

A) Nicel veri toplamaya uygun olması

B) Değişkenlerin açık bir şekilde görülmesi

C) Araştırma sorusunun veri toplanarak cevaplanabilmesi

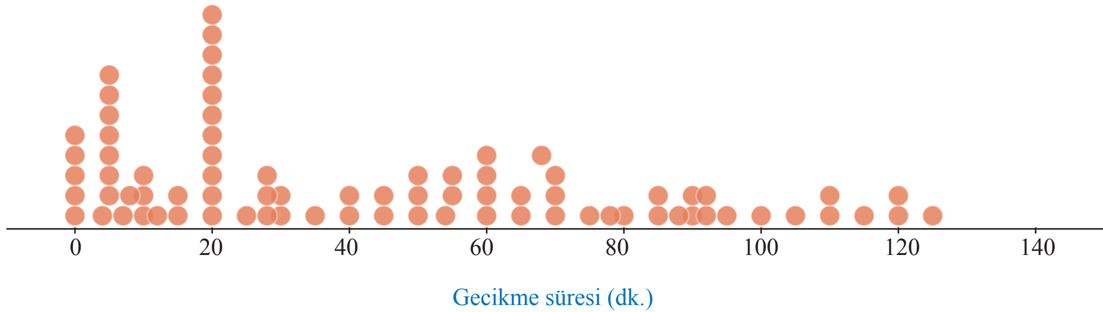
D) İlgilenilen grubun açıkça görülmesi

E) Amacın açıkça görülmesi

6. Uçakların kalkış saatinden geç havalanmasına veya iniş saatinden geç iniş yapmasına rötar denmektedir. Hava yolu firmalarının rötarlı uçuşlar için yolculara karşı bazı sorumlulukları bulunmaktadır. Hava yolu firmalarının gecikme süresine bağlı olarak yolculara ücretsiz yiyecek içecek, ücretsiz konaklama hizmeti verme zorunluluğu vardır. Bir hava yolu firması, rötarlı uçuşlar nedeniyle karşılaması gereken hizmetlerin oluşturacağı bütçeyi öngörebilmek için bir araştırma yapmıştır. Araştırmada bir ay boyunca gerçekleşen 78 uçuşun gecikme süreleri belirlenmiş ve bu veriler istatistik programına girilmiştir.

Verilen bilgilere göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

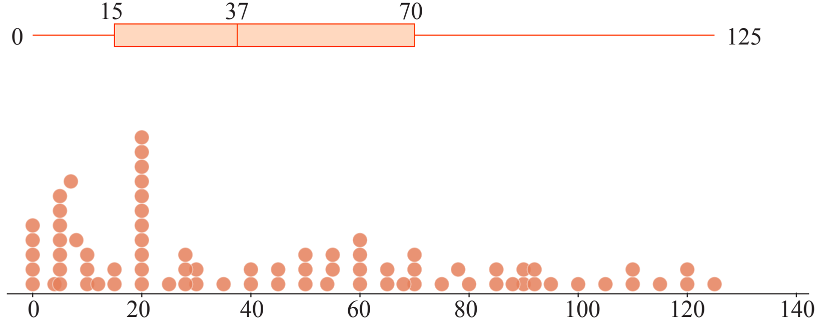
a) Hava yolu firması istatistik yazılımına girdiği verilerle aşağıdaki nokta grafiğini oluşturmuştur.



i. Grafikte yer alan veriler 78 uçuşun gecikme süreleri ile ilgili hangi bilgileri sunmaktadır?

ii. Grafikte yer alan veriler kimler için önemli olabilir? Fikirlerinizi yazınız.

b) Hava yolu firması istatistik programına girdiği verilerle aşağıdaki kutu grafiğini oluşturmuştur.



Gecikme süresi (dk.)

i. Grafikte yer alan veriler 78 uçuşun gecikme süreleri ile ilgili hangi bilgileri sunmaktadır?

ii. Hava yolu firması bu kutu grafiğini neden oluşturmuş olabilir? Fikirlerinizi yazınız.

Tema ile ilgili daha fazla soru çözmek için karekodu okutunuz.



Zenginleştirme bölümüne ulaşmak için karekodu okutunuz.



7. TEMA

Veriden Olasılığa

7.1. Olayların Olasılığını Gözleme Dayalı Tahmin Etme

7.2. Olayların Olasılığına İlişkin Tümevarımsal Akıl Yürütme

Anahtar Kavramlar

- ayrık olay
- ayrık olmayan olay
- çıktı
- deney
- deneysel olasılık
- olay
- örnek uzay
- teorik olasılık

Sembol ve Gösterimler

- $P(A)$
- $P(B)$
- $P(A \cap B)$
- $P(A \cup B)$

Bu temada sizden

- olayların olasılığını gözleme dayalı tahmin edebilmeniz,
- olayların olasılığına ilişkin tümevarımsal akıl yürütebilmeniz

beklenmektedir.

Tema boyunca sizden çalışma kâğıtlarındaki soruları çözmeniz, performans görevlerini yerine getirmeniz, ölçme ve değerlendirme sorularını çözmeniz beklenmektedir.


Tema karekodu


Tema sunusuna ulaşmak için karekodu okutunuz.

Başlarken 

Günlük hayatta meteorolojik tahminler, tıp alanındaki öngörüler, spor müsabakalarının sonucuna yönelik beklentiler gibi sonucu henüz belli olmayan durumların olasılığı hakkında yorumlar yapılabilir. Sonucu belli olmayan bu durumlara ilişkin doğru kararlar alabilmek için daha önce ortaya çıkan benzer durumların olasılıkları incelenmeli ve yorumlanmalıdır.



Ön Değerlendirme

1. Aşağıda verilen ifadelerin doğru olanların başına “D”, yanlış olanların başına “Y” yazınız. Yanlış olduğunu düşündüğünüz önermenin doğrusunu altına yazınız.

(……) “Ahmet’in gittiği lokantada içtiği içeceğin ayran olması” ifadesi bir olay belirtir.

(……) “Yarın okul var mı?” ifadesi bir olay belirtir.

(……) “Kitaplıktan seçilen bir kitabın kuşe kâğıdına basılmış olması” ifadesi bir olay belirtir.

(……) “Kırmızı ışığa dikkat et!” ifadesi bir olay belirtir.

2. Aşağıdaki cümlelerde koyu yazılı ve “/” sembolü ile ayrılmış ifadelerden doğru olanın altını çiziniz.

I. Rastgele seçilen bir kolonyanın limon kolonyası olma olayında deney, **kolonya seçme/parfüm seçme** işidir.

II. Rastgele seçilen bir kitabın sayfa sayısının asal sayı olması olayında deney, **kitabın sayfalarını sayma/kitap seçme** işidir.

3. Aşağıdaki olaylara ait çıktıları ilgili alanlara yazınız.

Olay	Olaya Ait Çıktılar
Haftanın günlerinden birinin rastgele seçilmesi deneyinde seçilen günün p harfi ile başlaması	
Kış aylarından birinin rastgele seçilmesi deneyinde seçilen ayın yıl içindeki sırasının çift sayı olması	

4. Aşağıdaki deneylerin örnek uzaylarını yazınız.

I. Türkiye’ye kıyısı olan denizlerden birinin rastgele seçilmesi deneyi

II. Duyu organlarından birinin rastgele seçilmesi deneyi

5. Aşağıdaki cümlelerde boş bırakılan alanlara “ayrık” ve “ayrık olmayan” ifadelerinden uygun olanları yazınız.

I. Bir mağazadan rastgele ayakkabı seçme deneyinde “beyaz ayakkabı seçme” ve “spor ayakkabı seçme” olayları ………………………….. olaylardır.

II. Bir kahve otomatından rastgele kahve seçme deneyinde “sütlü kahve seçme” ve “sade kahve seçme” olayları ………………………….. olaylardır.

III. Bir gözlükçüden rastgele bir gözlük seçme deneyinde “güneş gözlüğü seçme” ve “numaralı gözlük seçme” olayları ………………………….. olaylardır.

IV. Bir galeriden rastgele bir araç seçme deneyinde “otomatik vitesli araba seçme” ve “düz vitesli araba seçme” olayları ………………………….. olaylardır.

6. **Aşağıda verilen olaylardaki olasılık değerlerinin hangi olasılık yaklaşımı (deneysel, teorik) ile hesaplandığını belirleyerek cümlelerin başında yer alan kutucuğa olasılık yaklaşımı deneysel ise "D", teorik ise "T" yazınız.**

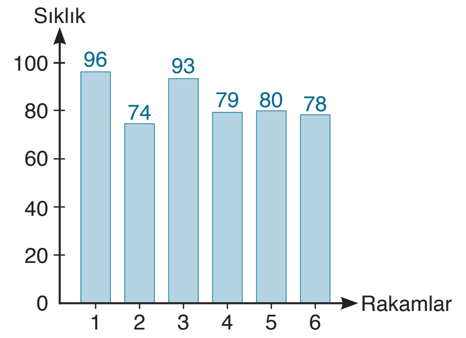
☐ Renkleri dışında özdeş kırmızı, mavi ve yeşil üç arabadan mavi arabayı seçme olasılık değeri $\frac{1}{3}$'tür.

☐ Havaya 27 kez atılan hilesiz bir madenî paranın üst yüzüne 10 kez tura gelmiştir. Bu olayda üst yüze tura gelme olasılık değeri $\frac{10}{27}$'dir.

☐ A ve B şehirleri arasında 5 yol bulunmaktadır. A şehrinden B şehrine giden bir yolcunun 1. yolu kullanma olasılık değeri $\frac{1}{5}$'tir.

☐ Bir toptancıdan alınan 300 ampulden 12 tanesi bozuk çıktığına göre bu toptancıdan alınan bir ampulün bozuk çıkma olasılık değeri %4'tür.

7. Yandaki grafik, her yüzeyinde 1'den 6'ya kadar farklı bir rakam bulunan hilesiz bir sayı küpünün defalarca havaya atılması sonrasında üst yüzeye gelen sayılar dikkate alınarak oluşturulmuştur. **Buna göre**



a) **Sayı küpü kaç kez havaya atılmıştır?**

b) **Üst yüzeye 5 gelme olayının sıklığı kaçtır?**

c) **Üst yüzeye 5 gelme olayının göreli sıklığı kaçtır?**

ç) **Üst yüzeye 5 gelme olayının olasılık değerini bulunuz.**

d) **Üst yüzeye çift sayı gelme olayının olasılık değerini bulunuz.**

e) **Sayı küpünün 5000 defa havaya atılması durumunda sizce sıklık dağılımı nasıl değişir?**

f) **Sayı küpünün 5000 defa havaya atılması durumunda üst yüzeyine 5 gelme olayının olasılık değeri sizce nasıl değişir?**

8. Görseldeki gibi yüzeylerinde 1'den 6'ya kadar farklı rakam bulunan hilesiz bir sayı küpünün havaya atılması durumunda üst yüzeyine çift sayı gelme olayı ele alınsın. **Buna göre**



a) **Bu deneyin olası tüm çıktıları nelerdir?**

b) **Bu olaya ait çıktılar nelerdir?**

c) **Bu olayın olasılık değerini bulunuz.**

ç) **Bu olayın tümleyeninin olasılık değerini bulunuz.**

d) **Bu olay ile sayı küpünün üst yüzeyine tek sayı gelme olaylarının çıktılarını karşılaştırarak ayrık olaylar olup olmadıklarını belirleyiniz.**

e) **Bu olay ile sayı küpünün üst yüzeyine asal sayı gelme olaylarının çıktılarını karşılaştırarak ayrık olaylar olup olmadıklarını belirleyiniz.**

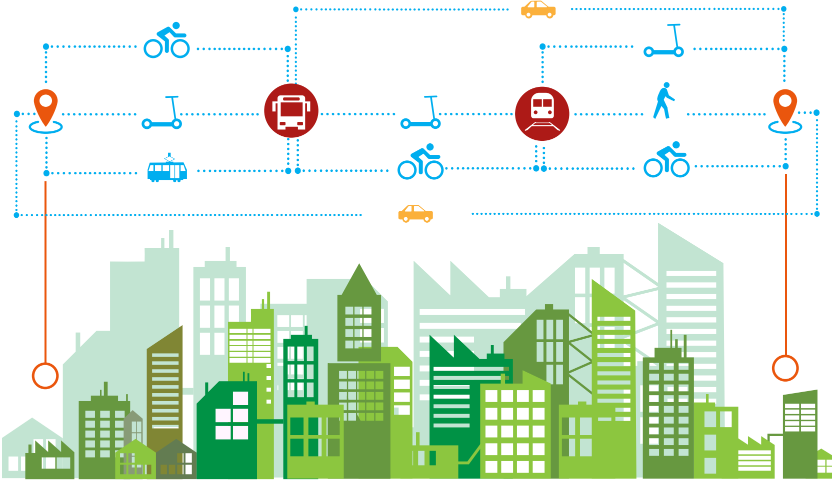
7.1. OLAYLARIN OLASILIĞINI GÖZLEME DAYALI TAHMİN ETME

Konuya Başlarken 



Görsel 1

Görsel 1'i inceleyiniz. Bu görselden hareketle "sınıf başkanı seçilen bir öğrencinin bilim veya sanatta başarılı olması" gibi birden çok olay içeren örnekler oluşturulabilir mi? Tartışınız.



Görsel 2

Şehir içi ulaşım ağını temsil eden Görsel 2'yi inceleyiniz. Bu görseldeki otobüs, tren ve konum sembolleri durakları temsil etmektedir. Gösterilen iki konum arasında seçilebilecek kaç farklı güzergâh olabilir?

Günlük hayatta karşılaşılan belirsiz durumlar her zaman tek bir olay içermeyebilir. Genelde birden çok olay içeren durumlarla karşılaşılır. Örneğin tatile gidecek birinin karar vermesi gereken olaylar hakkında neler söylenebilir?

1. Uygulama



Olayları İnceleme

Aşağıda bir ve birden çok olay içeren durumlar verilmiştir. Bu durumları karşılaştırarak soruları cevaplayınız.

Bir Olay İçerenler		Birden Çok Olay İçerenler	
Toplu taşıma ile gitme	Müstakil bir yerde konaklama	Arkadaşlar ile birlikte ve toplu taşıma ile gitme	Deniz kenarında veya müstakil bir yerde konaklama
Arkadaşlar ile gitme	Deniz kenarına gitme	Müstakil bir yere toplu taşıma ile gitme	

1. Birden çok olay içeren olayları nasıl tanımlarsınız?

2. Oluşturduğunuz tanımın daha önce öğrendiğiniz olay tanımı ile benzerlik ve farklılıkları nelerdir?

1. Sıra Sizde

Deney	Deneydeki Olay Sayısı	Açıklama
Bir kişinin hava yolu, kara yolu ya da demir yolundan birini seçerek seyahat etmesi		
Atılan hilesiz iki sayı küpünün üst yüzeylerine çift ve asal sayı gelmesi		
Bir hastanenin çalışanları arasından üç mesleğe (doktor, hemşire, laborant) mensup birer temsilci seçilmesi		
Bir okçunun kırmızı, yeşil ve mavi oklar arasından rastgele bir ok seçmesi		

Verilen tabloya göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) **Verilen dört deneyin bir veya birden çok olaydan oluşup oluşmadığını belirleyerek tespitinize ilişkin açıklamayı ilgili alana yazınız.**

b) **Deney kısmında boş bırakılan alanlara bir ve birden çok olay içeren deneyler yazınız. Diğer alanlara ise istenenleri yazınız.**

c) **Ulaştığınız sonuçları sınıfça tartışınız.**

2. Uygulama



Veri İhtiyacı

Verilen bilgilere göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

Bir kafe işletmecisi, menüsüne yeni bir tost çeşidi eklemek ve bu ürünün satılma olasılığını belirlemek istemektedir. Buna göre işletmeci,

1. Tostların hangi özelliklerini göz önünde bulundurmalıdır?

2. Bu özelliklere ait hangi verilere ihtiyaç duymaktadır?

3. Ekmek, peynir ya da sucuğun yalnızca birinin çeşitlerine dair satış verilerinin elinde olması hâlinde menüsüne ekleyeceği tost çeşidine karar verebilir mi? Nedenleriyle açıklayınız ve sınıfça tartışınız.

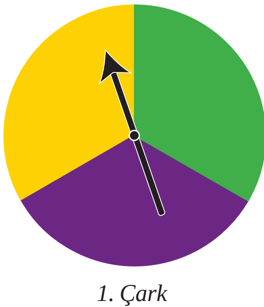
Günlük hayatta hava durumu, sporcu başarıları (penaltıyı gole çevirme, üç sayılık basket atışı vb.) gibi olaylarda tekrarlar sonucu elde edilen veriler olasılık tahmini için oldukça önemlidir. Böyle durumlarda söz konusu olayın olasılık değerini tahmin edebilmek için eldeki verilerle **göreli sıklıklar** hesaplanır. Göreli sıklıklar, deneysel olasılık olarak adlandırılır.

3. Uygulama

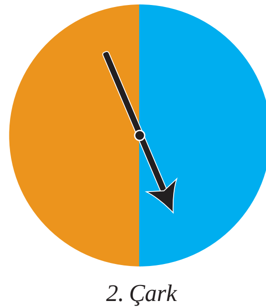


Bir Deneyde Tekrar Sayısının Artmasıyla Deneysel Olasılık Değerinin Değişimi

Verilen bilgilere göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.



1. Çark



2. Çark

Yanda verilen çarklardan birincisi sarı (S), yeşil (Y) ve mor (M); ikincisi turuncu (T) ve mavi (V) olmak üzere kendi içinde eş parçalara ayrılmıştır.

- Dörder kişilik gruplara ayrılınız. Çarklardaki oklar aynı anda çevrildiğinde 1. çarkın yeşil, 2. çarkın mavi alanları göstererek durmalarının deneysel olasılığını inceleyiniz.
- Çarkları sınıfınızda oluşturunuz.
- Grubunuzda bir kişinin deneyi gerçekleştirmesine, bir kişinin çıktıları kaydetmesine, bir kişinin sıklık grafiğini oluşturmasına ve bir kişinin göreli sıklık grafiğini oluşturmasına özen gösteriniz. Diğer görev ve yorumlamaları grupça yapınız.

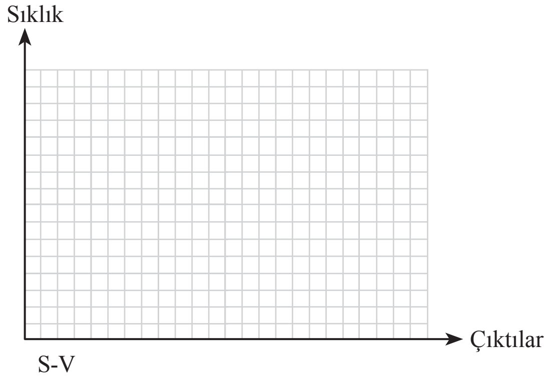
Çalışmanız, uygulama sonundaki kontrol listesi ve grup değerlendirme formu ile değerlendirilecektir.

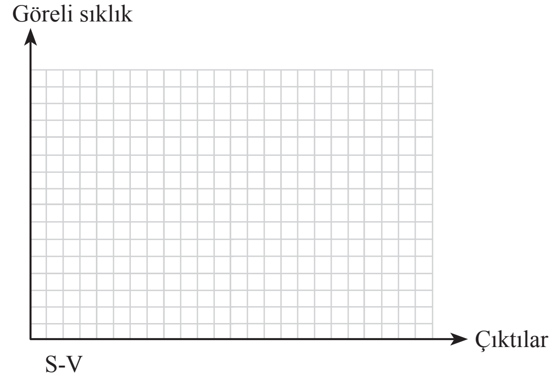
Yandaki karekodda bulunan belgede çarklar ve oklar daha büyük boyutlarda verilmiştir. Çark deneyi bu belgenin çıktısı alınarak gerçekleştirilebilir.



1. Çarklardaki oklar 25 kez çevrildiğinde oluşan çıktıları tablonun ilgili sütununa örnekteki gibi yazarak çetele, sıklık ve göreli sıklık bölümlerini çıktılara uygun ifadelerle tamamlayınız. Boş grafik şablonlarında sıklık ve göreli sıklıklara ait sütun grafiklerini oluşturunuz.

Çıktılar	Çetele	Sıklık	Göreli Sıklık
Sarı-Mavi (S-V)			

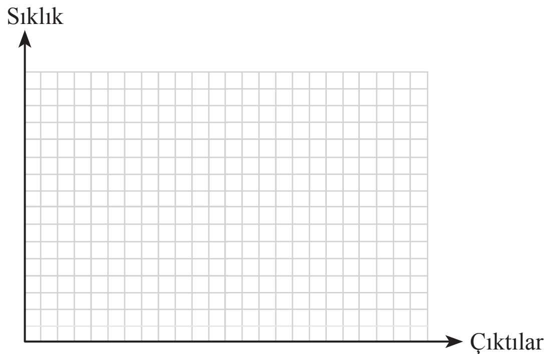


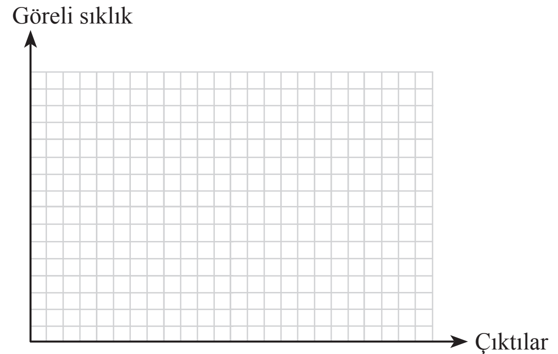


2. Bu deneyde tekrar sayısı 50'ye çıkarılırsa grafiklerdeki dağılımda nasıl bir değişim olmasını beklersiniz?

3. Çarklardaki oklar 50 kez çevrildiğinde oluşan çıktıları, çıktıların çetelelerini, sıklık ve göreli sıklıkları aşağıdaki tabloda ilgili alanlara yazınız. Boş grafik şablonlarında sıklık ve göreli sıklıklara ait sütun grafiklerini oluşturunuz.

Çıktılar	Çetele	Sıklık	Göreli Sıklık



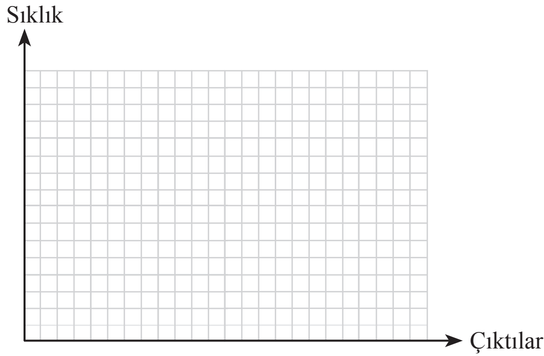


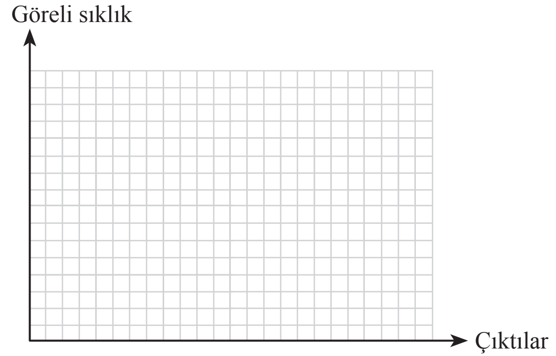
4. Tekrar sayısı 50'ye çıkarıldığında elde edilen grafiklerdeki değişim, beklentinizi karşıladı mı?

5. Bu deneyde tekrar sayısı 100'e çıkarıldığında oluşabilecek sıklık ve göreli sıklık dağılımının nasıl olmasını beklersiniz?

6. Tekrar sayısının 50'ye çıkarılması durumunda oluşturduğunuz çıktıların üzerine başka bir grubun 50 tekrara ait çıktılarını ekleyerek aşağıdaki tabloyu doldurunuz ve grafikleri oluşturunuz.

Çıktılar						
Sıklık						
Göreli Sıklık						





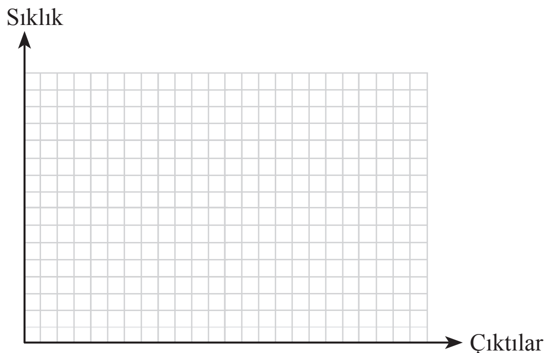
7. Bu deneyde tekrar sayısı 500'e çıkarıldığında oluşabilecek dağılımın nasıl olmasını beklersiniz?

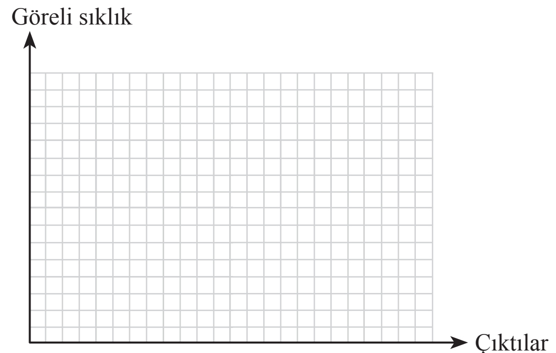
8. Karekodda verilen simülasyon kullanılarak tekrar sayısı 500'e ayarlandığında oluşan çıktıları, sıklık ve göreli sıklıkları aşağıdaki tablonun ilgili alanlarına yazınız. Boş grafik şablonlarında sıklık ve göreli sıklıklara ait sütun grafiklerini oluşturunuz.



Soru ile ilgili simülasyona ulaşmak için karekodu okutunuz.

Çıktılar						
Sıklık						
Göreli Sıklık						





9. Çarklardaki oklar aynı anda çevrildiğinde okların yeşil ve mavi alanlarda durmasının olasılık değerinin daha kararlı hâle gelmesi için sizce kaç tekrar yeterli olacaktır? Sınıfça tartışınız.

10. Tekrarlar sonrası (25, 50, 100 ve 500) oluşturduğunuz sıklık ve göreli sıklıklara ait sütun grafiklerindeki benzerlik ve farklılıklar nelerdir?

11. Yaptığınız deneyde tekrar sayısı arttıkça nelerin değiştiğini gözlemlediniz? Elde ettiğiniz sıklık ve göreli sıklıklara ait sütun grafiklerinden yararlanarak (yeşil-mavi gelmesi olayının olasılık değerine ilişkin veya göreli sıklığın değişebilirliğine ilişkin) hangi çıkarımlarda bulunabilirsiniz? (Bir yargıya varabilmek için tekrar sayısını simülasyonla artırabilirsiniz.)



Grup değerlendirme formuna ulaşmak için karekodu okutunuz.

Kontrol listesine ulaşmak için karekodu okutunuz.



Gözleme dayalı tahmin edebilmede gerçek yaşamda sınırlılık olduğu için istatistik yazılımı yardımıyla tekrar sayısı istendiği kadar artırılabilir.

1. ÖRNEK

Aşağıdaki tabloda hilesiz iki sayı küpünün havaya atılması deneyinde üst yüzeye gelen sayıların toplamının sıklığı ve deneyin tekrar sayısı verilmiştir.

Tekrar Sayısı	Toplam										
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
50	0	3	5	3	7	9	9	2	6	2	4
100	1	6	11	9	16	15	17	8	11	3	3
500	14	17	44	55	73	90	74	61	30	33	9
1000	32	51	77	110	132	151	137	128	96	54	32

Bu tabloya göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) 50, 100, 500 ve 1000 tekrarda oluşan sıklıklara ait sütun grafiklerini çiziniz veya istatistik yazılımları, tablolama programları gibi araçlar yardımıyla oluşturunuz.

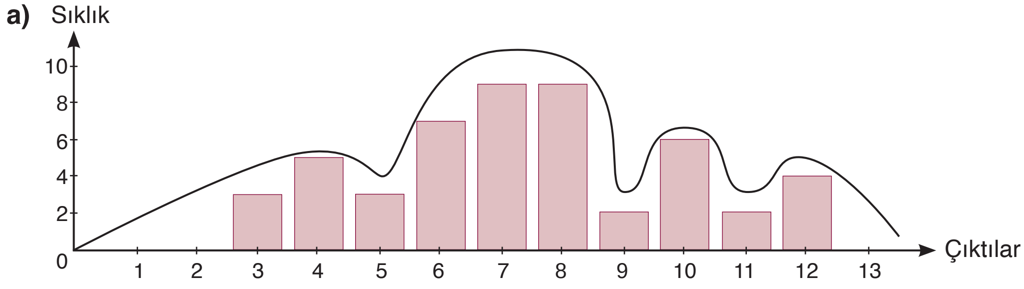
b) Hilesiz iki sayı küpünün üst yüzeyine gelen sayıların toplamının 5 olma olayının deneysel olasılık değerini 50, 100, 500 ve 1000 tekrarda elde edilen sıklıklara göre bulunuz.

c) Tekrar sayısı arttıkça dağılımda ve ele alınan olayın deneysel olasılık değerinde oluşan değişimler nelerdir?

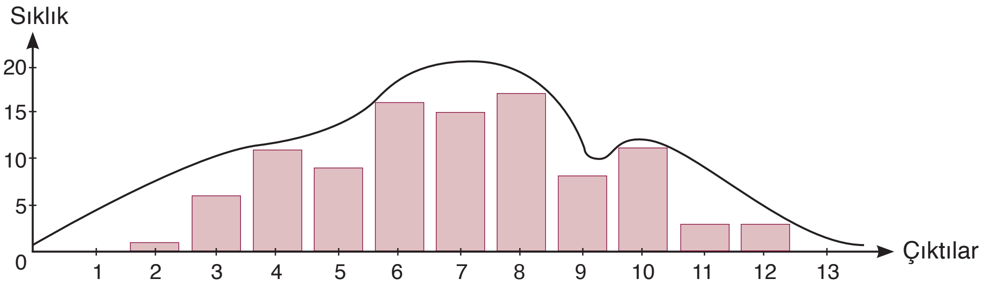
ç) Bu değişimlere göre bir olayın deneysel olasılık değerinin daha kararlı hâle gelmesi için kaç tekrarın yeterli olacağı söylenebilir?

Çözüm

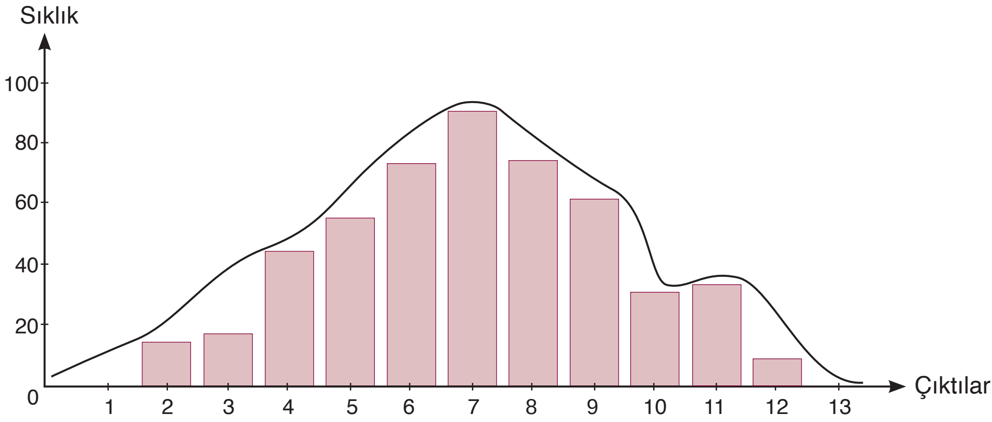
a)



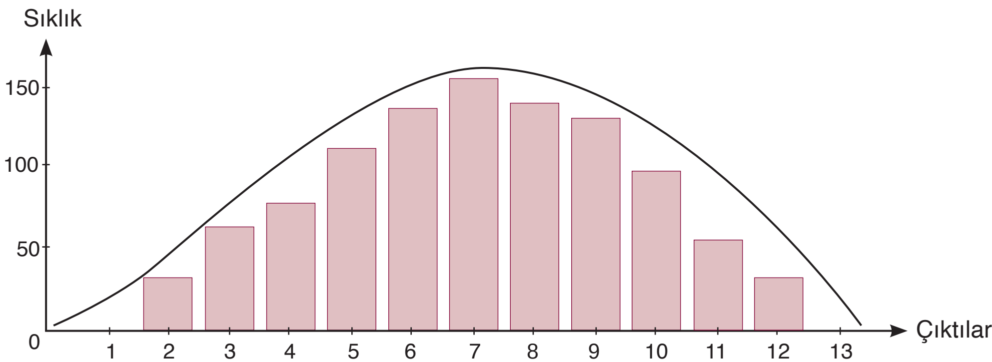
Grafik 1: *50 tekrarda oluşan sıklıklara ait sütun grafiği*



Grafik 2: *100 tekrarda oluşan sıklıklara ait sütun grafiği*



Grafik 3: *500 tekrarda oluşan sıklıklara ait sütun grafiği*



Grafik 4: *1000 tekrarda oluşan sıklıklara ait sütun grafiği*

b) Hilesiz iki sayı küpünün üst yüzeyine gelen sayıların toplamının 5 olma olayının deneysel olasılık değeri,

50 tekrarda $\frac{3}{50} = 0,06$

100 tekrarda $\frac{9}{100} = 0,09$

500 tekrarda $\frac{55}{500} = 0,11$

1000 tekrarda $\frac{110}{1000} = 0,11$ olur.

c) Tekrar sayısı arttıkça dağılımda ve ele alınan olayın deneysel olasılık değerinde oluşan değişebilirlik azalmıştır. Hilesiz iki sayı küpünün üst yüzeyine gelen sayıların sıklığına ait grafik, kararlı hâle gelmiştir. Hilesiz iki sayı küpünün üst yüzeyine gelen sayıların toplamının 5 olma olayının deneysel olasılık değeri 0,11'e yaklaşma eğilimindedir.

ç) Bu değişimlere göre bir olayın deneysel olasılık değerinin daha kararlı hâle gelmesi için o deneye ait tekrar sayısının mümkün olduğunca fazla olması gerekmektedir.

Konu ile ilgili çalışma kâğıdına ulaşmak için karekodu okutunuz.



2. Sıra Sizde

Aşağıdaki tabloda üzerinde 1'den 4'e kadar sayıların yazılı olduğu iki düzgün dört yüzlünün havaya atılması deneyinde alt yüzeyine gelen sayıların toplamının sıklığı ve deneyin tekrar sayısı verilmiştir.

Tekrar Sayısı	Toplam						
	2	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
50	0	6	14	16	6	5	3
100	6	12	23	32	14	10	3
500	31	77	97	124	84	59	28
1000	68	118	201	229	176	139	69

Bu tabloya göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) 50, 100, 500 ve 1000 tekrarda oluşan sıklıklara ait sütun grafiklerini çiziniz veya istatistik yazılımları, tablolama programları gibi araçlar yardımıyla oluşturunuz.

b) İki düzgün dört yüzlünün alt yüzeyine gelen sayıların toplamının 4 olma olayının deneysel olasılık değerini 50, 100, 500 ve 1000 tekrardaki sıklıklara göre bulunuz.

c) Tekrar sayısı arttıkça dağılımda ve ele alınan olayın deneysel olasılık değerinde oluşan değişimler nelerdir?


Araştırma ödevi ile ilgili simülasyona ulaşmak için karekodu okutunuz.


Bütüncül dereceli puanlama anahtarına ulaşmak için karekodu okutunuz.

Araştırma Ödevi

Hilesiz bir madenî para ve hilesiz bir sayı küpünün aynı anda havaya atılması deneyine ait çıktıların 100, 200, 500, 1000 ve 10 000 kez tekrarında oluşan sıklıklarını ve göreli sıklıklarını simülasyon yardımıyla bulunuz. Buna göre

- Elde ettiğiniz göreli sıklıklara ait sütun grafiklerini istatistik yazılımı yardımıyla oluşturunuz.
- Elde ettiğiniz grafikleri değişebilirlik bağlamında değerlendiriniz.
- 100, 200, 500, 1000 ve 10 000 kez tekrar sonucunda hilesiz madenî paranın yazı ve hilesiz sayı küpünün üst yüzeyine 4 gelme olayının deneysel olasılık değerini bulunuz. Elde ettiğiniz deneysel olasılık değerlerini tekrar sayılarını göz önünde bulundurarak değerlendiriniz.
- Değerlendirme sonuçlarını sizden istenen zamanda raporlaştırınız ve arkadaşlarınızla paylaşınız.

Araştırma ödeviniz, karekod içinde verilen bütüncül dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilecektir.

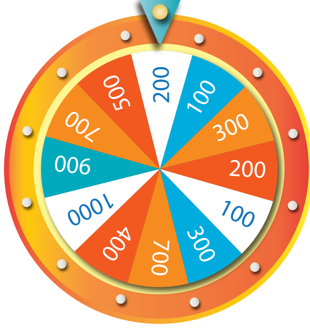
Kontrol Noktası 

Bir olayın aynı tekrar sayısına ait sıklık ve göreli sıklık grafiklerinin şekli, eksenlerdeki değerler hariç aynıdır.

Deneme sayısı ne kadar çok olursa ortaya çıkan olasılık değeri o kadar kararlı olur (büyük sayılar yasası). Az sayıda denemenin sonuçları, uzun vadede (tekrar sayısının artmasıyla) görülen sonuçlardan oldukça farklı olabilir.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki görselde çark 12 eşit bölüme ayrılmıştır. Çark rastgele çevrildiğinde çarkın ibresinin geldiği bölüm dikkate alınacaktır.



Buna göre

a) **çark bir kez çevrildiğinde beyaz gelme,**

b) **çark bir kez çevrildiğinde 200 puan gelme,**

c) **çark iki kez çevrildiğinde mavi ve sarı gelme,**

ç) **çark bir kez çevrildiğinde 900 puan gelme,**

d) **çark iki kez çevrildiğinde toplam 500 puan gelme,**

e) **çark üç kez çevrildiğinde toplamda en az 1000 puan gelme**

olaylarından hangileri birden çok olay içerir? Gerekçesiyle belirtiniz.

2. Pili doğru yönde takmayı bilmeyen bir çocuğun pili oyuncağına rastgele takması ve oyuncakta bulunan renkler dışında özdeş mavi ve yeşil tuşlardan birine rastgele basması deneyinde 50 tekrar sonucunda oluşan çıktılar ve bu çıktılara ait sıklıklar aşağıdaki tabloda verilmiştir.

	Yeşil Tuşa Basma	Mavi Tuşa Basma
Pili Yanlış Takma	15	17
Pili Doğru Takma	12	6

Buna göre çocuğun gerçekleştirdiği

a) **pili doğru takma ve yeşil tuşa basma,**

b) **pili doğru takma ve mavi tuşa basma,**

c) **pili yanlış takma ve yeşil tuşa basma,**

ç) **pili yanlış takma ve mavi tuşa basma**

olaylarının olasılık değerlerini bulunuz.

3. Hilesiz üç madenî paranın havaya atılması deneyi 1500 kez tekrar edilmiştir.

Buna göre üst yüze gelen tura sayılarının göreli sıklıklarına ait sütun grafiğinin nasıl olmasını beklersiniz? Beklediğiniz grafiği çiziniz.

7.2. OLAYLARIN OLASILIĞINA İLİŞKİN TÜMEVARIMSAL AKIL YÜRÜTME

Konuya Başlarken 

Ersan Ankara'dan İstanbul'a otobüs, tren veya uçak ile gitmekte; İstanbul içinde ise dolmuş veya metro kullanmaktadır. Ankara'dan yola çıkan Ersan, İstanbul içinde gitmek istediği yere 2 araç ile ulaşmıştır. Buna göre Ersan'ın Ankara'dan İstanbul içinde bir yere gitme deneyinde

a) Olası tüm çıktıların görselleştirilebileceği temsil biçimleri neler olabilir?

b) Olası tüm çıktılar görselleştirilirken nasıl bir yol izlenebilir?

4. Uygulama



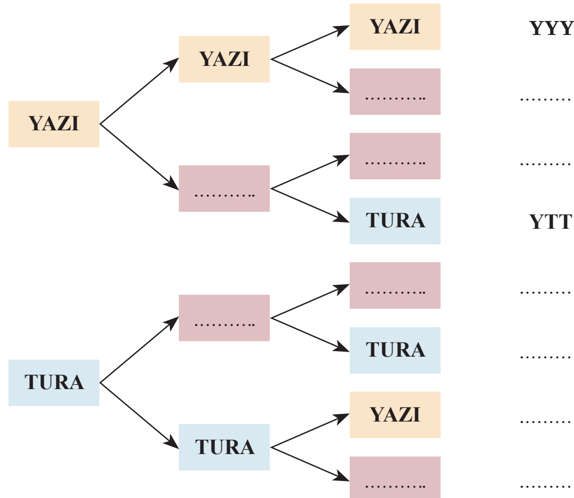
Hilesiz Üç Madenî Paranın Havaya Atılması Deneyinde Oluşan Çıktıların Görselleştirilmesi

Aşağıdaki soruları cevaplayınız.

1. Hilesiz üç madenî paranın havaya atılması deneyinde olası tüm çıktıları görselleştiriniz.

2. Tüm çıktıları görselleştirmek için nasıl bir yöntem kullandınız? Kullanılabilecek farklı yöntemleri arkadaşlarınızla tartışınız.

3. Hilesiz üç madenî paranın havaya atılması deneyinde bazı çıktılar aşağıdaki ağaç şemasında gösterilmiştir. Şemada boş bırakılan yerleri örnekteki gibi doldurunuz.



4. İlk adımda yaptığınız görselleştirmeyi ağaç şemasındaki çıktılara göre kontrol ediniz.



5. Hilesiz üç madenî paranın havaya atılması deneyinde olası tüm çıktıların sayısı kaçtır?

6. İstenen çıktıları oluşturmadan önce ağaç şeması oluşturmanın ne gibi faydaları olabilir?

7. Herhangi bir olayda çıktı sayısı çok daha fazla olduğunda olası tüm çıktıları görselleştirmek için nasıl bir yol izlenebilir?

Matematik Tarihinden Notlar

Kindi (801-873)

MS 801 yılında babasının vali olduğu Küfe'de doğan Kindi, eğitimini Bağdat'ta almıştır. Felsefe, tıp, astronomi, matematik, dil bilimi, müzik gibi birçok alanda başarı göstermiştir. Farklı alanlarda zengin bir bilgi birikimine sahip olan Kindi, şifrelenmiş metinlerin çözümlenmesini konu alan el yazması bir eser bırakmıştır. Günümüzde İstanbul'daki Süleymaniye Yazma Eser Kütüphanesinde yer alan bu eserde Kindi, başlıca şifreleme sistemi türlerini ağaç şeması kullanarak sınıflandırmıştır. Bu yönüyle Kindi, ağaç şemalarını ilk kullanan bilim insanı olmuştur.

5. Uygulama



Havaya Atılan Hilesiz İki Sayı Küpünün Üst Yüzeyine Gelen Sayılar

Verilen bilgilere göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

Havaya atılan hilesiz iki sayı küpünün üst yüzeyine gelen sayıların toplamının asal sayı olması olayında tüm çıktıları görselleştirmek için aşağıdaki tablo oluşturulmuştur.

1. Tabloda boş bırakılan alanları örnekteki gibi doldurunuz.

Hilesiz Sayı Küpleri	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀	(1, 1)					
⚁	(2, 1)				(2, 5)	
⚂		(3, 2)				(3, 6)
⚃			(4, 3)	(4, 4)		
⚄					(5, 5)	
⚅						(6, 6)

2. Hilesiz iki sayı küpünün havaya atılması deneyinde olası tüm çıktılar kaç tanedir?

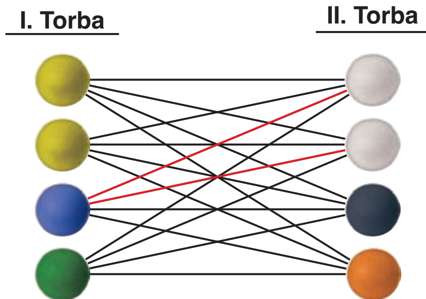
3. Hilesiz iki sayı küpünün havaya atılması deneyinde üst yüzeyine gelen sayıların toplamının asal sayı olması olayında olası tüm çıktıları listeleyiniz.

2. ÖRNEK



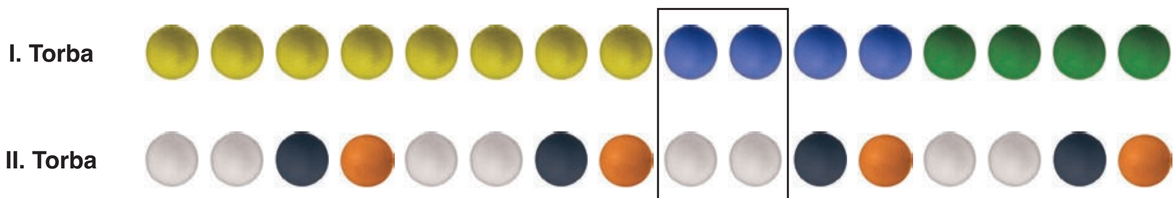
Yanda verilen özdeş torbaların birinde 2 sarı, 1 mavi, 1 yeşil; diğerinde 2 gri, 1 siyah, 1 turuncu renkte toplar bulunmaktadır. Torbalardaki toplar renkleri dışında özdeştir. Bu torbaların ikisinden aynı anda birer top çekilecektir. Çekilen toplardan birinin mavi, diğerinin beyaz olma olayına ait tüm çıktıları görselleştiriniz. Görselleştirdiğiniz tüm çıktılar arasından istenen çıktıları belirtiniz.

Çözüm



Yandaki görselde I. torbadaki toplardan II. torbadaki toplara çekilen 16 $(4 \cdot 4)$ çizgi yer almaktadır. Bu 16 çizgi tüm çıktıları gösterirken farklı renkte çekilen iki çizgi istenen çıktıları göstermektedir. (Sistematik liste oluşturma aşamasında bu şekilde bir gösterim yapmak, çıktıları fark etmek açısından kolaylık sağlayabilir.)

Olası tüm çıktılar sistematik liste yöntemiyle aşağıdaki şekilde görselleştirilebilir. Bu gösterimde çerçeve içine alınmış çıktılar, istenen çıktıları göstermektedir.



3. ÖRNEK

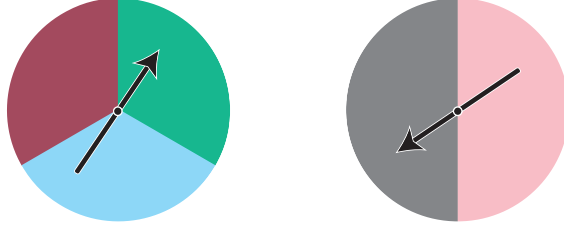
“Aşağıdaki deneylerde olası tüm çıktıları belirlemek amacıyla görselleştirme araçlarından (sistematik liste, tablo ve ağaç şeması) hangisini seçersiniz?”, “Söz konusu seçimi yapmanızın nedeni nedir?" sorularına cevap vererek tablodaki ilgili alanları doldurunuz.

Deney		Görselleştirme Aracı	Açıklama
	Yüzeylerinde farklı sayılar yazan düzgün dört yüzlünün ve sayı küpünün atılması		
	3 torbadan topların çekilmesi		
	Biri 12, diğeri 8 eş bölüme ayrılmış iki çarkın çevrilmesi		

Çözüm

Deney		Görselleştirme Aracı	Açıklama
	Yüzeylerinde farklı sayılar yazan düzgün dört yüzlünün ve sayı küpünün atılması	Tablo	Ele alınan deney bağlamında yalnızca 2 olay ve bu olayların çıktı sayılarının az olması nedeniyle tablo yapılması kolaylık sağlayabilir.
	3 torbadan topların çekilmesi	Ağaç Şeması	Ele alınan deney bağlamında 3 olay olduğundan her olay için bir dalın çizilebileceği ağaç şeması kolaylık sağlayabilir.
	Biri 12, diğeri 8 eş bölüme ayrılmış iki çarkın çevrilmesi	Sistematik Liste	Ele alınan deney bağlamında çıktı sayısı fazla olduğu fakat genelde çıktılar tekrar ettiği için sistematik liste kolaylık sağlayabilir.

3. Sıra Sizde



Yukarıda kendi içinde eş bölmelere ayrılmış çarklardan birinin bölmeleri yeşil, mor ve mavi; diğerinin bölmeleri ise pembe ve gri renklerle boyanmıştır. Bu çarklardaki oklar aynı anda çevrilecektir.

a) Bu deneye ait olası tüm çıktıları ağaç şeması, tablo ve sistematik liste yöntemleri ile görselleştirerek aşağıdaki ilgili alanları doldurunuz. Çarklardaki oklardan birinin yeşil, diğerinin pembe gelme olayına ait çıktıları belirleyiniz.

Ağaç Şeması

Tablo

Sistematik Liste

b) Kullandığınız farklı görselleştirme yöntemlerinin sağladığı kolaylıkları tartışınız.

Konu ile ilgili çalışma kâğıdına ulaşmak için karekodu okutunuz.



Olayların teorik olasılık değeri hesaplanırken olası tüm çıktılar görselleştirilir. Görselleştirilen olası tüm çıktılar içinden istenen çıktılar belirlenir. İstenen çıktıların sayısının olası tüm çıktıların sayısına oranı, incelenen olayın teorik olasılık değerini verir.

$$\text{Olayın teorik olasılık değeri} = \frac{\text{Olaya ait çıktıların sayısı}}{\text{Olası tüm çıktıların sayısı}}$$

4. ÖRNEK

Havaya atılan hilesiz iki sayı küpünün üst yüzeyine gelen sayıların çarpımının 6'ya kalansız bölünebilme olayının teorik olasılık değerini bulunuz.

Çözüm

Havaya atılan hilesiz iki sayı küpünün üst yüzeyine gelen sayıların çarpımının 6'ya kalansız bölünebilme olayının teorik olasılık değerini hesaplayabilmek için olası tüm çıktılar yandaki tabloda görselleştirilmiştir. Tabloda maviye boyanmış hücreler, istenen çıktıları belirtmektedir.

Hilesiz Sayı Küpleri	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

Tablo incelendiğinde olası tüm çıktıların sayısının 36, istenen çıktıların sayısının 15 olduğu görülür. Buna göre havaya atılan hilesiz iki sayı küpünün üst yüzeyine gelen sayıların çarpımının 6'ya kalansız bölünebilme olayının olasılık değeri

$\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$ şeklinde bulunur.

4. Sıra Sizde

Bir sınıftaki 48 öğrenciden 28'i kızdır. Kızların 8'i, erkeklerin 6'sı gözlüklüdür.

Buna göre bu sınıftan seçilecek bir öğrencinin gözlüklü veya erkek öğrenci olma olayı ile gözlüksüz ve erkek öğrenci olma olayının olasılık değerlerini yanda verilen tablo gösteriminden yararlanarak ayrı ayrı bulunuz.

	Gözlüklü	Gözlüksüz	Toplam
Kız			
Erkek			
Toplam			

6. Uygulama



Olayların Olasılık Değerlerini Hesaplama

Verilen bilgilere göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

Görselde 8 eşit parçaya ayrılmış ve her parçasında sırasıyla 1'den 8'e kadar rakamların yazılı olduğu bir çark ve üzerinde 1, 2, 3, 4, 6 yazan 5 özdeş topun bulunduğu bir kutu verilmiştir.





1. Çark bir kez çevrildiğinde ibrenin gösterdiği yere gelen sayıya ve kutudan çekilen topa ait deneyin tüm çıktılarını görselleştiriniz.

2. Çarktaki parçalardan herhangi birinin ibrenin gösterdiği parça olma olasılık değeri, diğer parçaların gösterilme olasılık değerine ya da kutudaki toplardan herhangi birinin seçilme olasılık değeri, diğer topların seçilme olasılık değerine göre farklı mıdır? Açıklayınız.

3. Çark bir kez çevrildiğinde okun gösterdiği yere gelen sayının asal sayı olma olayı veya kutudan çekilen topun üzerinde tek sayı yazma olayı A olsun. A olayını oluşturan olayları B ve C olayı olarak ifade ediniz.

4. B ve C olaylarının istenen çıktılarını bulunuz.

5. Çark bir kez çevrildiğinde ibrenin gösterdiği yere gelen sayının asal sayı olma olayı ve kutudan çekilen topun üzerinde tek sayı yazma olayı D olsun. B, C ve D olaylarının olasılık değerlerini elde ediniz.

6. A olayının istenen çıktılarını elde ediniz ve bu olayın olasılık değerini hesaplayınız.

7. Bu deneyde incelenen B, C ve D olaylarının olasılık değerleri kullanılarak A olayının olasılık değeri bulunabilir mi? Açıklayınız.

8. Hangi olayların ortak çıktısı vardır, hangilerinin yoktur? Ortak çıktısı olan olaylardan oluşan olayın olasılık değerini hesaplarken neler fark ettiniz? Açıklayınız.

A ile B **ayrık olmayan olaylar** ve E olası tüm çıktıların kümesi olmak üzere

$$\frac{s(A\cup B)}{s(E)}=\frac{s(A)}{s(E)}+\frac{s(B)}{s(E)}-\frac{s(A\cap B)}{s(E)}\Rightarrow P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B) \text{ olur.}$$

A ve B **ayrık olaylar** olmak üzere

$$\frac{s(A\cup B)}{s(E)}=\frac{s(A)}{s(E)}+\frac{s(B)}{s(E)}\Rightarrow P(A\cup B)=P(A)+P(B) \text{ olur.}$$

Ayrık Olay ve Ayrık Olmayan Olay

Aynı örnek uzaya ait iki olayın ortak çıktısı yoksa bunlar **ayrık olaylar**, ortak çıktısı varsa **ayrık olmayan olaylar** olur.

5. ÖRNEK

	Pazartesi	Salı	Çarşamba
Resim Kursları	Yağlı Boya	Ebru	Grafiti
Spor Kursları	Futbol	Basketbol	Voleybol
Müzik Kursları	Bağlama	Gitar	Keman

Yandaki listede bir halk eğitim merkezinin verdiği kurslar ve kursların günleri yer almaktadır. Resim kursları mavi, spor kursları yeşil, müzik kursları mor renk ile yazılmıştır. Buna göre yalnızca 1 kursa giden Kerim'in pazartesi günü veya spor kurslarından birine gitmesinin olasılık değerini bulunuz.

Çözüm

1. Yol

Tabloda görüldüğü üzere halk eğitim merkezinde toplam 9 kurs bulunmaktadır. Kerim'in pazartesi günü olan kurslardan birine gitmesi olayı A, spor ile ilgili kurslardan birine gitmesi olayı B olsun. Buna göre pazartesi günü 3 kurs olduğundan $P(A)=\frac{3}{9}$, spor ile ilgili 3 kurs olduğundan $P(B)=\frac{3}{9}$ olur.

Kerim'in pazartesi günü ve spor kurslarından birine gitmesi $A\cap B$ olarak ifade edilebilir. Buna göre $A\cap B=\{\text{Futbol}\}$ olduğundan $P(A\cap B)=\frac{1}{9}$ olur. Buradan

$$\begin{aligned}P(A\cup B)&=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\\&=\frac{3}{9}+\frac{3}{9}-\frac{1}{9}\\&=\frac{5}{9} \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

2. Yol

	Pazartesi	Salı	Çarşamba
Resim Kursları	Yağlı Boya	Ebru	Grafiti
Spor Kursları	Futbol	Basketbol	Voleybol
Müzik Kursları	Bağlama	Gitar	Keman

Yandaki tabloda sarıya boyanmış hücreler pazartesi günü veya spor kurslarını göstermektedir. Görüldüğü üzere sarıya boyanmış hücrelerin sayısı 5'tir. Buna göre Kerim'in pazartesi günü veya spor kurslarından birine gitmesinin olasılık değeri $\frac{5}{9}$ bulunur.

5. Sıra Sizde

Yandaki tabloda bir firmanın tanıtım amaçlı ürettiği 15 aracın benzinli veya elektrikli modellerinde var olan özellikler "X" ile gösterilmiştir. Araçlar yalnızca İstanbul, Ankara ve İzmir şubelerinde beşer adet olmak üzere satışa sunulmuştur. Şubelerdeki 5 aracın her biri farklı donanımlara sahiptir. **Buna göre alınan bir aracın**

Donanım	Yakıt Tipi	
	Benzinli	Elektrikli
Deri Koltuk	X	
Koltuk Isıtma-Soğutma		X
Cam Tavan	X	X
Hayalet Gösterge		X

a) Elektrikli olma ve İzmir şubesinden alınma,

b) Benzinli olma ve İstanbul şubesinden alınma,

c) Cam tavanlı olma ve Ankara şubesinden alınma olaylarının olasılık değerlerini bulunuz.

6. ÖRNEK

Cihaz	Marka		
	A Marka	B Marka	C Marka
Tablet	12	14	8
Telefon	15	11	14
Televizyon	10	0	9
Akıllı Saat	15	13	0
Kablosuz Kulaklık	0	16	9

Yandaki tabloda bir teknoloji mağazasının 2024 Kasım ayında sattığı A, B ve C markalarına ait cihazların adetleri verilmiştir. Buna göre mağazadan alınan bir ürünün B marka veya televizyon olma olayının olasılık değerini bulunuz.

Çözüm

Cihaz	Marka		
	A Marka	B Marka	C Marka
Tablet	12	14	8
Telefon	15	11	14
Televizyon	10	0	9
Akıllı Saat	15	13	0
Kablosuz Kulaklık	0	16	9

Mağazadan alınan bir ürünün B marka olma olayı K, televizyon olma olayı L olsun. Mağazada B marka televizyon satılmadığından K ve L olayları ayrık olaylardır.

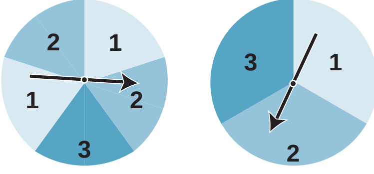
Tabloda yeşile boyanmış hücreler B marka ürünlere ait olduğundan $P(K)=\frac{54}{146}$ olur.

Maviye boyanmış hücreler televizyonlara ait olduğundan $P(L)=\frac{19}{146}$ olur.

Böylece mağazadan alınan bir ürünün B marka veya televizyon olma olayının olasılık değeri

$$P(K\cup L)=P(K)+P(L)$$
$$=\frac{54}{146}+\frac{19}{146}=\frac{73}{146}=\frac{1}{2} \text{ bulunur.}$$

6. Sıra Sizde



Yanda kendi içinde eş bölmelere ayrılmış çarklardan birinin bölmelerine 1, 1, 2, 2, 3; diğerinin bölmelerine ise 1, 2, 3 sayıları yazılmıştır. Bu çarklardaki oklar aynı anda çevrilecektir.

Buna göre okların gösterdiği sayıların çarpımının 3 veya 4 ile tam bölünebilme olayının olasılık değerini bulunuz.

Konu ile ilgili etkileşimli içeriğe ulaşmak için karekodu okutunuz.



Deneysel Olasılıktan Teorik Olasılığa

7. Uygulama



Deneysel ve Teorik Olasılık Değerlerinin Karşılaştırılması

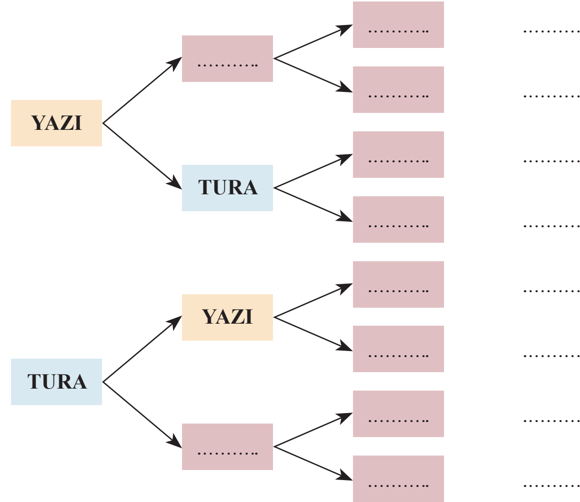
Verilen bilgilere göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

Bu uygulamada havaya atılan hilesiz üç madenî paranın üst yüzlerine 2 yazı, 1 tura gelme olayı incelenecektir. Bu incelemede hilesiz madenî paralar ya da paraların havaya atış simülasyonu kullanılmaktadır. Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.



Uygulama ile ilgili simülasyona ulaşmak için karekodu okutunuz.

1. Verilen olayın teorik olasılık değerini incelemek için ağaç şemasını doldurunuz ve istenen çıktıları belirtiniz.



2. Deneye ait tekrar sayısı arttıkça deneysel olasılık değeri ile teorik olasılık değeri arasındaki farkın yaklaştığı değerin kaç olmasını beklersiniz?

3. Verilen olayın deneyine ait 50 tekrar sonucu oluşan çıktılara göre tabloyu doldurunuz.

Sıklık	Göreli Sıklık (Deneysel Olasılık Değeri)	Teorik Olasılık Değeri	Deneysel ve Teorik Olasılık Değerlerinin Farkı

4. Verilen olayın deneyine ait 150 tekrar sonucu oluşan çıktılara göre tabloyu doldurunuz.

Sıklık	Göreli Sıklık (Deneysel Olasılık Değeri)	Teorik Olasılık Değeri	Deneysel ve Teorik Olasılık Değerlerinin Farkı

5. Verilen olayın deneyine ait 500, 1500 ve 5000 tekrar sonucu oluşan çıktılara göre tabloyu doldurunuz.

Tekrar Sayısı	Sıklık	Göreli Sıklık (Deneysel Olasılık Değeri)	Teorik Olasılık Değeri	Deneysel ve Teorik Olasılık Değerlerinin Farkı
500				
1500				
5000				

6. Deneyin tekrar sayısı arttıkça verilen olayın deneysel ve teorik olasılık değerleri arasındaki fark, beklediğiniz değere yaklaştı mı? Yukarıda yer alan işlem adımlarını tekrar gözden geçirerek bu durumu sorgulayınız.

7. ÖRNEK

Bezelyelerde sarı tohum rengi aleli (S), yeşil tohum rengi aleline (s); düzgün tohum şekli aleli (D), buruşuk tohum şekli aleline (d) tam baskındır.

	SD	Sd	sD	sd
sD	SsDD	ssDd	ssDD	ssDd
sd	SsDd	Ssdd	ssDd	ssdd
sD	SsDD	SsDd	ssDD	ssDd
sd	SsDd	Ssdd	ssDd	ssdd

SsDd genotipine sahip bezelye tohumu ile ssDd genotipine sahip bezelye tohumunun çaprazlanması sonucu oluşan tohumların genotipleri yandaki tabloda gösterilmiştir.

SsDd genotipine sahip bezelye tohumu ile ssDd genotipine sahip bezelye tohumunun çaprazlanması sonucu oluşan tohumların sarı ve düzgün fenotipte olma olasılık değeri $\frac{5}{16}$ olur. Buna göre SSDd genotipine sahip bezelye tohumu ile Ssdd genotipine sahip bezelye tohumunun çaprazlanması sonucu oluşan tohumların sarı ve düzgün fenotipte olma olasılık değerini bulunuz.

Çözüm

SSDd genotipine sahip bezelye tohumu ile Ssdd genotipine sahip bezelye tohumunun çaprazlanması sonucu oluşan tohumların genotipleri aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

	SD	Sd	SD	Sd
Sd	SSDd	SSdd	SSDd	SSdd
sd	SsDd	Ssdd	SsDd	Ssdd
Sd	SSDd	SSdd	SSDd	SSdd
sd	SsDd	Ssdd	SsDd	Ssdd

Buna göre SSDd genotipine sahip bezelye tohumu ile Ssdd genotipine sahip bezelye tohumunun çaprazlanması sonucu oluşan tohumların sarı ve düzgün fenotipte olma olasılık değeri $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$ bulunur.

7. Sıra Sizde

Yatırım Araçları	Eğitim Durumu		
	Lise ve Altı	Ön Lisans	Lisans ve Üzeri
Gayrimenkul	3	5	21
Altın	12	10	50
Banka Mevduatı	16	28	83
Menkul Kıymetler	41	51	176

Yandaki tabloda 496 kişinin eğitim durumlarına göre hangi yatırım aracını seçtiği gösterilmektedir.

Buna göre rastgele seçilen bir kişinin ön lisans mezunu veya altına yatırım yapan biri olma olasılık değerini bulunuz.

8. Sıra Sizde

Çarşamba 23° Güneşli	Perşembe 20° Parçalı Bulutlu	Cuma 18° Yağmurlu	Cumartesi 21° Parçalı Bulutlu	Pazar 16° Yağmurlu
Pazartesi 13° Yağmurlu	Salı 11° Yağmurlu	Çarşamba 12° Fırtınalı	Perşembe 16° Yağmurlu	Cuma 16° Parçalı Bulutlu

Bir gübreleme şirketinden salı günü haber alan Esma Hanım, salıdan sonraki 10 günün herhangi birinde tarlasının gübreleneceğini öğrenmiştir. Bu 10 günün hava tahmin raporu yandaki görselde verilmiştir.

Buna göre Esma Hanım'ın tarlasının gübrelendiği gün havanın yağmursuz veya 17°den sıcak olma olayının olasılık değerini bulunuz.

9. Sıra Sizde

Marka	A	B	C	D	E
Arz	5000	4000	6000	5500	4500
Talep	5000	6000	4000	4500	5500

Bir toptancı 5 farklı markadan aynı fiyata sahip siyah, beyaz ve kırmızı renklerde çantalar almıştır. Çantaların markalara göre arz talep durumları (adet) yandaki tabloda gösterilmiştir.

Bir üründe arz, talepten fazla olursa o üründen zarar edilmektedir.

Buna göre mağazasına rastgele bir çanta alacak mağaza sahibinin aldığı çantadan zarar etmeme ve çantanın kırmızı olma olasılık değerini ağaç şeması kullanarak bulunuz.

Performans Görevi

Yeni Bir Sayı Küpü

Bu görevde sizden yüzeylerinde 1, 1, 2, 3, 3, 4 yazan hilesiz iki sayı küpü simülasyonu kullanarak sayı küplerinin üst yüzeylerine gelen sayıların toplamına ait sıklık, göreli sıklık ve ağaç şemasını elde etmeniz; bunları kullanarak oluşturduğunuz raporu sunmanız beklenmektedir.



Performans görevi ile ilgili simülasyona ulaşmak için karekodu okutunuz.

Göreve başlamadan önce aşağıdaki hususa dikkat ediniz.

- Teknoloji kullanımında sınıf arkadaşlarınız ile iş birliği yapınız.

Görev esnasında aşağıdaki hususlara dikkat ediniz.

- Simülasyonu kullanarak 50, 150, 300, 900, 1800 ve 3000 tekrardan oluşan sıklıkları ve göreli sıklıkları hesaplayınız.
- Hesapladığınız göreli sıklıklara ait grafikleri oluşturunuz.
- Oluşturduğunuz grafikleri değişebilirlik bağlamında değerlendiriniz.
- Teorik olasılık değerini elde etmek için yaptığınız deneyi görselleştiriniz ve küplerin üst yüzeylerine gelen sayıların toplamının 5 olma olayına ait çıktıları belirtiniz.
- Küplerin üst yüzeylerine gelen sayıların toplamının 5 olma olayına ait aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

Tekrar Sayısı	Deneysel Olasılık Değeri	Teorik Olasılık Değeri	Deneysel ve Teorik Olasılık Değeri Arasındaki Fark
50			
150			
300			
900			
1800			
3000			

- Tablo ve grafikleri eksiksiz oluşturunuz.
- Çalışma sırasında yapılanları kaydediniz.
- Tekrar sayısı arttıkça deneysel ve teorik olasılık değeri arasındaki fark nasıl değişmektedir? Nedenleriyle açıklayınız.

Görev bitiminde aşağıdaki hususlara dikkat ediniz.

- Çalışma notlarını, tabloları ve grafikleri sınıf arkadaşlarınız ile paylaşınız.
- Bu görevi zamanında öğretmeninize teslim ediniz.

Performans göreviniz, karekod içinde verilen analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilecektir.



Öz değerlendirme formuna ulaşmak için karekodu okutunuz.

Analitik dereceli puanlama anahtarına ulaşmak için karekodu okutunuz.



Kontrol Noktası 

Bir olayın deneyine ait tekrar sayısı arttıkça olaya ait deneysel olasılık değeri, teorik olasılık değerine yaklaşma eğilimindedir.

Alıştırmalar

1. Valizinde üst giyim olarak 2 gömlek, 3 kazak; alt giyim olarak 2 kot, 1 kumaş pantolonu olan Yavuz 1 üst ve 1 alt giyimi rastgele seçip giyecektir.

Buna göre Yavuz'un bir gömlek veya bir kumaş pantolon giyme olayının olasılık değerini bulunuz.

2. Aşağıda diyet yapan birinin dolabındaki besinlerin 100 gramındaki kalori değerleri verilmiştir.

Meyve	Sebze	İçecek
Kivi (30 kcal)	Siyah Turp (30 kcal)	Şalgam (30 kcal)
Kavun (33 kcal)	Pazı (33 kcal)	Ihlamur (42 kcal)
Nar (63 kcal)	Roka (33 kcal)	Limonata (21 kcal)
	Tere (33 kcal)	Portakal Suyu (45 kcal)
	Brüksel Lahanası (63 kcal)	
	Haşlanmış Mısır (91 kcal)	

Buna göre listeden rastgele seçilen bir besinin meyve olma veya kalori değerinin 33 kcal olma olayının olasılık değerini bulunuz.

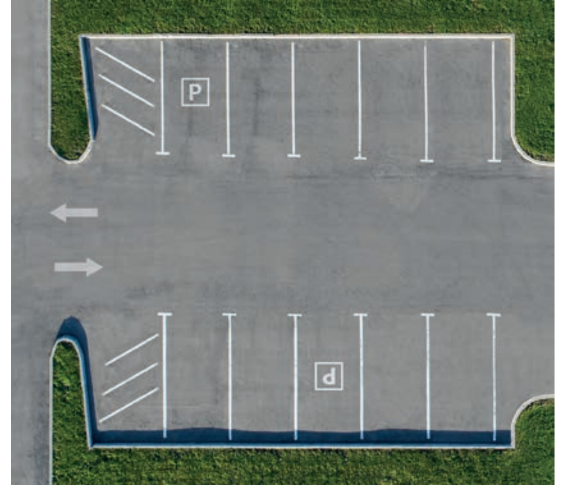
3.

	Futbol	Hentbol
Alfa Spor Kulübünün Kazanma Sayısı	24	34
Beta Spor Kulübünün Kazanma Sayısı	32	47
Berabere Bitme Sayısı	13	23

Yukarıdaki tabloda Alfa ve Beta spor kulüplerinin geçmişte futbol ve hentbol branşlarında yaptıkları maçların sonuçları verilmiştir.

Buna göre aynı anda yapılan futbol ve hentbol maçlarının berabere bitme olasılık değerini bulunuz.

4. Galip Bey, arabasını aşağıda görseli verilen 10 araçlık otoparka park edecektir.



Buna göre arabanın P yazan yerlerden birine ve arka farlarının çim tarafına denk gelmesinin olasılık değerini bulunuz.

5. $x, y \in \mathbb{N}$, $0 \leq x \leq 4$, $0 \leq y \leq 4$ olan x ve y değerlerinden rastgele seçilen (x, y) noktasının $y = 5x$ veya $2y = x$ doğrusu üzerinde olma olayına ait deneyin istatistik yazılımları yardımıyla 50, 150, 250, 500 ve 1000 tekrarında oluşan sıklıkların bazıları aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tekrar Sayısı	50	150	250	500	1000
Seçilen Noktanın $y = 5x$ veya $2y = x$ Doğrusu Üzerinde Olma Sıklığı	7			57	
Seçilen Noktanın $y = 5x$ veya $2y = x$ Doğrusu Üzerinde Olmama Sıklığı		126	210		879

Seçilen (x, y) noktasının y = 5x veya 2y = x doğrusu üzerinde olma olayına ait deneysel ve teorik olasılık değerleri ile ilgili aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

Tekrar Sayısı	50	150	250	500	1000
Deneysel Olasılık Değeri					
Teorik Olasılık Değeri					
Deneysel ve Teorik Olasılık Değerleri Arasındaki Fark					

b) Deneyin tekrar sayısı arttıkça verilen olayın deneysel ve teorik olasılık değerleri arasındaki fark hangi sayıya yaklaşmaktadır? Nedenleriyle açıklayınız.

6. A Rh+ (A0Rr) kan grubuna ait bir anne ile B Rh+ (B0Rr) kan grubuna ait bir babanın çocuğunun AB Rh+ kan grubuna ait olma olasılık değerini bulunuz (R geni r genine baskın, A geni 0 genine baskın ve B geni 0 genine baskındır.)**.**

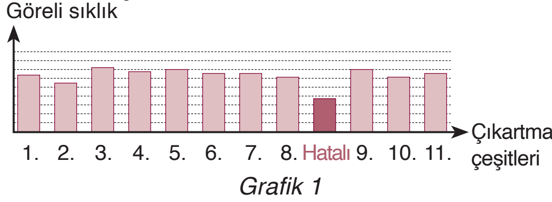
Farklı Kaydet 

Bu temada öğrendiğiniz bilgileri kendi hatırlayacağınız şekilde bu alana kısaca not edebilirsiniz.

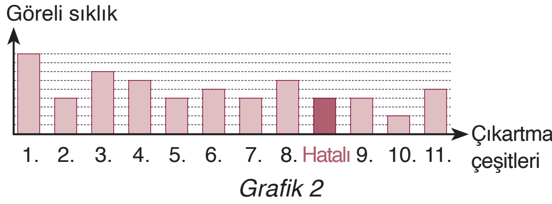
Ölçme ve Değerlendirme

Bu bölümde cevaplamanız için farklı soru tiplerinde 6 adet soru bulunmaktadır.
Ölçme ve değerlendirme bölümünün sonunda verilen karekodu okutarak ek sorulara ulaşabilirsiniz.

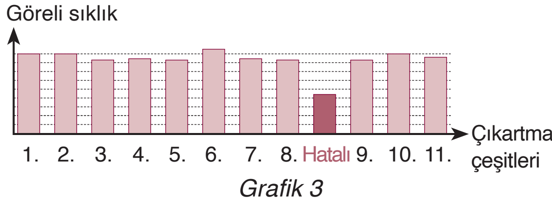
1. Bir şirket alacağı gülen yüz çıkartma makinesinin baskı performansını değerlendirmek için 4 deneme yapmış ve bu denemelerde 11 gülen yüz çıkartmasından sırasıyla rastgele 50, 150, 1500 ve 5000 adet çıkartma bastırmıştır. Yaptığı denemelerde sırası ile 3, 5, 77 ve 217 kez hatalı baskı tespit etmiştir. Şirket çalışanları her denemede elde ettikleri 11 ürün ve 1 hatalı ürün için göreli sıklık grafikleri oluşturmuştur. Şirketin bilgisayarında oluşan bir hata sonucu grafiklerdeki dikey eksende yer alan değerler silinmiştir. Şirketin elinde kalan grafikler aşağıda verilmiştir.



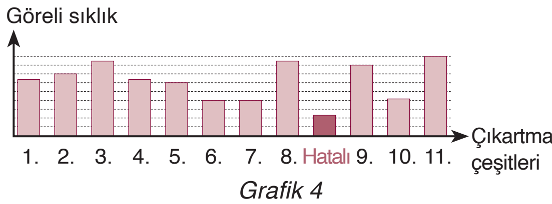
Grafik 1



Grafik 2



Grafik 3



Grafik 4

Buna göre

a) **Hangi grafiğin hangi deneme sayısına ait olduğunu belirleyiniz.**

b) **Makinenin hatalı çıkartma basma olayına ait teorik olasılık değeri hakkında yorum yapınız.**

2. Bir mağaza, 10.00-20.00 saatleri arasında hizmet vermektedir. Bu mağazadan alışveriş yapan müşterilerin kaydını tutan bir mağaza çalışanı, aşağıdaki tabloyu hazırlamıştır.

Zaman Aralığı	Kişi Sayısı			
	30 Kişi	80 Kişi	150 Kişi	300 Kişi
10.00-11.59	2	9	17	38
12.00-13.59	11	15	40	61
14.00-15.59	10	23	43	95
16.00-17.59	4	26	33	69
18.00-19.59	3	7	17	37

Buna göre

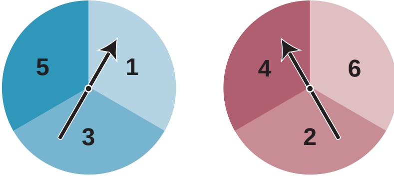
a) **30, 80, 150 ve 300 kişinin alışveriş yaptığı saatlerin dağılımına uygun sütun grafikleri oluşturunuz.**

b) **Bu mağazadan alışveriş yapan bir kişinin 12.00-13.59 saatleri arasında alışveriş yapma olasılık değerini 30, 80, 150 ve 300 kişiye göre bulunuz.**

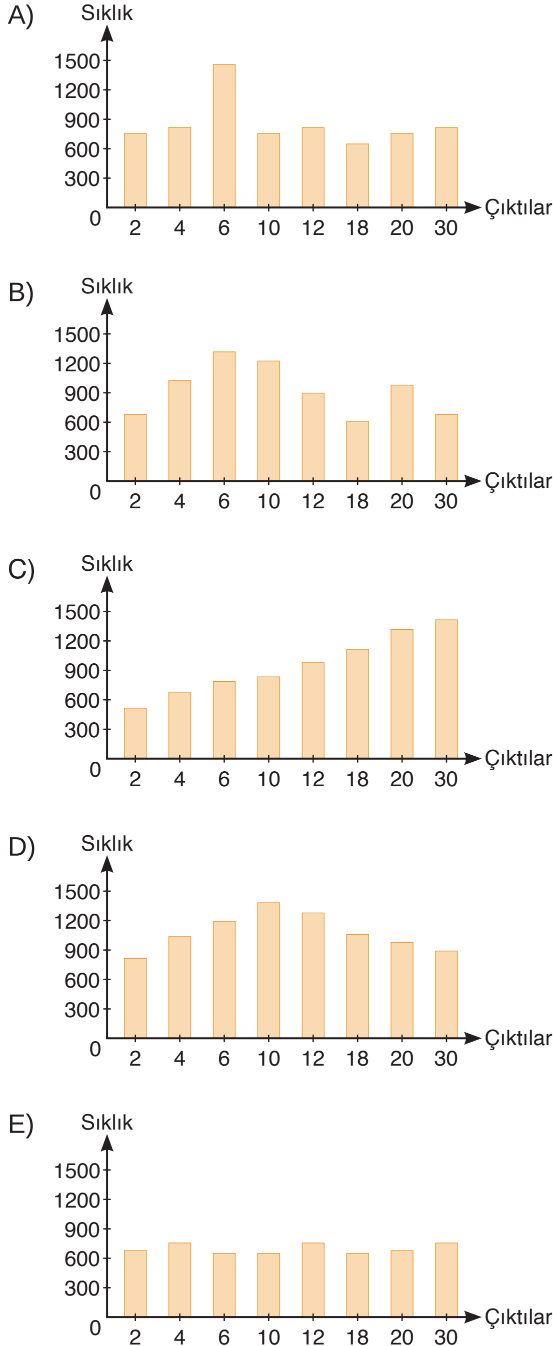
c) Yeni çıkan ürünlerinizin tanıtımını yapmak için mağazadan 2 saatliğine stant kurma talebinde bulunduğunuzu varsayınız. **30 kişi ile oluşan sıklıkları ele aldığınızda tanıtımı hangi zaman aralıklarında yaparsınız?**

ç) **c seçeneğinde belirlediğiniz zaman aralığı, 300 kişinin sıklığı göz önüne alındığında doğru bir karar mıdır? Nedenleriyle açıklayınız.**

3. Aşağıdaki çarklar eş parçalara ayrılmıştır. Bu çarkların çevrilmesi sonucunda okların gösterdiği sayıların çarpımları incelenecektir.



Bu deneyin 6500 tekrarında oluşacak dağılımın aşağıdakilerden hangisi gibi olması beklenir?



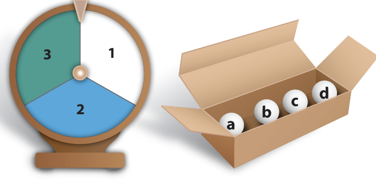
4. Bir içecek otomatında özdeş şişeler içinde şerbet, limonata ve maden suyu bulunmaktadır. 17 şerbetin 8'i, 22 limonatanın 12'si ve 20 sodanın 9'u sıcaktır. Bu otomat, içeceklerden birini rastgele vermektedir. **Buna göre**

a) Otomatın verdiği içeceğin soğuk bir içecek veya limonata olma olayının olasılık değerini görselleştirerek bulunuz.

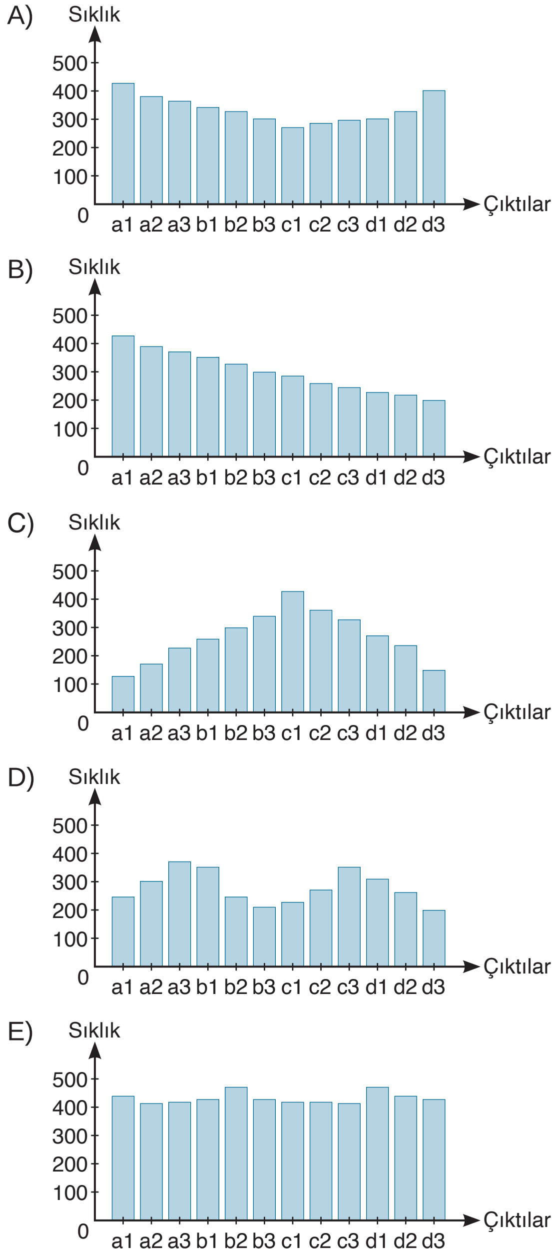
b) Otomata bu içeceklerden en az kaç tane daha eklenirse otomatın rastgele vereceği bir içeceğin şerbet, limonata ve maden suyu olma olaylarının olasılık değeri eşit olur?

c) Otomata bu içeceklerden en az kaç tane daha eklenirse otomatın rastgele vereceği bir içeceğin sıcak ve soğuk olma olaylarının olasılık değeri eşit olur?

5. Aşağıdaki görselde üzerinde a, b, c ve d yazan özdeş dört topun bulunduğu bir kutu ve üzerinde 1, 2, 3 rakamlarının yazılı olduğu üç eş dilime ayrılmış bir çark yer almaktadır.



Çekilen topun geri atılması şartıyla kutudan bir top çekme ve çark çevirme deneyinin 5000 tekrarı sonucunda oluşan çıktıların sıklık dağılımının aşağıdaki grafiklerden hangisi gibi olmasını beklersiniz?



6. Aşağıdaki tabloda Sibel Hanım'ın işe giderken kullanabildiği caddeler ve o caddelerde bir yıl boyunca (365 gün) trafiğin durma noktasına geldiği gün sayıları verilmiştir. Sibel Hanım işe gitmek için bu caddelerden herhangi ikisini kullanmak zorundadır.

Cadde	Gün
Yalnız 1. Cadde	21
Yalnız 2. Cadde	18
Yalnız 3. Cadde	22
Yalnız 1 ve 2. Cadde	7
Yalnız 2 ve 3. Cadde	6
Yalnız 1 ve 3. Cadde	8
1, 2 ve 3. Cadde	4

Buna göre Sibel Hanım'ın kullanabileceği cadde çiftlerinden hangisinde trafiğin durma noktasına gelme olasılık değerinin en az olduğunu bulunuz.

Tema ile ilgili daha fazla soru çözmek için karekodu okutunuz.



Zenginleştirme bölümüne ulaşmak için karekodu okutunuz.



SÖZLÜK

A-D-F

aksiyom : Doğruluğu ispatsız olarak kabul edilen önerme, belit.

alel : Homolog kromozomların özel bir lokúsünde yerleşmiş bir genin alternatif biçimleri.

arz : Piyasaya mal sürülmesi; sunu.

deniz feneri : Kıyıların tehlikeli yerlerinde, bazı kaya ve adacıkların üzerinde geceleri deniz taşıtlarına yol gösteren, tepesinde güçlü bir ışık kaynağı olan ışık kulesi; fener.

desen : Görsel bir etki yaratmak amacıyla yapılmış çizgi resimlerin hepsi.

dönme : Biçimi değişmeyen bir şeklin ekseni çevresindeki hareketi.

fenotip : Bir organizmanın genetik yapısına bağlı olarak, dış etkenlerin de etkisiyle ortaya çıkan görünüşü.

fırkateyn : Üç direkli, bir tür yelkenli savaş gemisi.

G-I-K

gayrimenkul : Taşınmaz.

genelleme : Zihnin genel düşünceler üretmesi işlemi veya özelden genele geçiş, tamim.

genotip : Soy yapısı.

gölet : Birikinti suların sulamak amacıyla genellikle bir set ardında toplandığı küçük göl; gölcük, gölek, büvet (I), büğet.

gönye : Dik açıları ölçmeye ve çizmeye yarayan dik üçgen biçiminde araç.

grafiti : Duvar yazısı.

ışık ışını : Yayılan ışığın izlediği doğru.

ışık yılı : Işığın bir yılda aldığı yol.

kompost : Bitki artıklarından yapılan gübre.

L-M-P

laborant : Araştırmalarda, laboratuvar deneylerinde yardımcı olarak çalıştırılan kimse.

lazer : Çok güçlü pırıltılar oluşturan, değişik alanlarda kullanılan yoğunlaşmış ışık kaynağı.

lisans	:	Bu öğrenim sonunda elde edilen ve diploma ile belgelendirilen akademik derece.
marina	:	Yat limanı.
mekanizma	:	Düzenek.
menkul kıymetler	:	Senet, bono, tahvil, hisse senedi vb. taşınır değerler; kâğıt.
mevduat	:	Belli bir süre sonunda veya istenildiğinde çekilmek üzere bankalara faizle yatırılan para, tevdiat.
mikrofon	:	Elektrik akımı etkisiyle sesi uzakta bulunan alıcıya ulaştıran araç.
parsel	:	İmar yasalarına göre ayrılıp sınırlanmış arazi parçası.
pervane	:	Döndüğünde bir mekanizmayı işleten bir eksene dikey olarak bağlanmış, iki veya ikiden çok kanattan yapılmış alet; uskur.

R-S-T

rafting	:	Özel botlarla debisi yüksek ırmaklarda yapılan bir spor türü.
resif	:	Su düzeyindeki sıra kayalar.
rüzgâr türbini	:	Rüzgârın gücü kullanılarak oluşturulan enerjiyi mekanik enerjiye dönüştüren sistem.
sera	:	Sebze ve meyvelerin yetiştirildiği ve hava şartlarına karşı korunduğu cam ve naylonla kaplı yer; limonluk, ser (II), tavhane.
simülasyon	:	Sanayi, bilim ve eğitimde gerçek olayları, işlemleri deney koşulları altında oluşturarak bu olayları inceleme ve araştırmaya yönelik çözümleme tekniği; öğrence.
teorem	:	Doğruluğu kanıtlanabilen önerme.

KAYNAKÇA

Akkuş, R., Boz Yaman, B., Duatepe Paksu, A., Bulut, S., ve Toluk Uçar, Z. (Ed.). (2022). *Geometri öğretim bilgisi*. Ankara: Pegem Akademi.

Allen, J. D., Anderson, D., Becker, J., Cook, R., Davis, M., Edberg, P., ... & Jenkins, J. H. (2012). *The unicode standard version 7.0* – Core specification. Mountain View, CA: Unicode Consortium.

al-Jazarī, I. A. R. (1973). *The book of knowledge of ingenious mechanical devices: (Kitāb Fī Ma'rifat Al-hiyal Al-handasiyya)*. Netherlands: Springer.

Al-Kadit, I. A. (1992). Origins of cryptology: The Arab contributions. *Cryptologia*, *16*(2), 97-126.

Arkhipov, G. I., & Chubarikov, V. N. (2016). Anatoly Alekseevich Karatsuba. *Chebyshevskii Sbornik*, *16* (1), 32-51.

Baraka, A., Salem, R. M., & Joseph, N. J. (1998). The origin of the "algorithm". *The Journal of the American Society of Anesthesiologists*, *89* (1), 277-277.

Conway, J. H., & Guy, R. (1998). *The book of numbers*. New York, NY: Springer Science & Business Media.

Creţ, O., Mathe, Z., Grama, C., Văcariu, L., Roman, F., & Dărăbant, A. (2006, July). Solving the maximum subsequence problem with a hardware agents-based system. *Proceedings of the 10th WSEAS international conference on Circuits* (s. 75-80) içinde.

Crossley, J. N., & Henry, A. S. (1990). Thus spake al-Khwārizmī: A translation of the text of Cambridge University Library Ms. Ii. vi. 5. *Historia Mathematica*, *17* (2), 103-131.

Desurvire, E. (2009). *Classical and quantum information theory: An introduction for the telecom scientist*. New York, NY: Cambridge University Press.

Dode, A., & Hasani, S. (2017). PageRank algorithm. *IOSR Journal of Computer Engineering (IOSR-JCE), 19*(1), 01-07.

Dwivedi, S. P. (2013, Eylül). An efficient multiplication algorithm using Nikhilam method. *Fifth International Conference on Advances in Recent Technologies in Communication and Computing (ARTCom)* konferansında sunulan bildiri. Bangalore, IET.

Eren, Z. ve Taşarsu, N. (2023). Katı atıkların geri dönüşümü için depozito iade sisteminin önemi: Kızılcahamam pilot uygulaması örneği, *Çevre, İklim ve Sürdürülebilirlik, 24*(2), 65–74.

Hegde, N., & Deepthi, P. (2015). Pollard RHO algorithm for integer factorization and discrete logarithm problem. *International Journal of Computer Applications*, *121* (18), 14-17.

Jungnickel, D., & Jungnickel, D. (2005). *Graphs, networks and algorithms* (Vol. 3). Berlin: Springer.

Keys, A., Fidanza, F., Karvonen, M. J., Kimura, N., & Taylor, H. L. (1972). Indices of relative weight and obesity. *Journal of Chronic Diseases*, *25* (6-7), 329-343.

Maurer, U. M., & Wolf, S. (2000). The diffie–hellman protocol. *Designs, Codes and Cryptography, 19*(2), 147-171.

Murty, M. N., Padhy, B., & Rao, B. J. (2020). Some fascinating observations on Harshad numbers and amicable pairs. *IOSR Journal of Mathematics (IOSR-JM), 16*(3), 60-66.

Rivest, R. L., Shamir, A., & Adleman, L. (1978). A method for obtaining digital signatures and public-key cryptosystems. *Communications of the ACM*, *21* (2), 120-126.

Shallit, J. (1994). Origins of the analysis of the Euclidean algorithm. *Historia Mathematica*, *21* (4), 401-419.

T.C. Millî Eğitim Bakanlığı. (2019). *PISA Türkiye Raporu (Yayın no. 10)*. Ankara.

T.C. Millî Eğitim Bakanlığı. (2024). *Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı (9, 10, 11 ve 12. Sınıflar)*. Ankara.

T.C. Millî Eğitim Bakanlığı. (2024). *Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli Öğretim Programları Ortak Metni.* Ankara

T.C. Ticaret Bakanlığı. (2018). *Tüketicinin Korunması ve Piyasa Gözetimi Genel Müdürlüğü Türkiye İsraf Raporu.* Ankara: Kalkan Matbaacılık.

Ullrich, B., & Riffel, M. (1993). New evidence for the occurrence of the Anatolian leopard, Panthera pardus tulliana (Valenciennes, 1856), in western Turkey. *Zoology in the Middle East, 8*(1), 5-14.

Waters, I. (2021). Ascii table. I. Waters (Ed.) *PowerShell for Beginners: Learn PowerShell 7 Through Hands-On Mini Games* (s. 127-132) içinde. Berkeley, CA: Apress.

Weissman, M. H. (2020). *An illustrated theory of numbers* (Vol. 105). Providence, Rhode Island: American Mathematical Society.

Kaynakça, APA 6'ya göre hazırlanmıştır.



Cevap anahtarlarına ulaşmak için karekodu okutunuz.

Genel ağ ve görsel kaynakçasına ulaşmak için karekodu okutunuz.




TÜRKİYE'NİN MÜLKİ İDARE BÖLÜMLERİ İLE
KARA VE DENİZ KOMŞULARI HARİTASI
BAŞKENT
Ankara
İL MERKEZİ
Elazığ
GÖL
ÜLKE SINIRI
ÖZERK BÖLGE SINIRI
AKARSU
0 50 100 200 300 400 Km
K A R A D E N İ Z
A K D E N İ Z
EGE DENİZİ
MARMARA DENİZİ
HAZAR DENİZİ
ROMANYA
UKRAYNA
RUSYA FEDERASYONU
BULGARİSTAN
YUNANİSTAN
GÜRCİSTAN
ERMENİSTAN
AZERBAYCAN
NAHCIVAN Ö.C. (AZERBAYCAN)
ACARA Ö.C.
İRAN
IRAK
SURİYE
LÜBNAN
İSRAİL
FİLİSTİN Batı Şeria
FİLİSTİN Gazze Şeridi
MISIR
LİBYA
KUZEY KIBRIS TÜRK CUMHURİYETİ
GÜNEY KIBRIS RUM YÖNETİMİ
Bükreş
Sofya
Atina
Tiflis
Erivan
Bağdat
Şam
Beyrut
Tel Aviv
Doğu Kudüs
Lefkoşa
Erenköy
Gökçeada
Bozcaada
Edirne
Kırklareli
Tekirdağ
İstanbul
Kocaeli
Yalova
Sakarya
Düzce
Bolu
Zonguldak
Bartın
Karabük
Kastamonu
Sinop
Samsun
Amasya
Çorum
Çankırı
Ankara
Kırıkkale
Yozgat
Tokat
Ordu
Giresun
Trabzon
Rize
Artvin
Ardahan
Kars
Iğdır
Ağrı
Erzurum
Bayburt
Gümüşhane
Erzincan
Sivas
Tunceli
Bingöl
Muş
Van
Bitlis
Siirt
Şırnak
Hakkâri
Batman
Diyarbakır
Mardin
Şanlıurfa
Adıyaman
Malatya
Elazığ
Kahramanmaraş
Gaziantep
Kilis
Osmaniye
Hatay
Adana
Mersin
Niğde
Nevşehir
Kayseri
Kırşehir
Aksaray
Konya
Karaman
Antalya
Isparta
Burdur
Afyonkarahisar
Eskişehir
Bilecik
Bursa
Çanakkale
Balıkesir
Kütahya
Uşak
Manisa
İzmir
Aydın
Denizli
Muğla
Tuz Gölü
Van Gölü
Urumiye Gölü
Tuna N.
Meriç N.
Bakırçay N.
Gediz N.
Küçük Menderes N.
Büyük Menderes N.
Sakarya N.
Kızılırmak N.
Yeşilırmak N.
Çoruh N.
Kura N.
Aras N.
Fırat N.
Dicle N.
Seyhan N.
Ceyhan N.
Göksu N.
Asi N.
Nil N.
Süveyş K.



TÜRK DÜNYASI HARİTASI
Bağımsız Türk Devletleri
Türk Cumhuriyetleri, Türk Bölgeleri
Türk Toplulukları
0 250 500 1,000 1,500 2,000 Km
TÜRK CUMHURİYETLERİ, TÜRK BÖLGELERİ
1 GAGAVUZ YERİ
2 KARAÇAY-ÇERKESYA
3 KABARDİN-BALKARYA C.
4 DAĞISTAN C.
5 ÇUVAŞİSTAN C.
6 TATARİSTAN C.
7 BAŞKURT C.
8 KARAKALPAKİSTAN C.
9 ALTAY C.
10 HAKASYA C.
TÜRK TOPLULUKLARI
a Avrupa'daki Türkler
b Kosova Türkleri
c Yunanistan Türkleri
ç Bulgaristan Türkleri
d Romanya Türkleri
e Suriye Türkmenleri
f Irak Türkmenleri
g İran Türkleri
h Afganistan Türkmenleri
ı Pakistan Türkmenleri
i Hindistan Türkmenleri
j Çin H. C. Türkleri
k Moğolistan Türkleri
l Rusya Federasyonu Türkleri
ÜLKE KISALTMALARI
ARNAVUTLUK ARN
BELÇİKA BEL
BOSNA - HERSEK BH
GÜNEY KIBRIS RUM YÖNETİMİ GKRY
HIRVATİSTAN HRV
İSVİÇRE İS
KARADAĞ KD
KOSOVA KS
KUZEY KIBRIS TÜRK CUMHURİYETİ KKTC
KUZEY MAKEDONYA KMKD
LİHTENŞTAYN LİH
SIRBİSTAN SR
RUSYA FEDERASYONU
KAZAKİSTAN
TÜRKİYE
MOĞOLİSTAN
ÇİN HALK CUMHURİYETİ
HİNDİSTAN
İRAN
PAKİSTAN
AFGANİSTAN
TÜRKMENİSTAN
ÖZBEKİSTAN
KIRGIZİSTAN
TACİKİSTAN
AZERBAYCAN
GÜRCİSTAN
SAHA (YAKUT) C.
TUVA C.
SİNCAN UYGUR ÖZERK BÖLGESİ
Barents Denizi
Kara Denizi
Norveç Denizi
Kuzey Denizi
Baltık Denizi
Karadeniz
Akdeniz
Hazar Denizi
Kızıldeniz
Umman Denizi
Yemen Denizi
Ohotsk Denizi
Bering Denizi
Manş Denizi
Tiren Denizi
Adriyatik Denizi
Ege Denizi
Cebelitarık B.
Hürmüz B.
Aral G.
Balkaş G.
Baykal G.
Ladoga G.
Onega G.
Issık G.
Sarıkamış G.
Urumiye G.
Lena N.
İndigirka N.
Yenisey N.
Obi N.
İrtiş N.
Ural N.
Volga N.
Don N.
Peçora N.
Usa N.
Severnaya Dvina N.
Seyhun N.
Ceyhun N.
İndus N.
Ganj N.
Sarı N.
Hotan N.
Nil N.
Fırat N.
Dicle N.
Sen N.
Po N.
Tuna N.
Astana
Bişkek
Taşkent
Duşanbe
Aşkabat
Bakü
Tiflis
Ankara
Lefkoşa
Tahran
Bağdat
Kâbil
İslamabad
Yeni Delhi
Ulanbator
Pekin
Dakka
Moskova
Kiev
Kişinev
Bükreş
Sofya
Atina
Varşova
Berlin
Kopenhag
Oslo
Stokholm
Helsinki
Amsterdam
Brüksel
Londra
Paris
Madrid
Lizbon
Cezayir
Tunus
Trablus
Kahire
Şam
Amman
Kuveyt
Riyad
Doha
Abu Dabi
Muskat
Sana
İZLANDA
İRLANDA
BİRLEŞİK KRALLIK
NORVEÇ
İSVEÇ
FİNLANDİYA
DANİMARKA
HOLLANDA
ALMANYA
POLONYA
BELARUS
UKRAYNA
MOLDOVA
ROMANYA
BULGARİSTAN
YUNANİSTAN
MACARİSTAN
AVUSTURYA
FRANSA
İSPANYA
PORTEKİZ
İTALYA
FAS
CEZAYİR
TUNUS
LİBYA
MISIR
SUDAN
ÇAD
NİJER
SURİYE
FİLİSTİN
ÜRDÜN
IRAK
KUVEYT
SUUDİ ARABİSTAN
KATAR
BİRLEŞİK ARAP EMİRLİKLERİ
UMMAN
YEMEN
BANGLADEŞ
KIRIM Ö.C.
NAHÇIVAN Ö.C.
JAMMU VE KEŞMİR
Tartışmalı Bölge